

黑龙江省龙东地区 2023 年初中毕业学业统一考试

数学试题

考生注意：

1. 考试时间 120 分钟

2. 全卷共三道大题，总分 120 分

一、选择题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 下列运算正确的是（ ）

A. $(-2a)^2 = -4a^2$

B. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

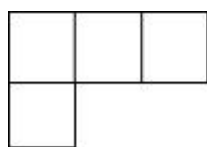
C. $(-m+2)(-m-2) = m^2 - 4$

D. $(a^5)^2 = a^7$

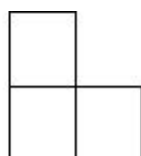
2. 下列新能源汽车标志图案中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）



3. 一个几何体由若干大小相同的小正方体组成，它的俯视图和左视图如图所示，那么组成该几何体所需小正方体的个数最少为（ ）



俯视图



左视图

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

4. 已知一组数据 $1, 0, -3, 5, x, 2, -3$ 的平均数是 1，则这组数据的众数是（ ）

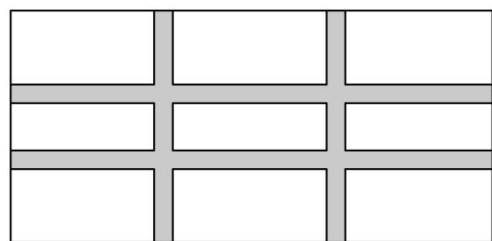
A. -3

B. 5

C. -3 和 5

D. 1 和 3

5. 如图，在长为 100m，宽为 50m 的矩形空地上修筑四条宽度相等的小路，若余下的部分全部种上花卉，且花圃的面积是 3600m^2 ，则小路的宽是（ ）



A. 5m

B. 70m

C. 5m 或 70m

D. 10m

6. 已知关于 x 的分式方程 $\frac{m}{x-2} + 1 = \frac{x}{2-x}$ 的解是非负数，则 m 的取值范围是 ()

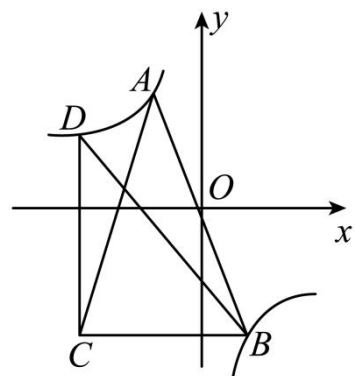
- A. $m \leq 2$ B. $m \geq 2$ C. $m \leq 2$ 且 $m \neq -2$ D. $m < 2$ 且 $m \neq -2$

7. 某社区为了打造“书香社区”，丰富小区居民的业余文化生活，计划出资 500 元全部用于采购 A, B, C 三种图书，A 种每本 30 元，B 种每本 25 元，C 种每本 20 元，其中 A 种图书至少买 5 本，最多买 6 本（三种图书都要买），此次采购的方案有 ()

- A. 5 种 B. 6 种 C. 7 种 D. 8 种

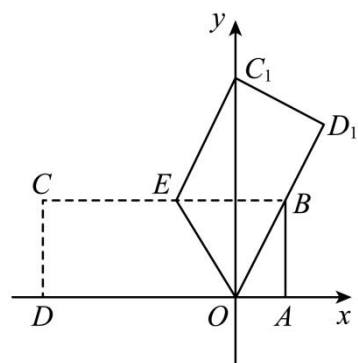
8. 如图， $\triangle ABC$ 是等腰三角形，AB 过原点 O，底边 $BC \parallel x$ 轴，双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 过 A, B 两点，过点 C 作

$CD \parallel y$ 轴交双曲线于点 D，若 $S_{\triangle BCD} = 12$ ，则 k 的值是 ()



