

2024 年赤峰市初中毕业、升学统一考试试卷数学

温馨提示：

1. 本试卷卷面分值 150 分，共 8 页，考试时间 120 分钟.
2. 答题前，考生务必将姓名、座位号、考生号填写在答题卡的相应位置上，并仔细阅读答题卡上的“注意事项”.
3. 答题时，请将答案填涂在答题卡上，写在本试卷上无效.
4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题（每小题给出的选项中只有一个符合题意，请将符合题意的选项序号，在答题卡的对应位置上按要求涂黑. 每小题 3 分，共 42 分）

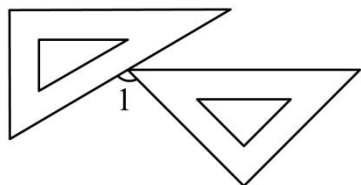
1. 在以下绿色食品、回收、节能、节水四个标志中，是轴对称图形的是（ ）



2. 央视新闻 2024 年 5 月 31 日报道，世界最大清洁能源走廊今年一季度累计发电超 52000000000 度，为我国经济社会绿色发展提供了强劲动能. 将数据 52000000000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 5.2×10^9 B. 0.52×10^{11} C. 52×10^9 D. 5.2×10^{10}

3. 将一副三角尺如图摆放，使有刻度的两条边互相平行，则 $\angle 1$ 的大小为（ ）



- A. 100° B. 105° C. 115° D. 120°

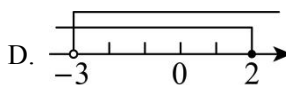
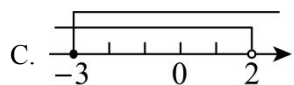
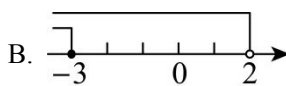
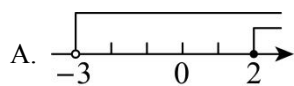
4. 下列计算正确的是（ ）

- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $(a^3)^2 = a^6$

5. 在数据收集、整理、描述的过程中，下列说法错误的是（ ）

- A. 为了解 1000 只灯泡的使用寿命，从中抽取 50 只进行检测，此次抽样的样本容量是 50
- B. 了解某校一个班级学生的身高情况，适合全面调查
- C. 了解商场的平均日营业额，选在周末进行调查，这种调查不具有代表性
- D. 甲、乙二人 10 次测试的平均分都是 96 分，且方差 $S_{\text{甲}}^2 = 2.5$ ， $S_{\text{乙}}^2 = 2.3$ ，则发挥稳定的是甲

6. 解不等式组 $\begin{cases} 3x-2 < 2x & ① \\ 2(x+1) \geq x-1 & ② \end{cases}$ 时，不等式①和不等式②的解集在数轴上表示正确的是 ()



7. 如图，是正 n 边形纸片的一部分，其中 l , m 是正 n 边形两条边的一部分，若 l , m 所在的直线相交形成的锐角为 60° ，则 n 的值是 ()



- A. 5 B. 6 C. 8 D. 10

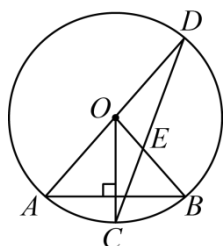
8. 某市为了解初中学生的视力情况，随机抽取 200 名初中学生进行调查，整理样本数据如下表. 根据抽样调查结果，估计该市 16000 名初中学生中，视力不低于 4.8 的人数是 ()

视力	4.7 以下	4.7	4.8	4.9	4.9 以上
人数	39	41	33	40	47

- A. 120 B. 200 C. 6960 D. 9600
9. 等腰三角形的两边长分别是方程 $x^2 - 10x + 21 = 0$ 的两个根，则这个三角形的周长为 ()

- A. 17 或 13 B. 13 或 21 C. 17 D. 13

10. 如图， AD 是 $\odot O$ 的直径， AB 是 $\odot O$ 的弦，半径 $OC \perp AB$ ，连接 CD ，交 OB 于点 E ， $\angle BOC = 42^\circ$ ，则 $\angle OED$ 的度数是 ()

