

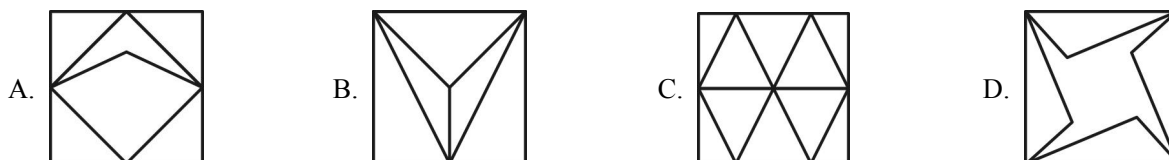
二〇二三年绥化市初中毕业学业考试数学试题

考生注意：

1. 考试时间 120 分钟
2. 本试题共三道大题，28 个小题
3. 所有答案都必须写在答题卡上所对应的题号后的指定区域内

一、单选题

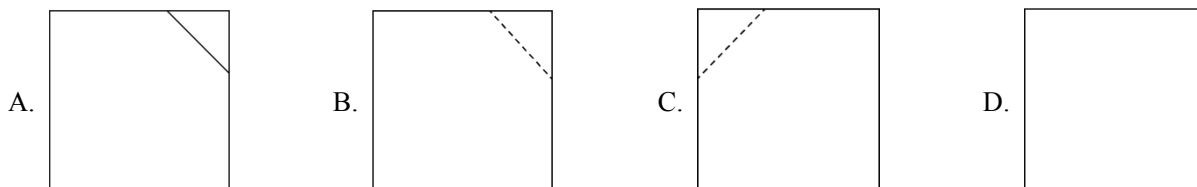
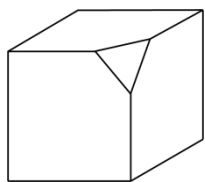
1. 下列图形中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



2. 计算
- $|-5| + 2^0$
- 的结果是（ ）

- A. -3 B. 7 C. -4 D. 6

3. 如图是一个正方体，被切去一角，则其左视图是（ ）



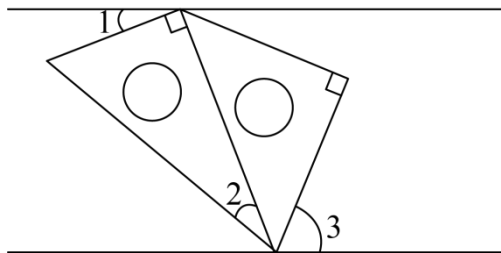
4. 纳米是非常小的长度单位，
- $1\text{nm} = 0.000000001\text{m}$
- ，把
- 0.000000001
- 用科学记数法表示为（ ）

- A. 1×10^{-9} B. 1×10^{-8} C. 1×10^8 D. 1×10^9

5. 下列计算中，结果正确的是（ ）

- A. $(-pq)^3 = p^3q^3$ B. $x \cdot x^3 + x^2 \cdot x^2 = x^8$ C. $\sqrt{25} = \pm 5$ D. $(a^2)^3 = a^6$

6. 将一副三角板按下图所示摆放在一组平行线内，
- $\angle 1 = 25^\circ$
- ，
- $\angle 2 = 30^\circ$
- ，则
- $\angle 3$
- 的度数为（ ）

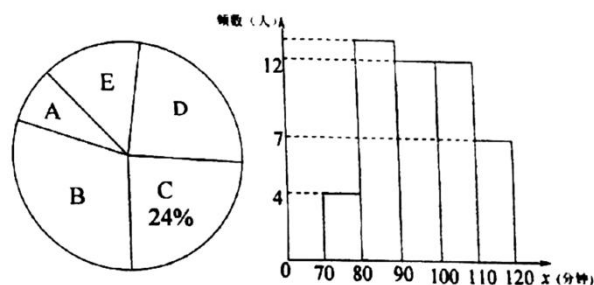


- A. 55° B. 65° C. 70° D. 75°

7. 下列命题中叙述正确的是 ()

