

2024 年内蒙古通辽市初中毕业生学业考试试卷

数学

注意事项：

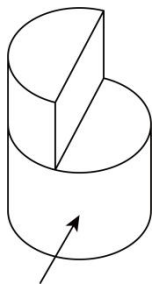
1. 本试卷共 8 页，26 道小题，满分为 120 分，考试时间为 120 分钟。
2. 根据网上阅卷需要，本试卷中的所有试题均要求在答题卡上作答，答在本试卷上的答案无效。

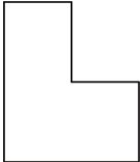
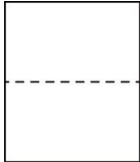
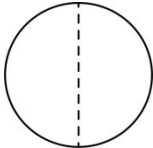
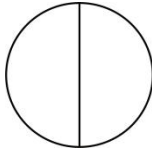
一、选择题（本题包括 12 道小题，每小题 3 分，共 36 分，每小题只有一个正确答案。请在答题卡上将代表正确答案的字母用 2B 铅笔涂黑）

1. 某地区某日最高气温是零上 8°C ，记作 $+8^{\circ}\text{C}$ ，最低气温是零下 3°C ，应该记作（ ）

A. -3°C B. $+3^{\circ}\text{C}$ C. -5°C D. $+5^{\circ}\text{C}$

2. 如图，这个几何体的俯视图是（ ）



A.  B.  C.  D. 

3. 在学校文艺汇演中，7 名参加舞蹈表演的女生身高（单位：cm）如下：

170 175 169 171 172 170 173

这组数据的中位数是（ ）

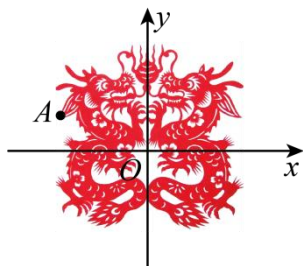
A. 175 B. 172 C. 171 D. 170

4. 下列运算结果正确的是（ ）

A. $4xy - 3xy = 1$ B. $(-a^2)^3 = -a^6$
 C. $\sqrt{(-5)^2} = -5$ D. $\sqrt{3} + \sqrt{12} = \sqrt{15}$

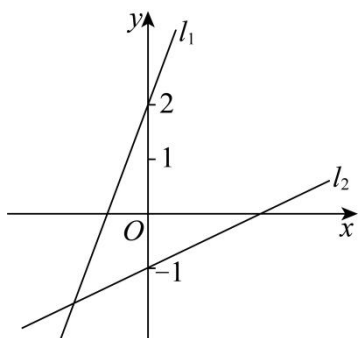
5. 剪纸是我国民间艺术之一，如图放置的剪纸作品，它的对称轴与平面直角坐标系的坐标轴重合。则点

$A(-4, 2)$ 关于对称轴对称的点的坐标为（ ）



- A. $(-4, -2)$ B. $(4, -2)$ C. $(4, 2)$ D. $(-2, -4)$

6. 如图，在同一平面直角坐标系中，一次函数 $y = k_1x + b_1$ 与 $y = k_2x + b_2$ (其中 $k_1k_2 \neq 0$, k_1, k_2, b_1, b_2 为常数) 的图象分别为直线 l_1, l_2 . 下列结论正确的是 ()

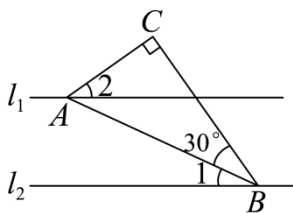


- A. $b_1 + b_2 > 0$ B. $b_1b_2 > 0$ C. $k_1 + k_2 < 0$ D. $k_1k_2 < 0$

7. 不透明的袋子中装有 1 个红球, 2 个白球, 这些球除颜色外无其他差别, 从中随机摸出一个球, 放回并摇匀, 再从中随机摸出一个球, 那么两次都摸出白球的概率是 ()

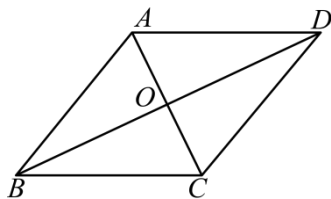
- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{4}{9}$ D. $\frac{2}{3}$

8. 将三角尺 ABC 按如图位置摆放, 顶点 A 落在直线 l_1 上, 顶点 B 落在直线 l_2 上, 若 $l_1 \parallel l_2$, $\angle 1 = 25^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 ()



