

大连市 2023 年初中毕业升学考试

数学

注意事项：

1. 请在答题卡上作答，在试卷上作答无效.
2. 本试卷共五大题，26 小题，满分 150 分. 考试时间为 120 分钟.

参考公式：抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点为 $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$.

一、选择题（本题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，在每小题给出的四个选项中，只有 1 个选项正确）

1. -6 的绝对值是 ()

- A. -6 B. 6 C. $-\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{6}$

【答案】B

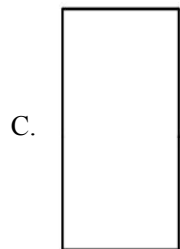
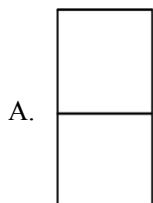
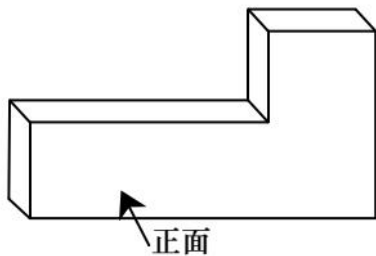
【解析】

【分析】在数轴上，表示一个数的点到原点的距离叫做这个数的绝对值.

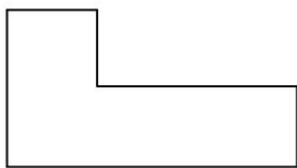
【详解】负数的绝对值等于它的相反数，所以 -6 的绝对值是 6 .

故选：B.

2. 如图所示的几何体中，主视图是 ()



D.

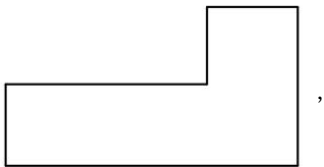


【答案】B

【解析】

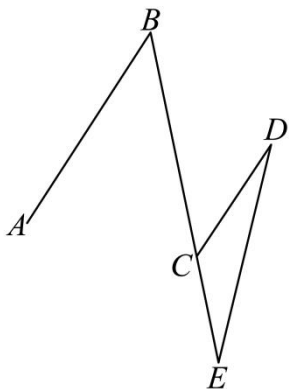
【分析】根据主视图是从正面看得到的图形解答即可.

【详解】解：从正面看看到是



故选：B.

【点睛】本题考查了三视图的知识，属于简单题，熟知主视图是从物体的正面看得到的视图是解题的关键.

3. 如图，直线 $AB \parallel CD$, $\angle ABE = 45^\circ$, $\angle D = 20^\circ$ ，则 $\angle E$ 的度数为 ()A. 20° B. 25° C. 30° D. 35°

【答案】B

【解析】

【分析】先根据平行线的性质可得 $\angle BCD = \angle ABE = 45^\circ$ ，再根据三角形的外角性质即可得.【详解】解： $\because AB \parallel CD$, $\angle ABE = 45^\circ$,

$$\therefore \angle BCD = \angle ABE = 45^\circ,$$

$$\because \angle D = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle E = \angle BCD - \angle D = 25^\circ,$$

故选：B.

【点睛】本题考查了平行线的性质、三角形的外角性质，熟练掌握平行线的性质是解题关键.

4. 某种离心机的最大离心力为17000g. 数据17000g用科学计数法表示为 ()

A. 0.17×10^4 B. 1.7×10^5 C. 1.7×10^4 D. 17×10^3

【答案】C

【解析】

【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数.【详解】解： $17000 = 1.7 \times 10^4$.

故选：C.

【点睛】本题考查了科学记数法，科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原来的数，变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数，确定 a 与 n 的值是解题的关键.

5. 下列计算正确的是 ()

A. $(\sqrt{2})^0 = \sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{6}$ C. $\sqrt{8} = 4\sqrt{2}$ D.

$\sqrt{3}(2\sqrt{3} - 2) = 6 - 2\sqrt{3}$

【答案】D

【解析】

【分析】根据零指数幂，二次根式的加法以及二次根式的性质，二次根式的混合运算进行计算即可求解.

【详解】解：A. $(\sqrt{2})^0 = 1$ ，故该选项不正确，不符合题意；B. $2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$ ，故该选项不正确，不符合题意；C. $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ ，故该选项不正确，不符合题意；D. $\sqrt{3}(2\sqrt{3} - 2) = 6 - 2\sqrt{3}$ ，故该选项正确，符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了零指数幂，二次根式的加法以及二次根式的性质，二次根式的混合运算，熟练掌握二次根式的运算法则是解题的关键.

6. 将方程 $\frac{1}{x-1} + 3 = \frac{3x}{1-x}$ 去分母，两边同乘 $(x-1)$ 后的式子为 ()

A. $1 + 3 = 3x(1-x)$ B. $1 + 3(x-1) = -3x$ C. $x - 1 + 3 = -3x$ D. $1 + 3(x-1) = 3x$

【答案】B

【解析】

【分析】根据解分式方程的去分母的方法即可得.

【详解】解： $\frac{1}{x-1} + 3 = \frac{3x}{1-x}$,

两边同乘 $(x-1)$ 去分母，得 $1 + 3(x-1) = -3x$,

故选：B.

