

2024 年初中学业水平考试试卷

数 学

注意事项：

1. 本试卷共 6 页，满分 120 分。考试时间为 120 分钟。
2. 答题前，考生务必先将自己的考生号、姓名、座位号等信息填写在试卷和答题卡的指定位置。请认真核对条形码上的相关信息后，将条形码粘贴在答题卡的指定位置。
3. 答题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本大题共有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。每小题只有一个正确选项，请将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。

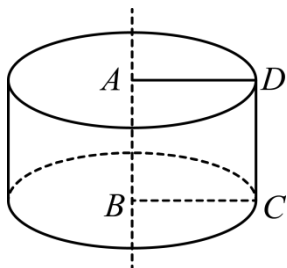
1. 计算 $\sqrt{9^2 - 6^2}$ 所得结果是 ()

- A. 3 B. $\sqrt{6}$ C. $3\sqrt{5}$ D. $\pm 3\sqrt{5}$

2. 若 m, n 互为倒数，且满足 $m + mn = 3$ ，则 n 的值为 ()

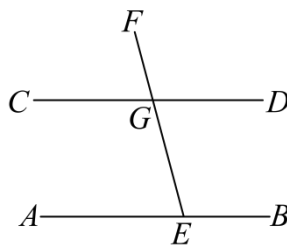
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. 4

3. 如图，正方形 $ABCD$ 边长为 2，以 AB 所在直线为轴，将正方形 $ABCD$ 旋转一周，所得圆柱的主视图的面积为 ()



- A. 8 B. 4 C. 8π D. 4π

4. 如图，直线 $AB \parallel CD$ ，点 E 在直线 AB 上，射线 EF 交直线 CD 于点 G ，则图中与 $\angle AEF$ 互补的角有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

5. 为发展学生的阅读素养，某校开设了《西游记》《三国演义》《水浒传》和《红楼梦》四个整本书阅读项

目，甲、乙两名同学都通过抽签的方式从这四个阅读项目中随机抽取一个，则他们恰好抽到同一个阅读项目的概率是（ ）

- A. $\frac{1}{16}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{4}$

6. 将抛物线 $y = x^2 + 2x$ 向下平移 2 个单位后，所得新抛物线的顶点式为（ ）

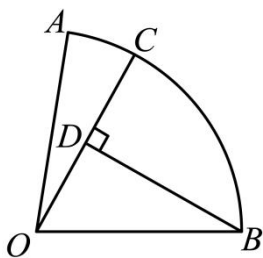
- A. $y = (x+1)^2 - 3$ B. $y = (x+1)^2 - 2$ C. $y = (x-1)^2 - 3$ D. $y = (x-1)^2 - 2$

7. 若 $2m-1$ ， m ， $4-m$ 这三个实数在数轴上所对应的点从左到右依次排列，则 m 的取值范围是（ ）

- A. $m < 2$ B. $m < 1$ C. $1 < m < 2$ D. $1 < m < \frac{5}{3}$

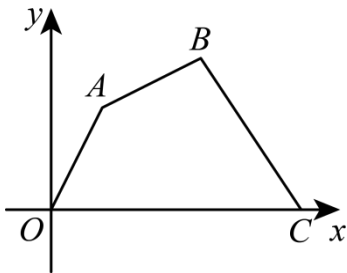
8. 如图，在扇形 AOB 中， $\angle AOB = 80^\circ$ ，半径 $OA = 3$ ， C 是 $\widehat{AB}$ 上一点，连接 OC ， D 是 OC 上一点，

且 $OD = DC$ ，连接 BD ．若 $BD \perp OC$ ，则 $\widehat{AC}$ 的长为（ ）



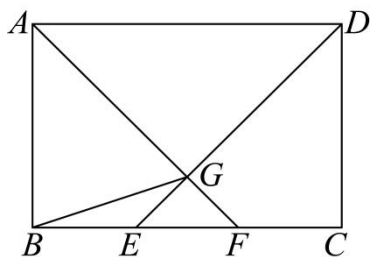
- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. π

9. 如图，在平面直角坐标系中，四边形 $OABC$ 各顶点的坐标分别是 $O(0,0)$ ， $A(1,2)$ ， $B(3,3)$ ， $C(5,0)$ ，则四边形 $OABC$ 的面积为（ ）



- A. 14 B. 11 C. 10 D. 9

10. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， E, F 是边 BC 上两点，且 $BE = EF = FC$ ，连接 DE, AF ， DE 与 AF 相交于点 G ，连接 BG ．若 $AB = 4$ ， $BC = 6$ ，则 $\sin \angle GBF$ 的值为（ ）



A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

B. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{2}{3}$

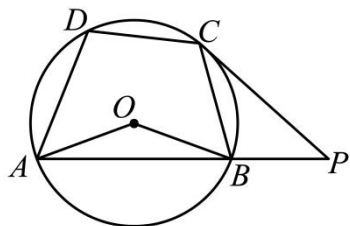
二、填空题：本大题共有 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。请将答案填在答题卡上对应的横线上。