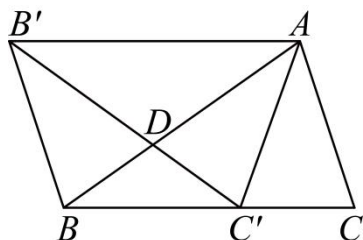


- A. 61° B. 63° C. 65° D. 67°

11. 用 1 块 A 型钢板可制成 3 块 C 型钢板和 4 块 D 型钢板；用 1 块 B 型钢板可制成 5 块 C 型钢板和 2 块 D 型钢板. 现在需要 58 块 C 型钢板、40 块 D 型钢板，问恰好用 A 型钢板、B 型钢板各多少块？如果设用 A 型钢板 x 块，用 B 型钢板 y 块，则可列方程组为 ()

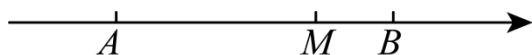
A. $\begin{cases} 3x+2y=40 \\ 4x+5y=58 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 3x+5y=40 \\ 4x+2y=58 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 3x+5y=58 \\ 4x+2y=40 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 3x+4y=58 \\ 5x+2y=40 \end{cases}$

12. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=BC=1$, $\angle C=72^\circ$. 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转得到 $\triangle AB'C'$, 点 B' 与点 B 是对应点, 点 C' 与点 C 是对应点. 若点 C' 恰好落在 BC 边上, 下列结论: ①点 B 在旋转过程中经过的路径长是 $\frac{1}{5}\pi$; ② $B'A \parallel BC$; ③ $BD=C'D$; ④ $\frac{AB}{AC} = \frac{B'B}{BD}$. 其中正确的结论是 ()



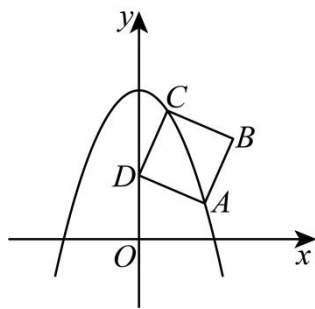
- A. ①②③④ B. ①②③ C. ①③④ D. ②④

13. 如图, 数轴上点 A , M , B 分别表示数 a , $a+b$, b , 若 $AM > BM$, 则下列运算结果一定是正数的是 ()



- A. $a+b$ B. $a-b$ C. ab D. $|a|-b$

14. 如图, 正方形 $ABCD$ 的顶点 A , C 在抛物线 $y = -x^2 + 4$ 上, 点 D 在 y 轴上. 若 A , C 两点的横坐标分别为 m , n ($m > n > 0$), 下列结论正确的是 ()



- A. $m+n=1$ B. $m-n=1$ C. $mn=1$ D. $\frac{m}{n}=1$

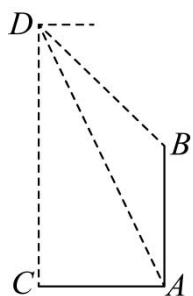
二、填空题 (请把答案填写在答题卡对应的横线上. 每小题 3 分, 共 12 分)

15. 请写出一个比 $\sqrt{5}$ 小的整数_____

16. 因式分解: $3am^2 - 3a =$ _____.

17. 综合实践课上, 航模小组用无人机测量古树 AB 的高度. 如图, 点 C 处与古树底部 A 处在同一水平面上, 且 $AC=10$ 米, 无人机从 C 处竖直上升到达 D 处, 测得古树顶部 B 的俯角为 45° , 古树底部 A 的俯角为 65° , 则古树 AB 的高度约为_____米 (结果精确到 0.1 米; 参考数据: $\sin 65^\circ \approx 0.906$, $\cos 65^\circ \approx 0.423$,

$\tan 65^\circ \approx 2.145$).



18. 编号为 A, B, C, D, E 的五台收割机, 若同时启动其中两台收割机, 收割面积相同的田地所需时间如下表:

收割机编号	A, B	B, C	C, D	D, E	A, E
所需时间 (小时)	23	19	20	22	18

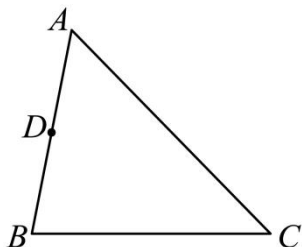
则收割最快的一台收割机编号是_____.

三、解答题 (在答题卡上解答, 答在本试卷上无效, 解答时要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤. 共 8 题, 满分 96 分)

19. (1) 计算: $\sqrt{9} + (\pi + 1)^0 + 2\sin 60^\circ + |2 - \sqrt{3}|$;

(2) 已知 $a^2 - a - 3 = 0$, 求代数式 $(a - 2)^2 + (a - 1)(a + 3)$ 的值.