【点睛】本题考查了解分式方程，熟练掌握去分母的方法是解题关键.

7. 已知蓄电池两端电压 U 为定值，电流 I 与 R 成反比例函数关系. 当 $I = 4\text{A}$ 时， $R = 10\Omega$ ，则当 $I = 5\text{A}$ 时， R 的值为 ()

- A. 6Ω B. 8Ω C. 10Ω D. 12Ω

【答案】B

【解析】

【分析】利用待定系数法求出 U 的值，由此即可得.

【详解】解：由题意得： $R = \frac{U}{I}$,

$\because$ 当 $I = 4\text{A}$ 时， $R = 10\Omega$,

$$\therefore 10 = \frac{U}{4},$$

解得 $U = 40$,

$$\therefore R = \frac{40}{I},$$

则当 $I = 5\text{A}$ 时， $R = \frac{40}{5} = 8(\Omega)$,

故选：B.

【点睛】本题考查了反比例函数，熟练掌握待定系数法是解题关键.

8. 圆心角为 90° ，半径为 3 的扇形弧长为 ()

- A. 2π B. 3π C. $\frac{3}{2}\pi$ D. $\frac{1}{2}\pi$

【答案】C

【解析】

【分析】根据弧长公式 $l = \frac{n\pi r}{180}$ (弧长为 l ，圆心角度数为 n ，圆的半径为 r)，由此计算即可.

【详解】解：该扇形的弧长 $l = \frac{n\pi r}{180} = \frac{90\pi \times 3}{180} = \frac{3\pi}{2}$,

故选：C.

【点睛】本题考查了扇形的弧长计算公式 $l = \frac{n\pi r}{180}$ (弧长为 l , 圆心角度数为 n , 圆的半径为 r), 正确记忆

弧长公式是解答此题的关键.

9. 已知抛物线 $y = x^2 - 2x - 1$, 则当 $0 \leq x \leq 3$ 时, 函数的最大值为 ()

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 2

【答案】D

【解析】

【分析】把抛物线 $y = x^2 - 2x - 1$ 化为顶点式, 得到对称轴为 $x = 1$, 当 $x = 1$ 时, 函数的最小值为 -2, 再分别求出 $x = 0$ 和 $x = 3$ 时的函数值, 即可得到答案.

【详解】解: $\because y = x^2 - 2x - 1 = (x - 1)^2 - 2$,

$\therefore$ 对称轴为 $x = 1$, 当 $x = 1$ 时, 函数的最小值为 -2,

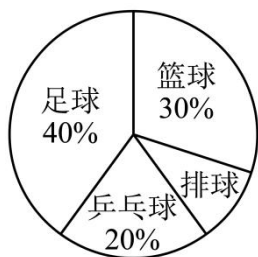
当 $x = 0$ 时, $y = x^2 - 2x - 1 = -1$, 当 $x = 3$ 时, $y = 3^2 - 2 \times 3 - 1 = 2$,

$\therefore$ 当 $0 \leq x \leq 3$ 时, 函数的最大值为 2,

故选: D

【点睛】此题考查了二次函数的最值, 熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.

10. 某小学开展课后服务, 其中在体育类活动中开设了四种运动项目: 乒乓球、排球、篮球、足球. 为了解学生最喜欢哪一种运动项目, 随机选取 100 名学生进行问卷调查 (每位学生仅选一种), 并将调查结果绘制成如下的扇形统计图. 下列说法错误的是 ()



- A. 本次调查的样本容量为 100 B. 最喜欢篮球的人数占被调查人数的 30%
C. 最喜欢足球的学生为 40 人 D. “排球” 对应扇形的圆心角为 10°

【答案】D

【解析】

【分析】A. 随机选取 100 名学生进行问卷调查, 数量 100 就是样本容量, 据此解答;

B. 由扇形统计图中喜欢篮球的占比解答;

C. 用总人数乘以 40% 即可解答;

D.先用 1 减去足球、篮球、乒乓球的占比得到排球的占比，再利用 360° 乘以排球的占比即可解答.

【详解】解：A. 随机选取 100 名学生进行问卷调查，数量 100 就是样本容量，故 A 正确；

B.由统计图可知，最喜欢篮球的人数占被调查人数的 30%，故 B 正确；

C. 最喜欢足球的学生为 $100 \times 40\% = 40$ （人），故 C 正确；

D. “排球”对应扇形的圆心角为 $360^\circ \times (1 - 40\% - 30\% - 20\%) = 360^\circ \times 10\% = 36^\circ$ ，故 D 错误

故选：D.

【点睛】本题考查扇形统计图及其相关计算、总体、个体、样本容量、样本、用样本估计总体等知识，是基础考点，掌握相关知识是解题关键.

二、填空题（本题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

11. $9 > -3x$ 的解集为_____.

【答案】 $x > -3$

【解析】

【分析】根据不等式的性质解不等式即可求解.

【详解】解： $9 > -3x$ ，

解得： $x > -3$ ，

故答案为： $x > -3$.

【点睛】本题考查了求不等式的解集，熟练掌握不等式的性质是解题的关键.