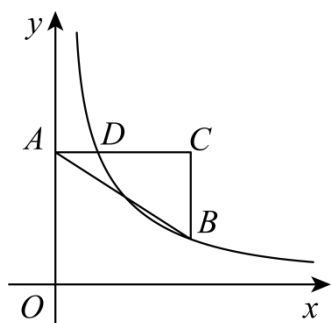
- A. 若方差 $s_{甲}^2 > s_{乙}^2$ ，则甲组数据的波动较小
- B. 直线外一点到这条直线的垂线段，叫做点到直线的距离
- C. 三角形三条中线的交点叫做三角形的内心
- D. 角的内部到角的两边的距离相等的点在角的平分线上

8. 绥化市举办了2023年半程马拉松比赛，赛后随机抽取了部分参赛者的成绩（单位：分钟），并制作了如下的参赛者成绩组别表、扇形统计图和频数分布直方图。则下列说法正确的是 ()



组别	参赛者成绩
A	$70 \leq x < 80$
B	$80 \leq x < 90$
C	$90 \leq x < 100$
D	$100 \leq x < 110$
E	$110 \leq x < 120$

- A. 该组数据的样本容量是 50 人
 - B. 该组数据的中位数落在 90~100 这一组
 - C. 90~100 这组数据的组中值是 96
 - D. 110~120 这组数据对应的扇形统计图的圆心角度数为 51°
9. 在平面直角坐标系中，点 A 在 y 轴的正半轴上，AC 平行于 x 轴，点 B, C 的横坐标都是 3， $BC = 2$ ，点 D 在 AC 上，且其横坐标为 1，若反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图像经过点 B, D，则 k 的值是 ()

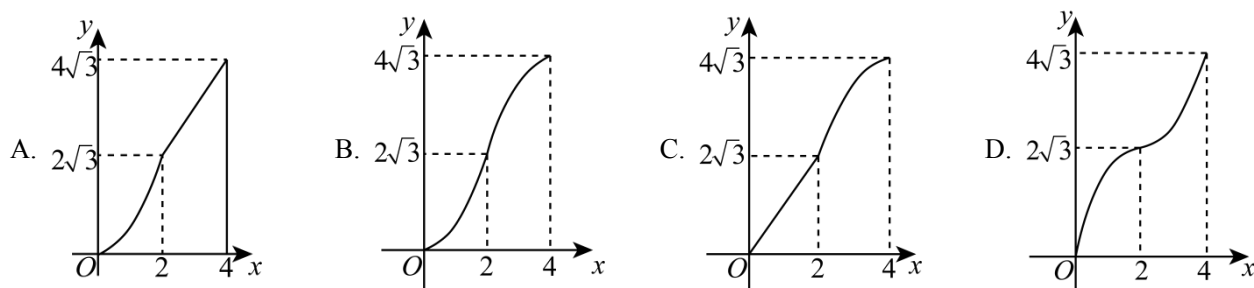
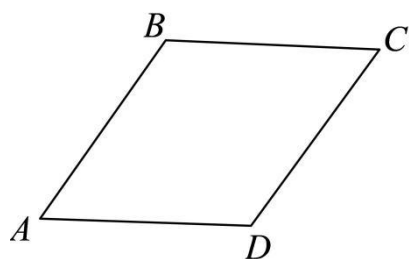