- A. -6 B. -12 C. $-\frac{9}{2}$ D. -9

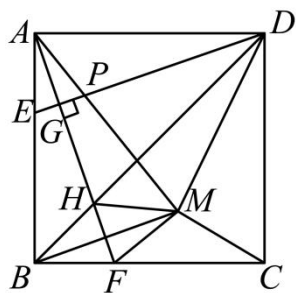
9. 如图，在平面直角坐标中，矩形 ABCD 的边 $AD = 5$, $OA:OD = 1:4$ ，将矩形 ABCD 沿直线 OE 折叠到如图所示的位置，线段 OD_1 恰好经过点 B，点 C 落在 y 轴的点 C_1 位置，点 E 的坐标是 ()



- A. (1, 2) B. (-1, 2) C. $(\sqrt{5}-1, 2)$ D. $(1-\sqrt{5}, 2)$

10. 如图，在正方形 ABCD 中，点 E, F 分别是 AB, BC 上的动点，且 $AF \perp DE$ ，垂足为 G，将 $\triangle ABF$ 沿 AF 翻折，得到 $\triangle AMF$ ，AM 交 DE 于点 P，对角线 BD 交 AF 于点 H，连接 HM, CM, DM, BM，下列结论正确的是：① $AF = DE$ ；② $BM \parallel DE$ ；③若 $CM \perp FM$ ，则四边形 BHMF 是菱形；④当点 E 运动

到 AB 的中点, $\tan \angle BHF = 2\sqrt{2}$; ⑤ $EP \cdot DH = 2AG \cdot BH$. ()



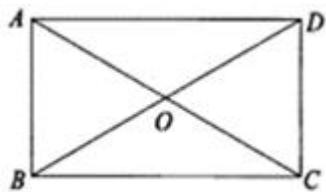
- A. ①②③④⑤ B. ①②③⑤ C. ①②③ D. ①②⑤

二、填空题 (每小题 3 分, 共 30 分)

11. 据交通运输部信息显示: 2023 年“五一”假期第一天, 全国营运性客运量约 5699 万人次, 将 5699 万用科学记数法表示为_____.

12. 函数 $y = \sqrt{x+3}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

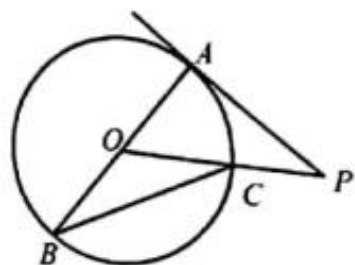
13. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中对角线 AC , BD 交于点 O , 请添加一个条件_____, 使矩形 $ABCD$ 是正方形 (填一个即可)



14. 一个不透明的袋子中装有 3 个红球和 2 个白球, 这些小球除标号外完全相同, 随机摸出两个小球, 恰好是一红一白的概率是_____.

15. 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x+5 > 0 \\ x-m \leq 1 \end{cases}$ 有 3 个整数解, 则实数 m 的取值范围是_____.

16. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, PA 切 $\odot O$ 于点 A , PO 交 $\odot O$ 于点 C , 连接 BC , 若 $\angle B = 28^\circ$, 则 $\angle P =$ _____ $^\circ$.



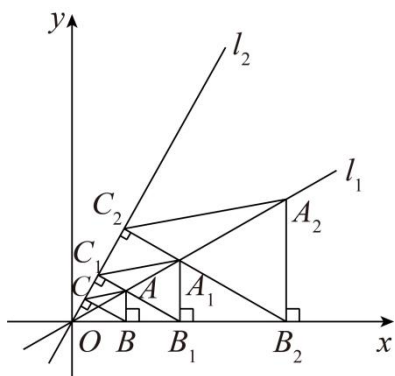
17. 已知圆锥的母线长 13cm , 侧面积 $65\pi\text{cm}^2$, 则这个圆锥的高是_____ cm .

18. 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle BAC = 30^\circ$, $CB = 2$, 点 E 是斜边 AB 的中点, 把 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转,

得 $\text{Rt}\triangle AFD$ ，点 C ，点 B 旋转后的对应点分别是点 D ，点 F ，连接 CF ， EF ， CE ，在旋转的过程中， $\triangle CEF$ 面积的最大值是_____.