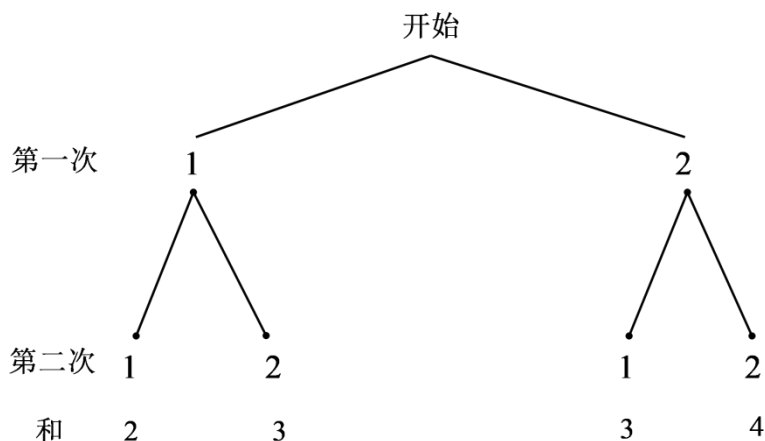
12. 一个袋子中装有两个标号为“1”“2”的球. 从中任意摸出一个球，记下标号后放回并再次摸出一个球，记下标号后放回. 则两次标号之和为 3 的概率为_____.

【答案】 $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】先画出树状图，从而可得两次摸球的所有等可能的结果，再找出两次标号之和为 3 的结果，然后利用概率公式求解即可得.

【详解】解：由题意，画出树状图如下：



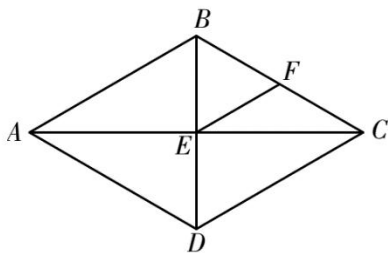
由图可知，两次摸球的所有等可能的结果共有 4 种，其中，两次标号之和为 3 的结果有 2 种，

则两次标号之和为 3 的概率为 $P = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ，

故答案为： $\frac{1}{2}$.

【点睛】 本题考查了利用列举法求概率，熟练掌握列举法是解题关键.

13. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, AC 、 BD 为菱形的对角线, $\angle DBC = 60^\circ$, $BD = 10$, 点 F 为 BC 中点, 则 EF 的长为_____.



【答案】 5

【解析】

【分析】 根据题意得出 $\triangle BDC$ 是等边三角形，进而得出 $DC = BD = 10$ ，根据中位线的性质即可求解.

【详解】 解： $\because$ 在菱形 $ABCD$ 中， AC 、 BD 为菱形的对角线，

$$\therefore AB = AD = DC = BC, \quad AC \perp BD,$$

$$\therefore \angle DBC = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle BDC$ 是等边三角形，

$$\therefore BD = 10,$$

$$\therefore DC = BD = 10,$$

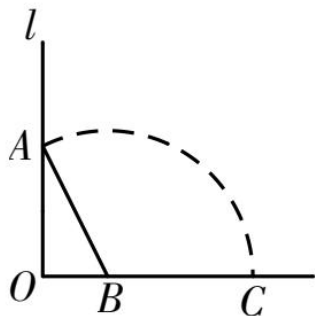
$\because E$ 是 BD 的中点， 点 F 为 BC 中点，

$$\therefore EF = \frac{1}{2}DC = 5,$$

故答案为：5.

【点睛】本题考查了菱形的性质，等边三角形的性质与判定，中位线的性质，熟练掌握以上知识是解题的关键.

14. 如图，在数轴上， $OB=1$ ，过 O 作直线 $l \perp OB$ 于点 O ，在直线 l 上截取 $OA=2$ ，且 A 在 OC 上方. 连接 AB ，以点 B 为圆心， AB 为半径作弧交直线 OB 于点 C ，则 C 点的横坐标为_____.



【答案】 $1+\sqrt{5}$

【解析】

【分析】根据勾股定理求得 AB ，根据题意可得 $BC=AB=\sqrt{5}$ ，进而即可求解.

【详解】解： $\because l \perp OB$ ， $OB=1$ ， $OA=2$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中， $AB=\sqrt{AO^2+BO^2}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$ ，

$\therefore BC=AB=\sqrt{5}$ ，

$\therefore OC=OB+BC=1+\sqrt{5}$ ，

O 为原点， OC 为正方向，则 C 点的横坐标为 $1+\sqrt{5}$ ；

故答案为： $1+\sqrt{5}$.

【点睛】本题考查了勾股定理与无理数，实数与数轴，熟练掌握勾股定理是解题的关键.

15. 我国的《九章算术》中记载道：“今有共买物，人出八，盈三；人出七，不足四. 问有几人.”大意是：今有人合伙购物，每人出8元钱，会多3钱；每人出7元钱，又差4钱，问人数有多少. 设有 x 人，则可列方程为：_____.

【答案】 $8x-3=7x+4$

【解析】

【分析】设有 x 人，每人出8元钱，会多3钱，则物品的钱数为： $(8x-3)$ 元，每人出7元钱，又差4钱，

则物品的钱数为： $(7x+4)$ 元，根据题意列出一元一次方程即可求解.