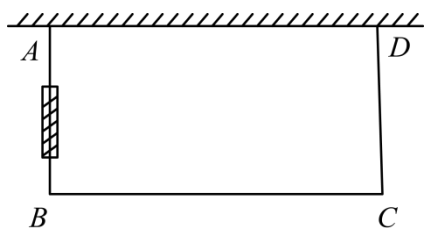
- A. 45° B. 35° C. 30° D. 25°

9. 如图, $ABCD$ 的对角线 AC, BD 交于点 O , 以下条件不能证明 $ABCD$ 是菱形的是 ()



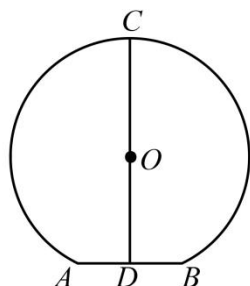
- A. $\angle BAC = \angle BCA$ B. $\angle ABD = \angle CBD$
C. $OA^2 + OD^2 = AD^2$ D. $AD^2 + OA^2 = OD^2$

10. 如图, 小程的爸爸用一段10m长的铁丝网围成一个一边靠墙(墙长5.5m)的矩形鸭舍, 其面积为 15m^2 , 在鸭舍侧面中间位置留一个1m宽的门(由其它材料制成), 则BC长为 ()



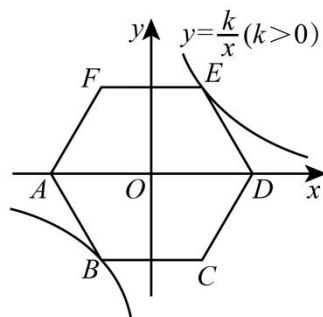
- A. 5m 或 6m B. 2.5m 或 3m C. 5m D. 3m

11. 如图, 圆形拱门最下端AB在地面上, D为AB的中点, C为拱门最高点, 线段CD经过拱门所在圆的圆心, 若 $AB = 1\text{m}$, $CD = 2.5\text{m}$, 则拱门所在圆的半径为 ()



- A. 1.25m B. 1.3m C. 1.4m D. 1.45m

12. 如图, 平面直角坐标系中, 原点O为正六边形ABCDEF的中心, $EF \parallel x$ 轴, 点E在双曲线 $y = \frac{k}{x}$ (k 为常数, $k > 0$)上, 将正六边形ABCDEF向上平移 $\sqrt{3}$ 个单位长度, 点D恰好落在双曲线上, 则k的值为 ()



A. $4\sqrt{3}$

B. $3\sqrt{3}$

C. $2\sqrt{3}$

D. 3

二、填空题（本题包括 5 道小题，每小题 3 分，共 15 分，将答案直接填在答题卡对应题的横线上）

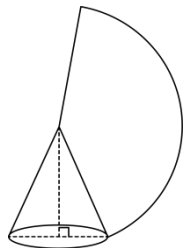
13. 因式分解 $3ax^2 - 6axy + 3ay^2 =$ _____.

14. 如图，根据机器零件的设计图纸，用不等式表示零件长度 L 的合格尺寸（ L 的取值范围）_____.



15. 分式方程 $\frac{3}{x-2} = \frac{2}{x}$ 的解为 _____.

16. 如图，为便于研究圆锥与扇形的关系，小方同学利用扇形纸片恰好围成一个底面半径为 5cm，母线长为 12cm 的圆锥的侧面，那么这个扇形纸片的面积是 _____ cm^2 （结果用含 π 的式子表示）.



17. 关于抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 + m - 4$ （ m 是常数），下列结论正确的是 _____（填写所有正确结论的序号）.

①当 $m = 0$ 时，抛物线的对称轴是 y 轴；

②若此抛物线与 x 轴只有一个公共点，则 $m = -4$ ；

③若点 $A(m-2, y_1)$ ， $B(m+1, y_2)$ 在抛物线上，则 $y_1 < y_2$ ；

④无论 m 为何值，抛物线的顶点到直线 $y = x$ 的距离都等于 $2\sqrt{2}$.

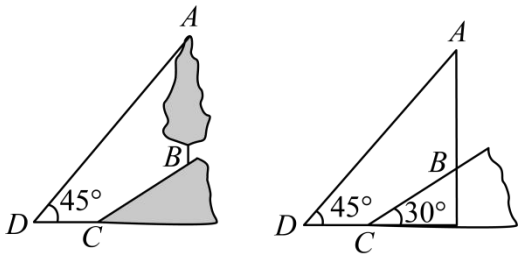
三、解答题（本题包括 9 道小题，共 69 分，每小题分值均在各题号后面标出，请在答题卡上写出解答各题的文字说明、证明过程或计算步骤）

18. 计算： $|\sqrt{3} - 2| + 2\sin 60^\circ - (-\pi)^0$.