11. 计算： $\sqrt[3]{8} + (-1)^{2024} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 已知一个 n 边形的内角和是 900° ，则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

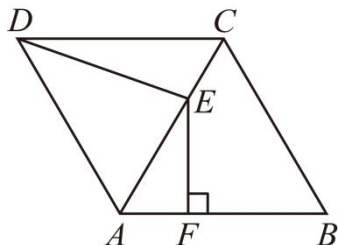
13. 在平面直角坐标系中，若一次函数的图象经过第一、二、三象限，请写出一个符合该条件的一次函数的表达式 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 如图，四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形，点 O 在四边形 $ABCD$ 内部，过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 的延长线于点 P ，连接 OA, OB 。若 $\angle AOB = 140^\circ$ ， $\angle BCP = 35^\circ$ ，则 $\angle ADC$ 的度数为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



15. 若反比例函数 $y_1 = \frac{2}{x}$ ， $y_2 = -\frac{3}{x}$ ，当 $1 \leq x \leq 3$ 时，函数 y_1 的最大值是 a ，函数 y_2 的最大值是 b ，则 $a^b = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = 60^\circ$ ， $AB = 6$ ， AC 是一条对角线， E 是 AC 上一点，过点 E 作 $EF \perp AB$ ，垂足为 F ，连接 DE 。若 $CE = AF$ ，则 DE 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



三、解答题：本大题共有 7 小题，共 72 分。请将必要的文字说明、计算过程或推理过程写在答题卡的对应位置。

17. (1) 先化简, 再求值: $(x+1)^2 - 2(x+1)$, 其中 $x = 2\sqrt{2}$.

(2) 解方程: $\frac{x-2}{x-4} - 2 = \frac{x}{x-4}$.

18. 《国家学生体质健康标准 (2014 年修订)》将九年级男生的立定跳远测试成绩分为四个等级: 优秀 ($x \geq 240$), 良好 ($225 \leq x < 240$), 及格 ($185 \leq x < 225$), 不及格 ($x < 185$), 其中 x 表示测试成绩 (单位: cm). 某校为了解本校九年级全体男生立定跳远测试的达标情况, 精准找出差距, 进行科学合理的工作规划, 整理了本校及所在区县九年级全体男生近期一次测试成绩的相关数据, 信息如下:

a. 本校测试成绩频数 (人数) 分布表:

等级	优秀	良好	及格	不及格
频数 (人数)	40	70	60	30

b. 本校测试成绩统计表:

平均数	中位数	优秀率	及格率
222.5	228	p	85%

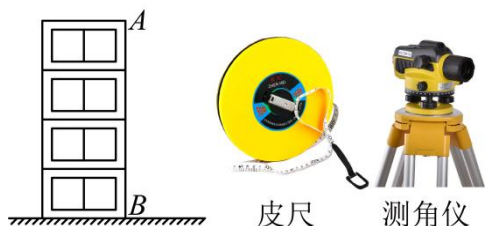
c. 本校所在区县测试成绩统计表:

平均数	中位数	优秀率	及格率
218.7	223	23%	91%

请根据所给信息, 解答下列问题:

- (1) 求出 p 的值;
- (2) 本校甲、乙两名同学本次测试成绩在本校排名 (从高到低) 分别是第 100 名、第 101 名, 甲同学的测试成绩是 230cm, 请你计算出乙同学的测试成绩是多少?
- (3) 请你结合该校所在区县测试成绩, 从平均数、中位数、优秀率和及格率四个方面中任选两个, 对该校九年级全体男生立定跳远测试的达标情况做出评价, 并为该校提出一条合理化建议.

19. 如图, 学校数学兴趣小组开展“实地测量教学楼 AB 的高度”的实践活动. 教学楼周围是开阔平整的地面, 可供使用的测量工具有皮尺、测角仪 (皮尺的功能是直接测量任意可到达的两点间的距离; 测角仪的功能是测量角的大小).



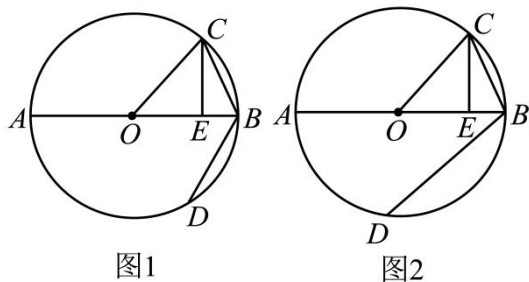
- (1) 请你设计测量教学楼 AB 的高度的方案，方案包括画出测量平面图，把应测数据标记在所画的图形上（测出的距离用 m, n 等表示，测出的角用 α, β 等表示），并对设计进行说明；
- (2) 根据你测量的数据，计算教学楼 AB 的高度（用字母表示）.