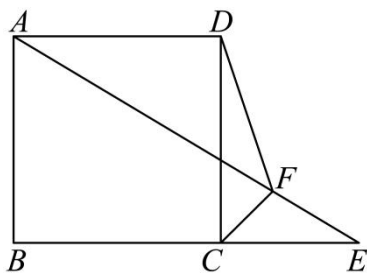
【详解】设有 x 人，每人出 8 元钱，会多 3 钱，则物品的钱数为： $(8x - 3)$ 元，每人出 7 元钱，又差 4 钱，则物品的钱数为： $(7x + 4)$ 元，

则可列方程为： $8x - 3 = 7x + 4$

故答案为： $8x - 3 = 7x + 4$.

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用，根据题意列出一元一次方程是解题的关键.

16. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ，延长 BC 至 E ，使 $CE = 2$ ，连接 AE ， CF 平分 $\angle DCE$ 交 AE 于 F ，连接 DF ，则 DF 的长为_____.

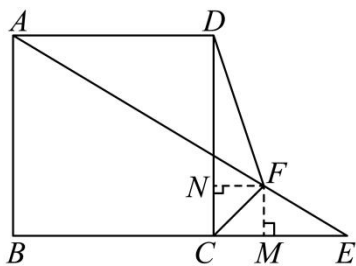


【答案】 $\frac{3\sqrt{10}}{4}$

【解析】

【分析】如图，过 F 作 $FM \perp BE$ 于 M ， $FN \perp CD$ 于 N ，由 CF 平分 $\angle DCE$ ，可知 $\angle FCM = \angle FCN = 45^\circ$ ，可得四边形 $CMFN$ 是正方形， $FM \parallel AB$ ，设 $FM = CM = NF = CN = a$ ，则 $ME = 2 - a$ ，证明 $\triangle EFM \sim \triangle EAB$ ，则 $\frac{FM}{AB} = \frac{ME}{BE}$ ，即 $\frac{a}{3} = \frac{2-a}{3+2}$ ，解得 $a = \frac{3}{4}$ ， $DN = CD - CN = \frac{9}{4}$ ，由勾股定理得 $DF = \sqrt{DN^2 + NF^2}$ ，计算求解即可.

【详解】解：如图，过 F 作 $FM \perp BE$ 于 M ， $FN \perp CD$ 于 N ，则四边形 $CMFN$ 是矩形， $FM \parallel AB$ ，



$\because CF$ 平分 $\angle DCE$ ，

$\therefore \angle FCM = \angle FCN = 45^\circ$ ，

$\therefore CM = FM$ ，

$\therefore$ 四边形 $CMFN$ 是正方形，

设 $FM = CM = NF = CN = a$ ，则 $ME = 2 - a$ ，

$$\because FM \parallel AB,$$

$$\therefore \triangle EFM \sim \triangle EAB,$$

$$\therefore \frac{FM}{AB} = \frac{ME}{BE}, \text{ 即 } \frac{a}{3} = \frac{2-a}{3+2}, \text{ 解得 } a = \frac{3}{4},$$

$$\therefore DN = CD - CN = \frac{9}{4},$$

$$\text{由勾股定理得 } DF = \sqrt{DN^2 + NF^2} = \frac{3\sqrt{10}}{4},$$

$$\text{故答案为: } \frac{3\sqrt{10}}{4}.$$

【点睛】本题考查了正方形的判定与性质，勾股定理，相似三角形的判定与性质．解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用．

三、解答题（本题共 4 小题，其中 17 题 9 分，18、19、20 题各 10 分，共 39 分）

17. 计算： $\left(\frac{1}{a+3} + \frac{1}{a^2-9} \right) \div \frac{a-2}{2a+6}.$

【答案】 $\frac{2}{a-3}$

【解析】

【分析】先计算括号内的加法，再计算除法即可．

$$\begin{aligned} \text{【详解】解: } & \left(\frac{1}{a+3} + \frac{1}{a^2-9} \right) \div \frac{a-2}{2a+6} \\ &= \left[\frac{a-3}{(a+3)(a-3)} + \frac{1}{(a+3)(a-3)} \right] \div \frac{a-2}{2(a+3)} \\ &= \frac{a-2}{(a+3)(a-3)} \div \frac{a-2}{2(a+3)} \\ &= \frac{a-2}{(a+3)(a-3)} \cdot \frac{2(a+3)}{a-2} \\ &= \frac{2}{a-3} \end{aligned}$$

【点睛】此题考查了分式的混合运算，熟练掌握分式的运算法则和顺序是解题的关键．

18. 某服装店的某件衣服最近销售火爆．现有 A、B 两家供应商到服装店推销服装，两家服装价格相同，品质相近．服装店决定通过检查材料的纯度来确定选购哪家的服装．检查人员从两家提供的材料样品中分别随机抽取 15 块相同的材料，通过特殊操作检验出其纯度（单位：%），并对数据进行整理、描述和分析．部分信息如下：

I. A 供应商供应材料的纯度（单位：%）如下：

A	72	73	74	75	76	78	79
频数	1	1	5	3	3	1	1

II. B 供应商供应材料的纯度（单位：%）如下：

72 75 72 75 78 77 73 75 76 77 71 78 79 72 75

III. A、B 两供应商供应材料纯度的平均数、中位数、众数和方差如下：

	平均数	中位数	众数	方差
A	75	75	74	3.07
B	a	75	b	c

根据以上信息，回答下列问题：

(1) 表格中的 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____;

(2) 你认为服装店应选择哪个供应商供应服装？为什么？

【答案】(1) 75, 75, 6

(2) 服装店应选择 A 供应商供应服装.理由见解析.