- A. 1 B. 2 C. 3 D. $\frac{3}{2}$

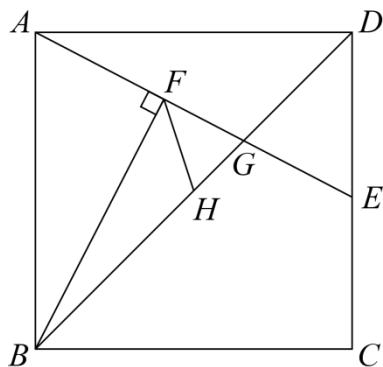
10. 某运输公司，运送一批货物，甲车每天运送货物总量的 $\frac{1}{4}$ ．在甲车运送 1 天货物后，公司增派乙车运送货物，两车又共同运送货物 $\frac{1}{2}$ 天，运完全部货物．求乙车单独运送这批货物需多少天？设乙车单独运送这批货物需 x 天，由题意列方程，正确的是（ ）

- A. $\frac{1}{4} + \frac{1}{2x} = 1$ B. $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{x} \right) = 1$
C. $\frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{x} = 1$ D. $\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) \frac{1}{x} = 1$

11. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $AB = 4$ ，动点 M ， N 同时从 A 点出发，点 M 以每秒 2 个单位长度沿折线 $A-B-C$ 向终点 C 运动；点 N 以每秒 1 个单位长度沿线段 AD 向终点 D 运动，当其中一点运动至终点时，另一点随之停止运动．设运动时间为 x 秒， $\triangle AMN$ 的面积为 y 个平方单位，则下列正确表示 y 与 x 函数关系的图象是（ ）



12. 如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 E 为边 CD 的中点，连接 AE ，过点 B 作 $BF \perp AE$ 于点 F ，连接 BD 交 AE 于点 G ， FH 平分 $\angle BFG$ 交 BD 于点 H ．则下列结论中，正确的个数为（ ）



① $AB^2 = BF \cdot AE$; ② $S_{\triangle BGF} : S_{\triangle BAF} = 2 : 3$; ③ 当 $AB = a$ 时, $BD^2 - BD \cdot HD = a^2$

A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

二、填空题

13. 因式分解: $x^2 + xy - xz - yz =$ _____.

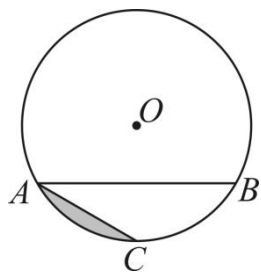
14. 若式子 $\frac{\sqrt{x+5}}{x}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

15. 在 4 张完全相同的卡片上, 分别标出 1, 2, 3, 4, 从中随机抽取 1 张后, 放回再混合在一起. 再随机抽取一张, 那么第二次抽取卡片上的数字能够整除第一次抽取卡片上的数字的概率是_____.

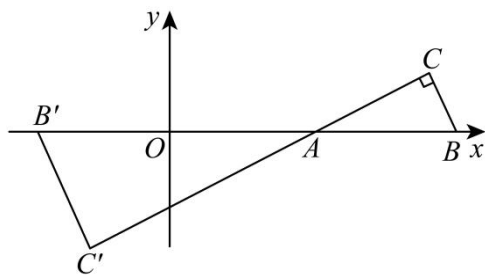
16. 已知一元二次方程 $x^2 + x = 5x + 6$ 的两根为 x_1 与 x_2 , 则 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的值为_____.

17. 化简: $\left(\frac{x+2}{x^2-2x} - \frac{x-1}{x^2-4x+4} \right) \div \frac{x-4}{x^2-2x} =$ _____.

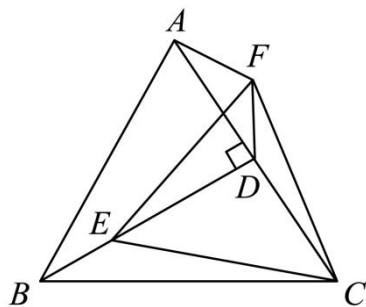
18. 如图, $\odot O$ 的半径为 2 cm, AB 为 $\odot O$ 的弦, 点 C 为 $\widehat{AB}$ 上的一点, 将 $\widehat{AB}$ 沿弦 AB 翻折, 使点 C 与圆心 O 重合, 则阴影部分的面积为_____. (结果保留 π 与根号)



19. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 与 $\triangle AB'C'$ 的相似比为 1:2, 点 A 是位似中心, 已知点 $A(2,0)$, 点 $C(a,b)$, $\angle C = 90^\circ$. 则点 C' 的坐标为_____. (结果用含 a , b 的式子表示)



20. 如图, $\triangle ABC$ 是边长为 6 的等边三角形, 点 E 为高 BD 上的动点. 连接 CE , 将 CE 绕点 C 顺时针旋转 60° 得到 CF . 连接 AF , EF , DF , 则 $\triangle CDF$ 周长的最小值是_____.



21. 在求 $1+2+3+\cdots+100$ 的值时, 发现: $1+100=101$, $2+99=101\cdots$, 从而得到

$1+2+3+\cdots+100=101\times 50=5050$. 按此方法可解决下面问题. 图 (1) 有 1 个三角形, 记作 $a_1=1$; 分

别连接这个三角形三边中点得到图 (2), 有 5 个三角形, 记作 $a_2=5$; 再分别连接图 (2) 中间的小三角形

三边中点得到图 (3), 有 9 个三角形, 记作 $a_3=9$; 按此方法继续下去, 则

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=$ _____. (结果用含 n 的代数式表示)

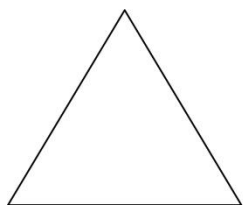


图 (1)

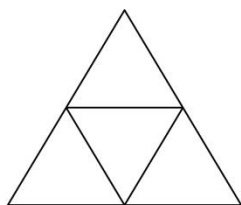


图 (2)

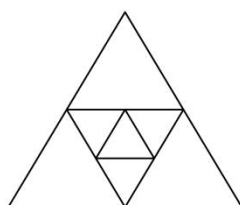


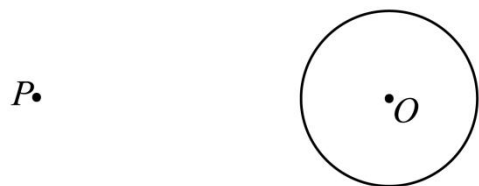
图 (3)

.....

22. 已知等腰 $\triangle ABC$, $\angle A=120^\circ$, $AB=2$. 现将 $\triangle ABC$ 以点 B 为旋转中心旋转 45° , 得到 $\triangle A'BC'$, 延长 $C'A'$ 交直线 BC 于点 D . 则 $A'D$ 的长度为_____.

三、解答题

23. 已知: 点 P 是 $\odot O$ 外一点.

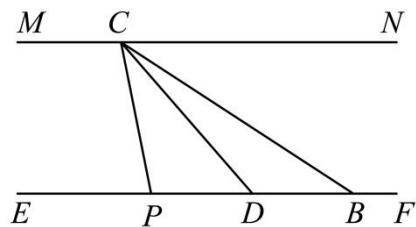


(1) 尺规作图: 如图, 过点 P 作出 $\odot O$ 的两条切线 PE , PF , 切点分别为点 E 、点 F . (保留作图痕迹,

不要求写作法和证明)

(2) 在 (1) 的条件下, 若点 D 在 $\odot O$ 上 (点 D 不与 E, F 两点重合), 且 $\angle EPF = 30^\circ$. 求 $\angle EDF$ 的度数.