20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 AB 中点.



(1) 求作: AC 的垂直平分线 l (要求: 尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹);

(2) 若 l 交 AC 于点 E , 连接 DE 并延长至点 F , 使 $EF = 2DE$, 连接 BE , CF . 补全图形, 并证明四边形 $BCFE$ 是平行四边形.

21. 某校田径队为了调动队员体育训练的积极性, 计划根据成绩情况对队员进行奖励. 为确定一个适当的业绩目标, 进行了体育成绩测试, 统计了每个队员的成绩, 数据如下:

收集数据	77	78	76	72	84	75	91	85	78	79
	82	78	76	79	91	91	76	74	75	85
	75	91	80	77	75	75	87	85	76	77

整理、描述数据

成绩/分	72	74	75	76	77	78	79	80	82	84	85	87	91
人数/人	1	1	a	4	3	3	b	1	1	1	3	1	4

分析数据样本数据的平均数、众数、中位数如下表：

平均数	众数	中位数
80	c	78

解决问题

- (1) 表格中的 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ； $c = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 分析平均数、众数、中位数这三个数据，如果想让一半左右的队员都能达到成绩目标，你认为成绩目标应定为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分，如果想确定一个较高的成绩目标，这个成绩目标应定为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 分；
- (3) 学校要从 91 分的 A, B, C, D 四名队员中，随机抽取两名队员去市里参加系统培训。请利用画树状图法或列表法，求 A, B 两名队员恰好同时被选中的概率。

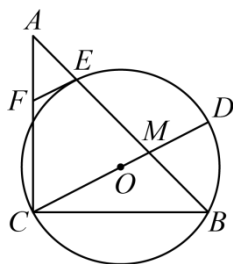
22. 一段高速公路需要修复，现有甲、乙两个工程队参与施工，已知乙队平均每天修复公路比甲队平均每天修复公路多 3 千米，且甲队单独修复 60 千米公路所需要的时间与乙队单独修复 90 千米公路所需要的时间相等。

- (1) 求甲、乙两队平均每天修复公路分别是多少千米；
- (2) 为了保证交通安全，两队不能同时施工，要求甲队的工作时间不少于乙队工作时间的 2 倍，那么 15 天的工期，两队最多能修复公路多少千米？

23. 在平面直角坐标系中，对于点 $M(x_1, y_1)$ ，给出如下定义：当点 $N(x_2, y_2)$ ，满足 $x_1 + x_2 = y_1 + y_2$ 时，称点 N 是点 M 的等和点。

- (1) 已知点 $M(1, 3)$ ，在 $N_1(4, 2)$ ， $N_2(3, -1)$ ， $N_3(0, -2)$ 中，是点 M 等和点的有 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (2) 若点 $M(3, -2)$ 的等和点 N 在直线 $y = x + b$ 上，求 b 的值；
- (3) 已知，双曲线 $y_1 = \frac{k}{x}$ 和直线 $y_2 = x - 2$ ，满足 $y_1 < y_2$ 的 x 取值范围是 $x > 4$ 或 $-2 < x < 0$ 。若点 P 在双曲线 $y_1 = \frac{k}{x}$ 上，点 P 的等和点 Q 在直线 $y_2 = x - 2$ 上，求点 P 的坐标。

24. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = BC$ ， $\odot O$ 经过 B, C 两点，与斜边 AB 交于点 E ，连接 CO 并延长交 AB 于点 M ，交 $\odot O$ 于点 D ，过点 E 作 $EF \parallel CD$ ，交 AC 于点 F 。



(1) 求证: EF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BM = 4\sqrt{2}$, $\tan \angle BCD = \frac{1}{2}$, 求 OM 的长.

25. 如图, 是某公园的一种水上娱乐项目. 数学兴趣小组对该项目中的数学问题进行了深入研究. 下面是该小组绘制的水滑道截面图, 如图 1, 人从点 A 处沿水滑道下滑至点 B 处腾空飞出后落入水池. 以地面所在的水平线为 x 轴, 过腾空点 B 与 x 轴垂直的直线为 y 轴, O 为坐标原点, 建立平面直角坐标系. 他们把水滑道和人腾空飞出后经过的路径都近似看作是抛物线的一部分. 根据测量和调查得到的数据和信息, 设计了以下三个问题, 请你解决.