【解析】

【分析】(1) 根据平均数、众数、方差的计算公式分别进行解答即可；

(2) 根据方差的定义，方差越小数据越稳定即可得出答案.

【小问 1 详解】

解：B 供应商供应材料纯度的平均数为 $\frac{1}{15} \times (72 \times 3 + 75 \times 4 + 78 \times 2 + 77 \times 2 + 73 + 76 + 71 + 79) = 75$,

故 $a = 75$,

75 出现的次数最多，故众数 $b = 75$,

方差

$$c = \frac{1}{15} [3(72-75)^2 + 4(75-75)^2 + 2(78-75)^2 + 2(77-75)^2 + (73-75)^2 + (76-75)^2 + (71-75)^2 + (79-75)^2] = 6$$

故答案为：75, 75, 6

【小问 2 详解】

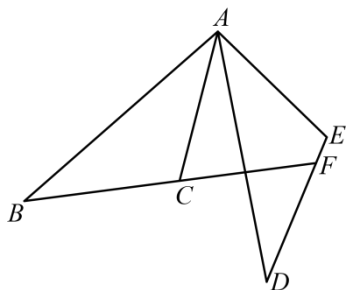
解：服装店应选择 A 供应商供应服装.理由如下：

由于 A、B 平均值一样，B 的方差比 A 的大，故 A 更稳定，

所以选 A 供应商供应服装.

【点睛】本题考查了方差、平均数、中位数、众数，熟悉相关的统计量的计算公式和意义是解答此题的关键.

19. 如图，在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中，延长 BC 交 DE 于 F ， $BC = DE$ ， $AC = AE$ ， $\angle ACF + \angle AED = 180^\circ$. 求证： $AB = AD$.



【答案】证明见解析

【解析】

【分析】由 $\angle ACF + \angle AED = 180^\circ$ ， $\angle ACF + \angle ACB = 180^\circ$ ，可得 $\angle ACB = \angle AED$ ，证明 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ (SAS)，进而结论得证.

【详解】证明： $\because \angle ACF + \angle AED = 180^\circ$ ， $\angle ACF + \angle ACB = 180^\circ$ ，
 $\therefore \angle ACB = \angle AED$ ，
 $\because BC = DE$ ， $\angle ACB = \angle AED$ ， $AC = AE$ ，
 $\therefore \triangle ABC \cong \triangle ADE$ (SAS)，
 $\therefore AB = AD$.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定与性质. 解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用.

20. 为了让学生养成热爱图书的习惯，某学校抽出一部分资金用于购买书籍. 已知 2020 年该学校用于购买图书的费用为 5000 元，2022 年用于购买图书的费用是 7200 元，求 2020—2022 年买书资金的平均增长率.

【答案】20%

【解析】

【分析】设 2020—2022 年买书资金的平均增长率为 x ，根据 2022 年买书资金 = 2020 年买书资金 $\times (1+x)^2$ 建立方程，解方程即可得.

【详解】解：设 2020—2022 年买书资金的平均增长率为 x ，
 由题意得： $5000(1+x)^2 = 7200$ ，
 解得 $x = 0.2 = 20\%$ 或 $x = -2.2 < 0$ (不符合题意，舍去)，
 答：2020—2022 年买书资金的平均增长率为 20%.

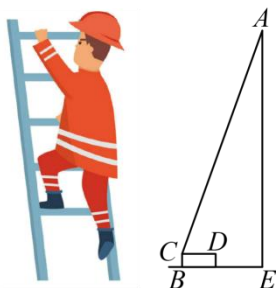
【点睛】本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确建立方程是解题关键.

四、解答题（本题共3小题，其中21题9分，22、23题各10分，共29分）

21. 如图所示是消防员攀爬云梯到小明家的场景. 已知 $AE \perp BE, BC \perp BE, CD \parallel BE$,

$AC = 10.4\text{m}, BC = 1.26\text{m}$, 点A关于点C的仰角为 70° , 则楼AE的高度为多少m? (结果保留整数. 参

考数据: $\sin 70^\circ \approx 0.94, \cos 70^\circ \approx 0.34, \tan 70^\circ \approx 2.75$)

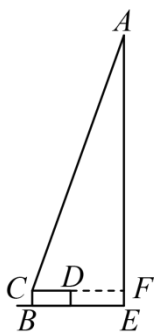


【答案】楼AE的高度为11m

【解析】

【分析】延长CD交AE于点F, 依题意可得 $EF = BC = 1.26\text{m}$, 在 $\text{Rt}\triangle ACF$, 根据 $AF = AC \cdot \sin \angle ACF$, 求得AF, 进而根据 $AE = AF + EF$, 即可求解.