19. 先化简，再求值： $(2a+b)(2a-b) - (a+b)(4a-b)$ ，其中 $a = -\sqrt{2}$, $b = 2$.

20. 在“综合与实践”活动课上，活动小组测量一棵杨树的高度. 如图，从 C 点测得杨树底端 B 点的仰角是 30° ， BC 长 6 米，在距离 C 点 4 米处的 D 点测得杨树顶端 A 点的仰角为 45° ，求杨树 AB 的高度（精

确到 0.1 米， AB ， BC ， CD 在同一平面内，点 C ， D 在同一水平线上. 参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$).



21. 为迎接 2024 年 5 月 26 日的科尔沁马拉松赛, 某中学七年级提前开展了一次“马拉松”历史知识测试. 七年级 600 名学生全部参加本次测试, 调查研究小组随机扎取 50 名学生的测试成绩 (百分制) 作为一个样本.

【收集数据】

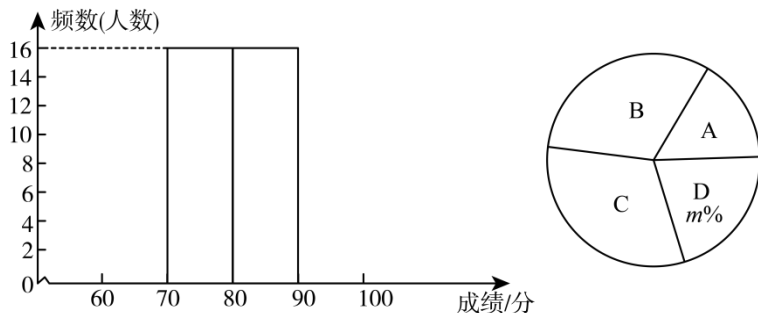
调查研究小组收集到 50 名学生的测试成绩:

60	61	62	94	73	73	85	85	87	72
63	64	70	66	74	65	67	75	76	71
94	93	84	91	76	82	83	83	92	84
80	80	82	92	91	86	77	86	88	72
70	71	93	90	81	90	74	78	81	75

【整理描述数据】

通过整理数据, 得到以下尚不完整的频数分布表, 频数分布直方图和扇形统计图:

组别	成绩分组	频数
A	$60 \leq x < 70$	a
B	$70 \leq x < 80$	16
C	$80 \leq x < 90$	16
D	$90 \leq x \leq 100$	b

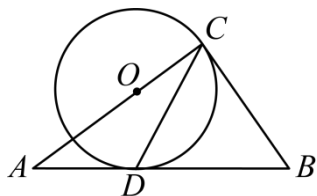


- (1) 频数分布表中 $a =$ _____, $b =$ _____, 并补全频数分布直方图;
 (2) 扇形统计图中 $m =$ _____, D 所对应的扇形的圆心角度数是 _____.

【应用数据】

- (3) 若成绩不低于 90 分为优秀, 请你估计参加这次知识测试的七年级学生中, 成绩为优秀的人数.

22. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 O 为 AC 边上一点, 以点 O 为圆心, OC 为半径作圆与 AB 相切于点 D , 连接 CD .



- (1) 求证: $\angle ABC = 2\angle ACD$;
 (2) 若 $AC = 8$, $BC = 6$, 求 $\odot O$ 的半径.

23. 某中学为加强新时代中学生劳动教育, 开辟了劳动教育实践基地. 在基地建设过程中, 需要采购煎蛋器和三明治机. 经过调查, 购买 2 台煎蛋器和 1 台三明治机需 240 元, 购买 1 台煎蛋器和 3 台三明治机需 395 元.

- (1) 求煎蛋器和三明治机每台价格各是多少元;
 (2) 学校准备采购这两种机器共 50 台, 其中要求三明治机的台数不少于煎蛋器台数的一半, 请你给出最节省费用的购买方案.

24. 【实际情境】

手工课堂上, 老师给每个制作小组发放一把花折伞和制作花折伞的材料及工具. 同学们认真观察后, 组装了花折伞的骨架, 粘贴了彩色伞面, 制作出精美的花折伞.