19. 矩形 $ABCD$ 中， $AB=3$ ， $AD=9$ ，将矩形 $ABCD$ 沿过点 A 的直线折叠，使点 B 落在点 E 处，若 $\triangle ADE$ 是直角三角形，则点 E 到直线 BC 的距离是_____.

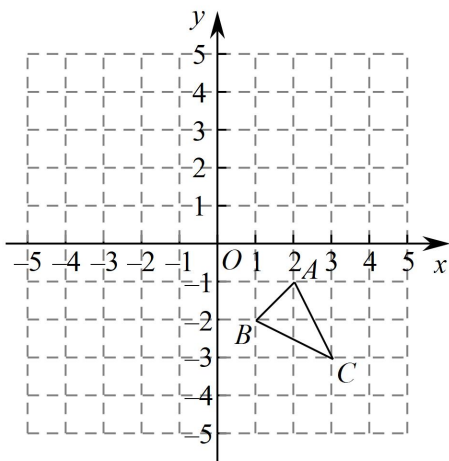
20. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 的顶点 A 在直线 $l_1: y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$ 上，顶点 B 在 x 轴上， AB 垂直 x 轴，且 $OB = 2\sqrt{2}$ ，顶点 C 在直线 $l_2: y = \sqrt{3}x$ 上， $BC \perp l_2$ ；过点 A 作直线 l_2 的垂线，垂足为 C_1 ，交 x 轴于 B_1 ，过点 B_1 作 A_1B_1 垂直 x 轴，交 l_1 于点 A_1 ，连接 A_1C_1 ，得到第一个 $\triangle A_1B_1C_1$ ；过点 A_1 作直线 l_2 的垂线，垂足为 C_2 ，交 x 轴于 B_2 ，过点 B_2 作 A_2B_2 垂直 x 轴，交 l_1 于点 A_2 ，连接 A_2C_2 ，得到第二个 $\triangle A_2B_2C_2$ ；如此下去，……，则 $\triangle A_{2023}B_{2023}C_{2023}$ 的面积是_____.



三、解答题（满分 60 分）

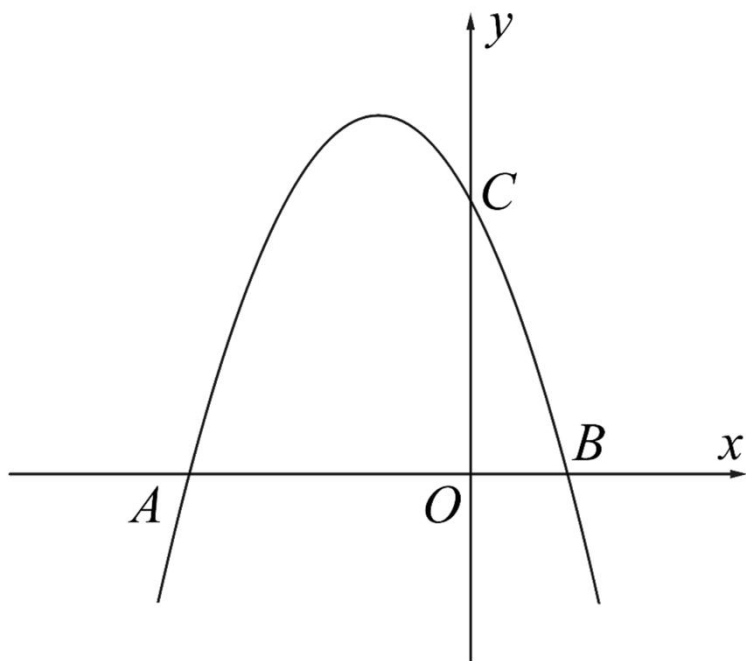
21. 先化简，再求值： $\left(1 - \frac{2}{m+1}\right) \div \frac{m^2 - 2m + 1}{m^2 - m}$ ，其中 $m = \tan 60^\circ - 1$.