【详解】解: 如图所示, 延长CD交AE于点F,



$\because AE \perp BE, BC \perp BE, CD \parallel BE,$

$\therefore EF = BC = 1.26\text{m}$

在 $\text{Rt}\triangle ACF$ 中, $\angle ACF = 70^\circ, AC = 10.4\text{m},$

$\therefore \sin \angle ACF = \frac{AF}{AC},$

$\therefore AF = AC \cdot \sin \angle ACF = 10.4 \times \sin 70^\circ \approx 10.4 \times 0.94 = 9.776\text{m}$

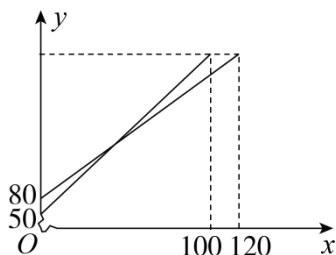
$\therefore AE = AF + EF = 9.776 + 1.26 \approx 11\text{m},$

答: 楼AE的高度为11m.

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用, 熟练掌握三角函数的定义是解题的关键.

22. 为了增强学生身体素质, 学校要求男女同学练习跑步. 开始时男生跑了50m, 女生跑了80m, 然后男

生女生都开始匀速跑步. 已知男生的跑步速度为 4.5m/s , 当到达终点时男、女均停止跑步, 男生从开始匀速跑步到停止跑步共用时 120s . 已知 x 轴表示从开始匀速跑步到停止跑步的时间, y 轴代表跑过的路程, 则:



- (1) 男女跑步的总路程为_____.
- (2) 当男、女相遇时, 求此时男、女同学距离终点的距离.

【答案】(1) 1000m

(2) 315m

【解析】

【分析】(1) 根据男女同学跑步的路程相等, 求得男生跑步的路程, 乘以 2, 即可求解

(2) 根据题意男生从开始匀速跑步到停止跑步的直线解析式为: $y = 50 + 4.5x$, 求得女生的速度, 进而得出解析式为 $y = 3.5x + 80$, 联立求得 $x = 30\text{s}$, 进而即可求解.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 开始时男生跑了 50m , 男生的跑步速度为 4.5m/s , 从开始匀速跑步到停止跑步共用时 100s .

$\therefore$ 男生跑步的路程为 $50 + 4.5 \times 100 = 500\text{ m}$,

$\therefore$ 男女跑步的总路程为 $500 \times 2 = 1000\text{m}$,

故答案为: 1000m .

【小问 2 详解】

解: 男生从开始匀速跑步到停止跑步的直线解析式为: $y = 50 + 4.5x$,

设女生从开始匀速跑步到停止跑步的直线解析式为: $y = kx + 80$,

依题意, 女生匀速跑了 $500 - 80 = 420\text{ m}$, 用了 120s , 则速度为 $420 \div 120 = 3.5\text{ m/s}$,

$\therefore y = 3.5x + 80$,

$$\text{联立} \begin{cases} y = 50 + 4.5x \\ y = 3.5x + 80 \end{cases}$$

解得： $x = 30$

将 $x = 30$ 代入 $y = 50 + 4.5x$

解得： $y = 185$,

$\therefore$ 此时男、女同学距离终点的距离为 $500 - 185 = 315$ m.

【点睛】 本题考查了一次函数的应用，根据题意求得函数解析式是解题的关键.

23. 如图 1, 在 $\odot O$ 中, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 为 $\odot O$ 上一点, AD 为 $\angle CAB$ 的平分线交 $\odot O$ 于点 D , 连接 OD 交 BC 于点 E .

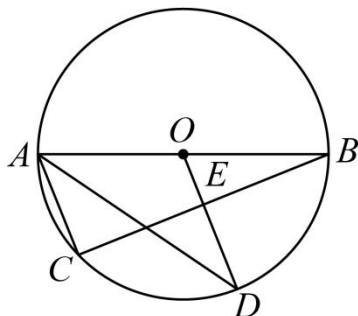


图 1

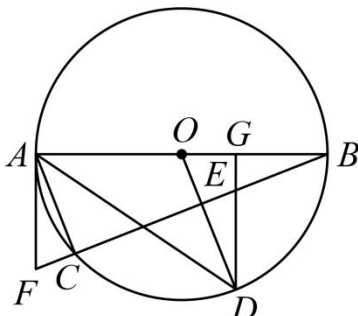


图 2

(1) 求 $\angle BED$ 的度数;

(2) 如图 2, 过点 A 作 $\odot O$ 的切线交 BC 延长线于点 F , 过点 D 作 $DG \parallel AF$ 交 AB 于点 G . 若

$AD = 2\sqrt{35}$, $DE = 4$, 求 DG 的长.

【答案】 (1) 90° ;

(2) $2\sqrt{10}$.

【解析】

【分析】 (1) 根据圆周角定理证明两直线平行, 再利用平行线的性质证明角度相等即可;

(2) 由勾股定理找到边的关系, 求出线段长, 再利用等面积法求解即可.