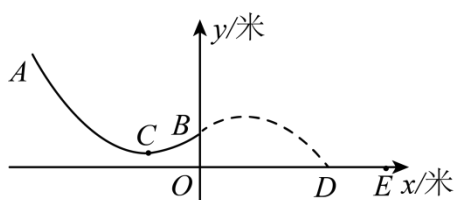


图1

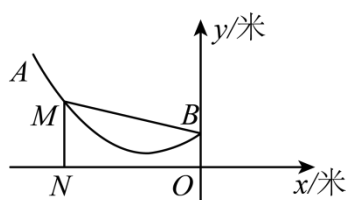


图2

(1) 如图 1, 点 B 与地面的距离为 2 米, 水滑道最低点 C 与地面的距离为 $\frac{7}{8}$ 米, 点 C 到点 B 的水平距离为 3 米, 则水滑道 ACB 所在抛物线的解析式为_____;

(2) 如图 1, 腾空点 B 与对面水池边缘的水平距离 $OE = 12$ 米, 人腾空后的落点 D 与水池边缘的安全距离 DE 不少于 3 米. 若某人腾空后的路径形成的抛物线 BD 恰好与抛物线 ACB 关于点 B 成中心对称.

①请直接写出此人腾空后的最大高度和抛物线 BD 的解析式;

②此人腾空飞出后的落点 D 是否在安全范围内? 请说明理由 (水面与地面之间的高度差忽略不计);

(3) 为消除安全隐患, 公园计划对水滑道进行加固. 如图 2, 水滑道已经有两条加固钢架, 一条是水滑道

距地面 4 米的点 M 处竖直支撑的钢架 MN ，另一条是点 M 与点 B 之间连接支撑的钢架 BM 。现在需要在水滑道下方加固一条支撑钢架，为了美观，要求这条钢架与 BM 平行，且与水滑道有唯一公共点，一端固定在钢架 MN 上，另一端固定在地面上。请你计算出这条钢架的长度（结果保留根号）。

26. 数学课上，老师给出以下条件，请同学们经过小组讨论，提出探究问题。如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D 是 AC 上的一个动点，过点 D 作 $DE \perp BC$ 于点 E ，延长 ED 交 BA 延长线于点 F 。

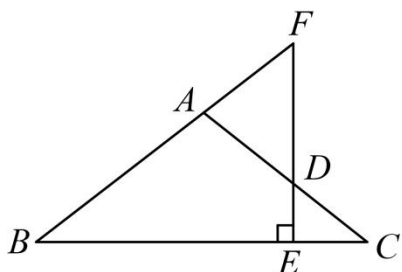


图 1

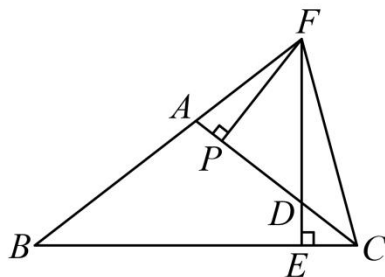


图 2

请你解决下面各组提出的问题：

(1) 求证： $AD = AF$ ；

(2) 探究 $\frac{DF}{DE}$ 与 $\frac{AD}{DC}$ 的关系；

某小组探究发现，当 $\frac{AD}{DC} = \frac{1}{3}$ 时， $\frac{DF}{DE} = \frac{2}{3}$ ；当 $\frac{AD}{DC} = \frac{4}{5}$ 时， $\frac{DF}{DE} = \frac{8}{5}$ 。

请你继续探究：

①当 $\frac{AD}{DC} = \frac{7}{6}$ 时，直接写出 $\frac{DF}{DE}$ 的值；

②当 $\frac{AD}{DC} = \frac{m}{n}$ 时，猜想 $\frac{DF}{DE}$ 的值（用含 m, n 的式子表示），并证明；

(3) 拓展应用：在图 1 中，过点 F 作 $FP \perp AC$ ，垂足为点 P ，连接 CF ，得到图 2，当点 D 运动到使 $\angle ACF = \angle ACB$ 时，若 $\frac{AD}{DC} = \frac{m}{n}$ ，直接写出 $\frac{AP}{AD}$ 的值（用含 m, n 的式子表示）。