22. 如图，在平面直角坐标系中，已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点坐标分别是 $A(2, -1)$ ， $B(1, -2)$ ， $C(3, -3)$.

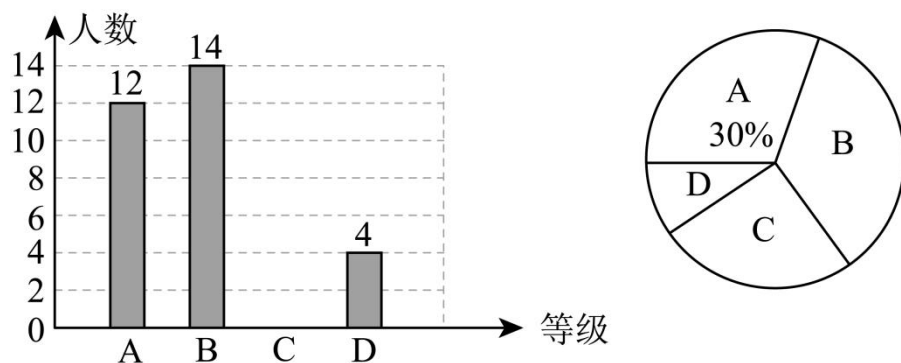


- (1) 将 $\triangle ABC$ 向上平移 4 个单位，再向右平移 1 个单位，得到 $\triangle A_1B_1C_1$ ，请画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 。
- (2) 请画出 $\triangle ABC$ 关于 y 轴对称的 $\triangle A_2B_2C_2$ 。
- (3) 将 $\triangle A_2B_2C_2$ 着原点 O 顺时针旋转 90° ，得到 $\triangle A_3B_3C_3$ ，求线段 A_2C_2 在旋转过程中扫过的面积（结果保留 π ）。

23. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 与 x 轴交于 $A(-3, 0)$, $B(1, 0)$ 两点，交 y 轴于点 C 。

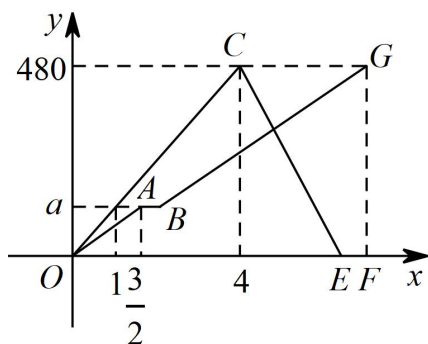


- (1) 求抛物线的解析式。
- (2) 抛物线上是否存在一点 P ，使得 $S_{\triangle PBC} = \frac{1}{2}S_{\triangle ABC}$ ，若存在，请直接写出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。
24. 某中学开展主题为“垃圾分类，绿色生活”的宣传活动，为了解学生对垃圾分类知识的掌握情况，该校团委在校园内随机抽取了部分学生进行问卷调在，将他们的得分按 A ：优秀， B ：良好， C ：合格， D ：不合格四个等级进行统计，并绘制了如下不完整的条形统计图和扇形统计图。



- (1) 这次学校抽查的学生人数是_____人；
- (2) 将条形图补充完整；
- (3) 扇形统计图中 C 组对应的扇形圆心角度数是_____°；
- (4) 如果该校共有 2200 人，请估计该校不合格的人数.