【小问 1 详解】

$\because AB$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$,

$\because AD$ 平分 $\angle CAB$,

$\therefore \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC$, 即 $\angle BAC = 2\angle BAD$,

$$\therefore DG \parallel AF,$$

$$\therefore DG \perp AB,$$

$$\therefore S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} AD \cdot BD = \frac{1}{2} AB \cdot DG,$$

$$\therefore DG = \frac{AD \cdot BD}{AB} = \frac{2\sqrt{35} \times 2\sqrt{14}}{14} = 2\sqrt{10}.$$

【点睛】此题考查了圆周角定理和勾股定理，三角形中位线定理，切线的性质，解一元二次方程，熟练掌握圆周角定理和勾股定理是解题的关键.

五、解答题 (本题共 3 小题, 其中 24、25 题各 11 分, 26 题 12 分, 共 34 分)

24. 如图 1, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = x$ 与直线 BC 相交于点 A , $P(t, 0)$ 为线段 OB 上一动点 (不与点 B 重合), 过点 P 作 $PD \perp x$ 轴交直线 BC 于点 D . $\triangle OAB$ 与 $\triangle DPB$ 的重叠面积为 S . S 关于 t 的函数图象如图 2 所示.

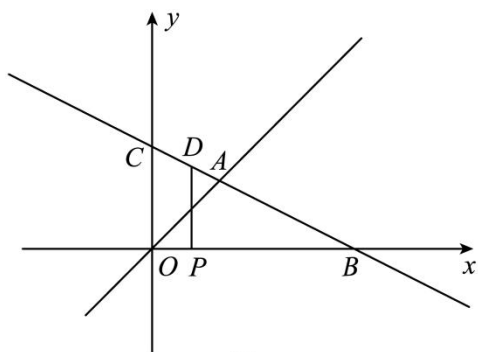


图1

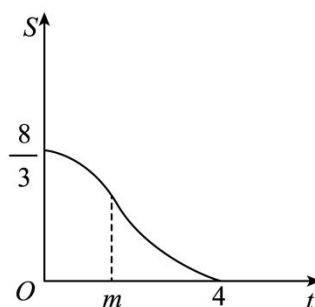


图2

(1) OB 的长为 _____; $\triangle OAB$ 的面积为 _____.

(2) 求 S 关于 t 的函数解析式, 并直接写出自变量 t 的取值范围.

【答案】(1) $4, \frac{8}{3}$

$$(2) S = \begin{cases} -\frac{1}{2}t^2 + \frac{8}{3} & \left(0 \leq t \leq \frac{4}{3}\right) \\ \frac{1}{4}t^2 - 2t + 4 & \left(\frac{4}{3} < t \leq 4\right) \end{cases}$$

【解析】

【分析】(1) 根据函数图象即可求解.

(2) 根据 (1) 的结论, 分 $0 \leq t \leq \frac{4}{3}$, $\frac{4}{3} < t \leq 4$, 根据 $\triangle OAB$ 与 $\triangle DPB$ 的重叠面积为 S , 分别求解即可.

【小问 1 详解】

解：当 $t=0$ 时， P 点与 O 重合，此时 $S = \frac{8}{3} = S_{\triangle ABO}$ ，

当 $t=4$ 时， $S=0$ ，即 P 点与 B 点重合，

$\therefore OB=4$ ，则 $B(4,0)$ ，

故答案为：4， $\frac{8}{3}$ 。

【小问 2 详解】

$\because A$ 在 $y=x$ 上，则 $\angle OAB=45^\circ$ 设 $A(a,a)$ ，

$$\therefore S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times OB \times a = \frac{1}{2} \times 4 \times a = \frac{8}{3}$$

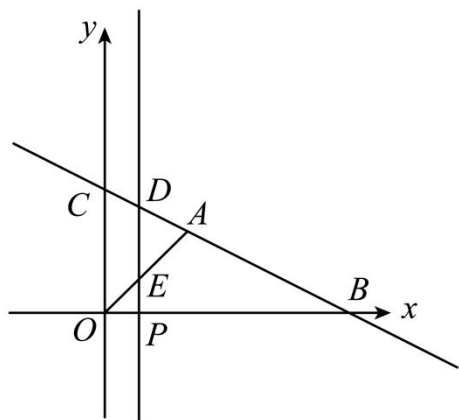
$$\therefore a = \frac{4}{3}, \text{ 则 } A\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

当 $0 \leq t \leq \frac{4}{3}$ 时，如图所示，设 DP 交 OA 于点 E ，

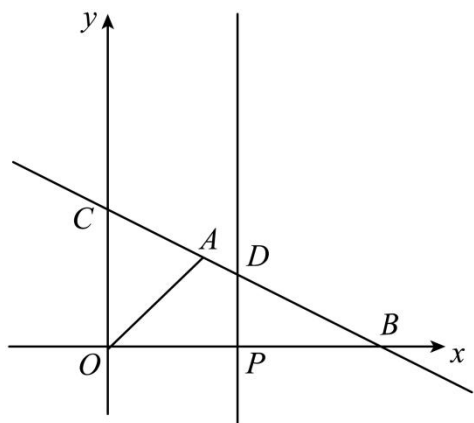
$\because \angle OAB=45^\circ$ ， $DP \perp OB$ ，