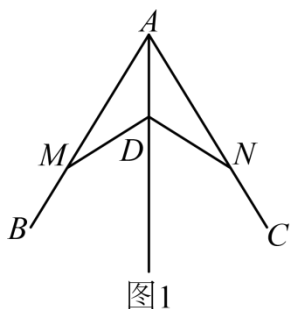


图1

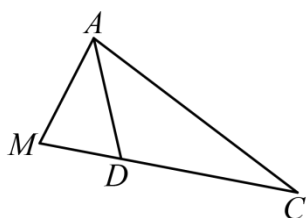


图2

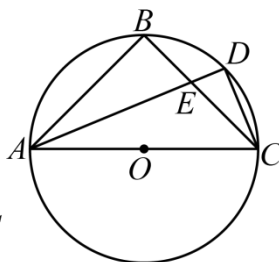


图3

【模型建立】

(1) 如图 1, 从花折伞中抽象出“伞形图”. $AM = AN$, $DM = DN$. 求证: $\angle AMD = \angle AND$.

【模型应用】

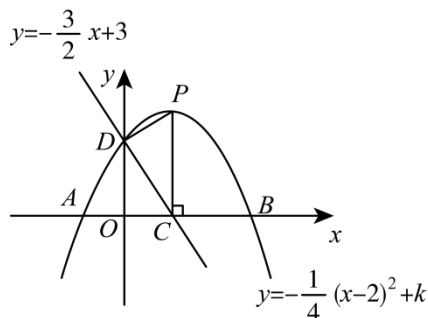
(2) 如图 2, $\triangle AMC$ 中, $\angle MAC$ 的平分线 AD 交 MC 于点 D . 请你从以下两个条件:

① $\angle AMD = 2\angle C$; ② $AC = AM + MD$ 中选择一个作为已知条件, 另一个作为结论, 并写出结论成立的证明过程. (注: 只需选择一种情况作答)

【拓展提升】

(3) 如图 3, AC 为 $\odot O$ 的直径, $\widehat{AB} = \widehat{BC}$, $\angle BAC$ 的平分线 AD 交 BC 于点 E , 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 CD . 求证: $AE = 2CD$.

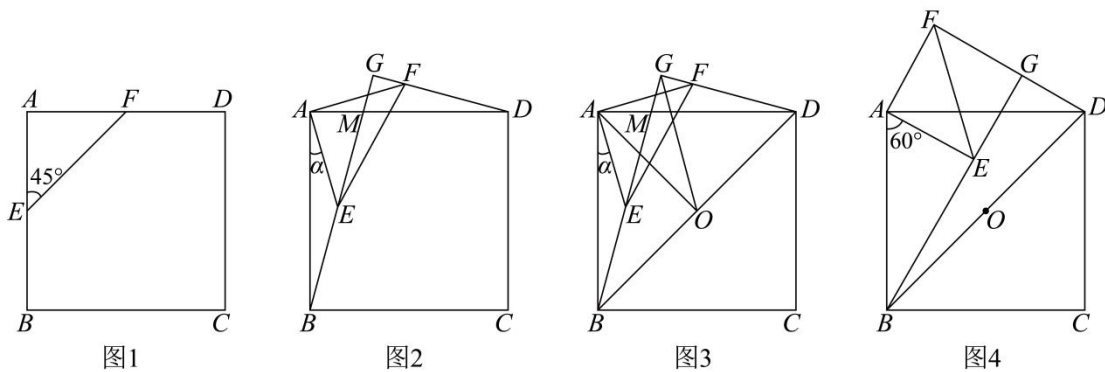
25. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 与 x 轴, y 轴分别交于点 C , D , 抛物线 $y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + k$ (k 为常数) 经过点 D 且交 x 轴于 A, B 两点.



(1) 求抛物线表示的函数解析式;

(2) 若点 P 为抛物线的顶点, 连接 AD , DP , CP . 求四边形 $ACPD$ 的面积.

26. 数学活动课上, 某小组将一个含 45° 的三角尺 AEF 利一个正方形纸板 $ABCD$ 如图 1 摆放, 若 $AE = 1$, $AB = 2$. 将三角尺 AEF 绕点 A 逆时针方向旋转 α ($0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$) 角, 观察图形的变化, 完成探究活动.



【初步探究】

如图 2，连接 BE ， DF 并延长，延长线相交于点 G ， BG 交 AD 于点 M 。

问题 1 BE 和 DF 的数量关系是_____，位置关系是_____。

【深入探究】

应用问题 1 的结论解决下面的问题。

问题 2 如图 3，连接 BD ，点 O 是 BD 的中点，连接 OA ， OG 。求证 $OA = OD = OG$ 。

【尝试应用】

问题 3 如图 4，请直接写出当旋转角 α 从 0° 变化到 60° 时，点 G 经过路线的长度。