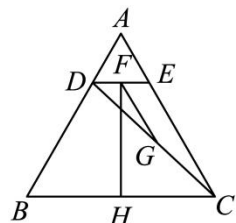
25. 已知甲、乙两地相距 480km，一辆出租车从甲地出发往返于甲乙两地，一辆货车沿同一条公路从乙地前往甲地，两车同时出发，货车途经服务区时，停下来装完货物后，发现此时与出租车相距 120km，货车继续出发 $\frac{2}{3}h$ 后与出租车相遇. 出租车到达乙地后立即按原路返回，结果比货车早 15 分钟到达甲地. 如图是两车距各自出发地的距离 $y(km)$ 与货车行驶时间 $x(h)$ 之间的函数图象，结合图象回答下列问题：



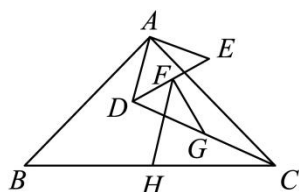
- (1) 图中 a 的值是_____；
- (2) 求货车装完货物后驶往甲地的过程中，距其出发地的距离 $y(km)$ 与行驶时间 $x(h)$ 之间的函数关系式；
- (3) 直接写出在出租车返回的行驶过程中，货车出发多长时间与出租车相距 12km.

26. 如图①， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 是等边三角形，连接 DC ，点 F, G, H 分别是 DE, DC 和 BC 的中点，连接 FG, FH . 易证： $FH = \sqrt{3}FG$.

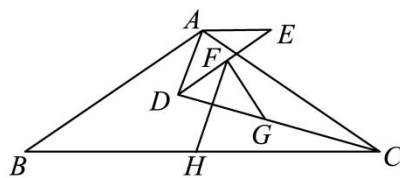
若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等腰直角三角形，且 $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ ，如图②：若 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等腰三角形，且 $\angle BAC = \angle DAE = 120^\circ$ ，如图③：其他条件不变，判断 FH 和 FG 之间的数量关系，写出你的猜想，并利用图②或图③进行证明.



图①



图②



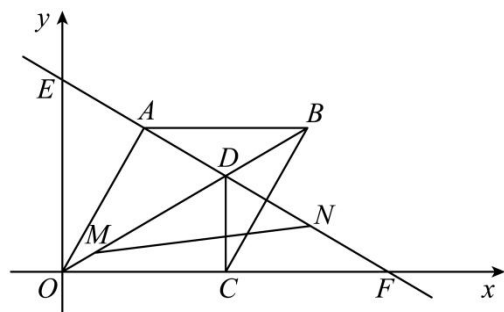
图③

27. 2023 年 5 月 30 日上午 9 点 31 分，神舟十六号载人飞船在酒泉发射中心发射升空，某中学组织毕业班的同学到当地电视台演播大厅观看现场直播，学校准备为同学们购进 A, B 两款文化衫，每件 A 款文化衫比每

件 B 款文化衫多 10 元，用 500 元购进 A 款和用 400 元购进 B 款的文化衫的数量相同。

- (1) 求 A 款文化衫和 B 款文化衫每件各多少元？
- (2) 已知毕业班的同学一共有 300 人，学校计划用不多于 14800 元，不少于 14750 元购买文化衫，求有几种购买方案？
- (3) 在实际购买时，由于数量较多，商家让利销售， A 款七折优惠， B 款每件让利 m 元，采购人员发现 (2) 中的所有购买方案所需资金恰好相同，试求 m 值。

28. 如图，在平面直角坐标系中，菱形 $AOCB$ 的边 OC 在 x 轴上， $\angle AOC = 60^\circ$ ， OC 的长是一元二次方程 $x^2 - 4x - 12 = 0$ 的根，过点 C 作 x 轴的垂线，交对角线 OB 于点 D ，直线 AD 分别交 x 轴和 y 轴于点 F 和点 E ，动点 M 从点 O 以每秒 1 个单位长度的速度沿 OD 向终点 D 运动，动点 N 从点 F 以每秒 2 个单位长度的速度沿 FE 向终点 E 运动。两点同时出发，设运动时间为 t 秒。



- (1) 求直线 AD 的解析式。
- (2) 连接 MN ，求 $\triangle MDN$ 的面积 S 与运动时间 t 的函数关系式。
- (3) 点 N 在运动的过程中，在坐标平面内是否存在一点 Q ，使得以 A, C, N, Q 为顶点的四边形是矩形。若存在，直接写出点 Q 的坐标，若不存在，说明理由。