20. 图是 1 个碗和 4 个整齐叠放成一摞的碗的示意图，碗的规格都是相同的. 小亮尝试结合学习函数的经验，探究整齐叠放成一摞的这种规格的碗的总高度 y （单位：cm）随着碗的数量 x （单位：个）的变化规律. 下表是小亮经过测量得到的 y 与 x 之间的对应数据：

x / 个	1	2	3	4
y / cm	6	8.4	10.8	13.2



- (1) 依据小亮测量的数据，写出 y 与 x 之间的函数表达式，并说明理由；
- (2) 若整齐叠放成一摞的这种规格的碗的总高度不超过 28.8cm ，求此时碗的数量最多为多少个？
21. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， BC, BD 是 $\odot O$ 的两条弦，点 C 与点 D 在 AB 的两侧， E 是 OB 上一点（ $OE > BE$ ），连接 OC, CE ，且 $\angle BOC = 2\angle BCE$.



- (1) 如图 1，若 $BE = 1$ ， $CE = \sqrt{5}$ ，求 $\odot O$ 的半径；
- (2) 如图 2，若 $BD = 2OE$ ，求证： $BD \parallel OC$.（请用两种证法解答）
22. 如图，在 $ABCD$ 中， $\angle ABC$ 为锐角，点 E 在边 AD 上，连接 BE, CE ，且 $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle DCE}$.

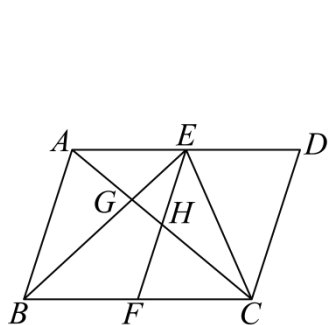


图1

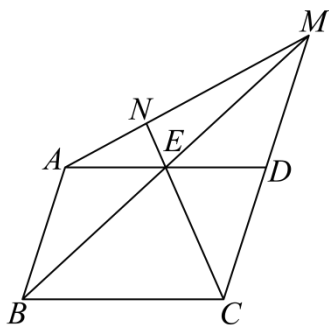


图2

(1) 如图 1, 若 F 是边 BC 的中点, 连接 EF , 对角线 AC 分别与 BE, EF 相交于点 G, H .

①求证: H 是 AC 的中点;

②求 $AG:GH:HC$;

(2) 如图 2, BE 的延长线与 CD 的延长线相交于点 M , 连接 AM , CE 的延长线与 AM 相交于点 N . 试探究线段 AM 与线段 AN 之间的数量关系, 并证明你的结论.

23. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = -2x^2 + bx + c$ 与 x 轴相交于 $A(1, 0)$, B 两点 (点 A 在点 B 左侧), 顶点为 $M(2, d)$, 连接 AM .

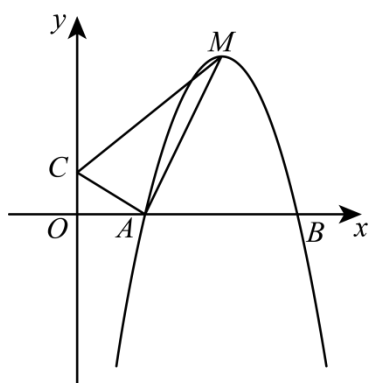


图1

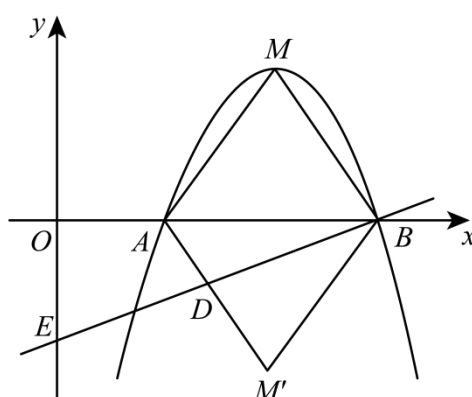


图2

(1) 求该抛物线的函数表达式;

(2) 如图 1, 若 C 是 y 轴正半轴上一点, 连接 AC, CM . 当点 C 的坐标为 $(0, \frac{1}{2})$ 时, 求证: $\angle ACM = \angle BAM$;

(3) 如图 2, 连接 BM , 将 $\triangle ABM$ 沿 x 轴折叠, 折叠后点 M 落在第四象限的点 M' 处, 过点 B 的直线与线段 AM' 相交于点 D , 与 y 轴负半轴相交于点 E . 当 $\frac{BD}{DE} = \frac{8}{7}$ 时, $3S_{\triangle ABD}$ 与 $2S_{\triangle MBD}$ 是否相等? 请说明理由.