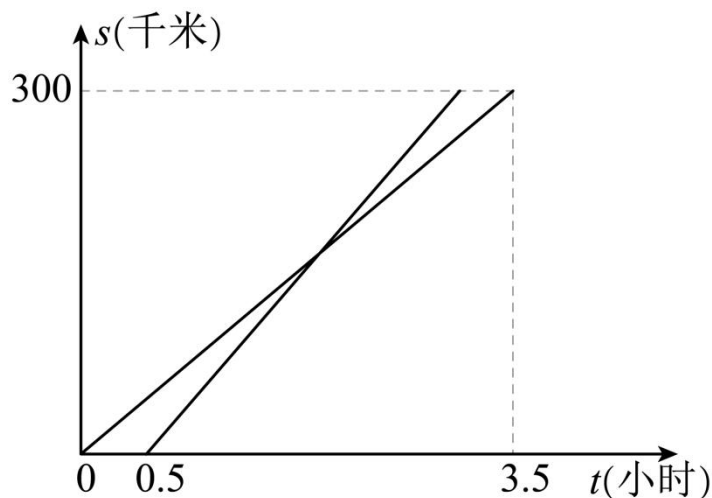
24. 如图, 直线 MN 和 EF 为河的两岸, 且 $MN \parallel EF$, 为了测量河两岸之间的距离, 某同学在河岸 FE 的 B 点测得 $\angle CBE = 30^\circ$, 从 B 点沿河岸 FE 的方向走 40 米到达 D 点, 测得 $\angle CDE = 45^\circ$.



(1) 求河两岸之间的距离是多少米? (结果保留根号)

(2) 若从 D 点继续沿 DE 的方向走 $(12\sqrt{3} + 12)$ 米到达 P 点. 求 $\tan \angle CPE$ 的值.

25. 某校组织师生参加夏令营活动, 现准备租用 A、B 两型客车 (每种型号的客车至少租用一辆). A 型车每辆租金 500 元, B 型车每辆租金 600 元. 若 5 辆 A 型和 2 辆 B 型车坐满后共载客 310 人; 3 辆 A 型和 4 辆 B 型车坐满后共载客 340 人.



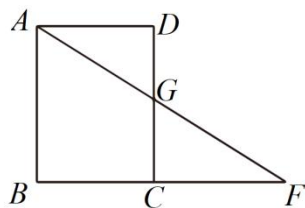
(1) 每辆 A 型车、B 型车坐满后各载客多少人?

(2) 若该校计划租用 A 型和 B 型两种客车共 10 辆, 总租金不高于 5500 元, 并将全校 420 人载至目的地. 该校有几种租车方案? 哪种租车方案最省钱?

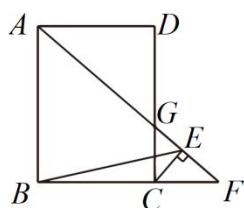
(3) 在这次活动中, 学校除租用 A、B 两型客车外, 又派出甲、乙两辆器材运输车. 已知从学校到夏令营目的地的路程为 300 千米, 甲车从学校出发 0.5 小时后, 乙车才从学校出发, 却比甲车早 0.5 小时到达目的地. 下图是两车离开学校的路程 s (千米) 与甲车行驶的时间 t (小时) 之间的函数图象. 根据图象信息, 求甲乙两车第一次相遇后, t 为何值时两车相距 25 千米.

26. 已知: 四边形 $ABCD$ 为矩形, $AB = 4$, $AD = 3$, 点 F 是 BC 延长线上的一个动点 (点 F 不与点 C 重

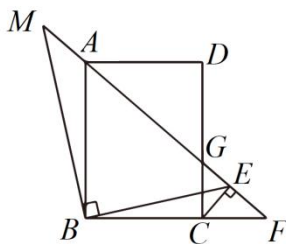
合). 连接 AF 交 CD 于点 G .



图一



图二



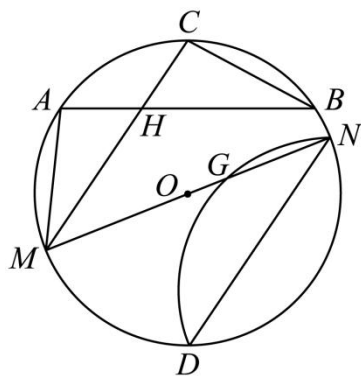
图三

(1) 如图一, 当点 G 为 CD 的中点时, 求证: $\triangle ADG \cong \triangle FCG$.

(2) 如图二, 过点 C 作 $CE \perp AF$, 垂足为 E . 连接 BE , 设 $BF = x$, $CE = y$. 求 y 关于 x 的函数关系式.

(3) 如图三, 在 (2) 的条件下, 过点 B 作 $BM \perp BE$, 交 FA 的延长线于点 M . 当 $CF = 1$ 时, 求线段 BM 的长.

27. 如图, MN 为 $\odot O$ 的直径, 且 $MN = 15$, MC 与 ND 为圆内的一组平行弦, 弦 AB 交 MC 于点 H . 点 A 在 MC 上, 点 B 在 NC 上, $\angle OND + \angle AHM = 90^\circ$.

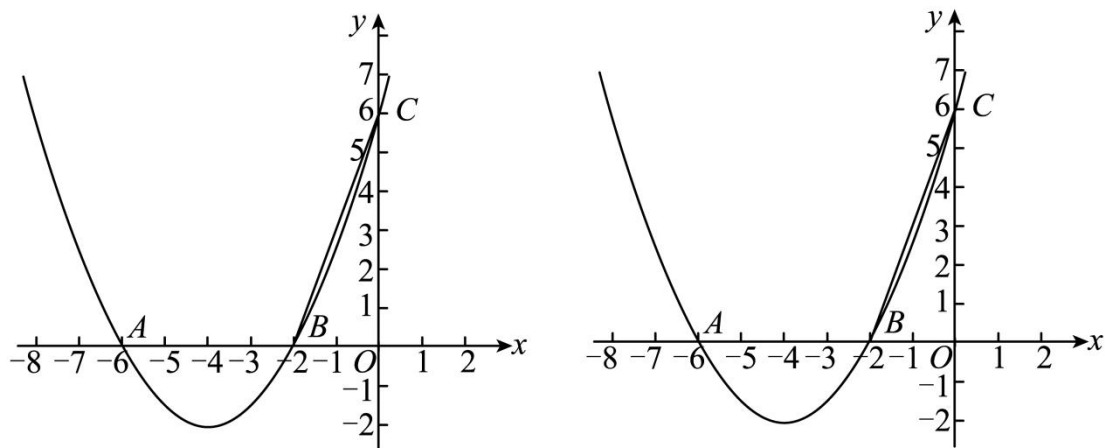


(1) 求证: $MH \cdot CH = AH \cdot BH$.

(2) 求证: $\widehat{AC} = \widehat{BC}$.

(3) 在 $\odot O$ 中, 沿弦 ND 所在的直线作劣弧 $\widehat{ND}$ 的轴对称图形, 使其交直径 MN 于点 G . 若 $\sin \angle CMN = \frac{3}{5}$, 求 NG 的长.

28. 如图, 抛物线 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 的图象经过 $A(-6, 0)$, $B(-2, 0)$, $C(0, 6)$ 三点, 且一次函数 $y = kx + 6$ 的图象经过点 B .



- (1) 求抛物线和一次函数的解析式.
- (2) 点 E , F 为平面内两点, 若以 E , F , B , C 为顶点的四边形是正方形, 且点 E 在点 F 的左侧. 这样的 E , F 两点是否存在? 如果存在, 请直接写出所有满足条件的点 E 的坐标; 如果不存在, 请说明理由.
- (3) 将抛物线 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 的图象向右平移 8 个单位长度得到抛物线 y_2 , 此抛物线的图象与 x 轴交于 M , N 两点 (M 点在 N 点左侧). 点 P 是抛物线 y_2 上的一个动点且在直线 NC 下方. 已知点 P 的横坐标为 m . 过点 P 作 $PD \perp NC$ 于点 D . 求 m 为何值时, $CD + \frac{1}{2}PD$ 有最大值, 最大值是多少?