则 $EP=OP=t$

$$\therefore S = \frac{8}{3} - \frac{1}{2}t^2$$



当 $\frac{4}{3} < t \leq 4$ 时，如图所示，



$$\therefore B(4,0), A\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} 4k + b = 0 \\ \frac{4}{3}k + b = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = 2 \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } AB \text{ 的解析式为 } y = -\frac{1}{2}x + 2,$$

当 $x = 0$ 时, $y = 2$, 则 $C(0, 2)$,

$$\therefore OC = 2,$$

$$\therefore \tan \angle CBO = \frac{DP}{PD} = \frac{OC}{OB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore BP = 4 - t, \text{ 则 } DP = 2 - \frac{1}{2}t,$$

$$\therefore S = S_{\triangle DPB} = \frac{1}{2}DP \times BP = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (4 - t)^2 = \frac{1}{4}(4 - t)^2 = \frac{1}{4}t^2 - 2t + 4,$$

$$\text{综上所述: } S = \begin{cases} -\frac{1}{2}t^2 + \frac{8}{3} & (0 \leq t \leq \frac{4}{3}) \\ \frac{1}{4}t^2 - 2t + 4 & (\frac{4}{3} < t \leq 4) \end{cases}.$$

【点睛】 本题考查了正切的定义，动点问题的函数图象，一次函数与坐标轴交点问题，从函数图象获取信

息是解题的关键.

25. 综合与实践

问题情境：数学活动课上，王老师给同学们每人发了一张等腰三角形纸片探究折叠的性质.

已知 $AB = AC, \angle A > 90^\circ$ ，点 E 为 AC 上一动点，将 $\triangle ABE$ 以 BE 为对称轴翻折. 同学们经过思考后进行如下探究：

独立思考：小明：“当点 D 落在 BC 上时， $\angle EDC = 2\angle ACB$.”

小红：“若点 E 为 AC 中点，给出 AC 与 DC 的长，就可求出 BE 的长.”

实践探究：奋进小组的同学们经过探究后提出问题 1，请你回答：

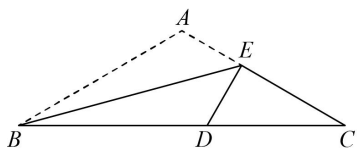


图1

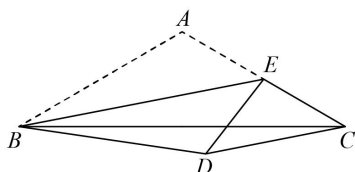


图2

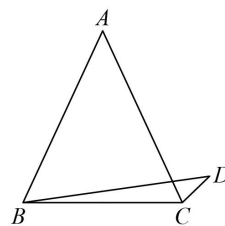


图3

问题 1：在等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC, \angle A > 90^\circ$ ， $\triangle BDE$ 由 $\triangle ABE$ 翻折得到.

- (1) 如图 1，当点 D 落在 BC 上时，求证： $\angle EDC = 2\angle ACB$ ；
- (2) 如图 2，若点 E 为 AC 中点， $AC = 4, CD = 3$ ，求 BE 的长.

问题解决：小明经过探究发现：若将问题 1 中的等腰三角形换成 $\angle A < 90^\circ$ 的等腰三角形，可以将问题进一步拓展.

问题 2：如图 3，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $\angle A < 90^\circ, AB = AC = BD = 4, 2\angle D = \angle ABD$. 若 $CD = 1$ ，则求 BC 的长.

【答案】 (1) 见解析；(2) $\frac{3+\sqrt{57}}{2}$ ；问题 2： $BC = \sqrt{10}$

【解析】

【分析】 (1) 根据等边对等角可得 $\angle ABC = \angle C$ ，根据折叠以及三角形内角和定理，可得 $\angle BDE = \angle A = 180^\circ - 2\angle C$ ，根据邻补角互补可得 $\angle EDC + \angle BDE = 180^\circ$ ，即可得证；

(2) 连接 AD ，交 BE 于点 F ，则 EF 是 $\triangle ADC$ 的中位线，勾股定理求得 AF, BF ，根据 $BE = BF + EF$ 即可求解；

问题 2：连接 AD ，过点 B 作 $BM \perp AD$ 于点 M ，过点 C 作 $CG \perp BM$ 于点 G ，根据已知条件可得

$BM \parallel CD$ ，则四边形 $CGMD$ 是矩形，勾股定理求得 AD ，根据三线合一得出 MD, CG ，根据勾股定理求得 BC 的长，即可求解.

【详解】 (1) $\because$ 等腰 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC, \angle A > 90^\circ$ ， $\triangle BDE$ 由 $\triangle ABE$ 翻折得到

$$\therefore \angle ABC = \angle C, \quad \angle BDE = \angle A = 180^\circ - 2\angle C,$$

$$\therefore \angle EDC + \angle BDE = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle EDC = 2\angle ACB;$$

(2) 如图所示, 连接 AD , 交 BE 于点 F ,

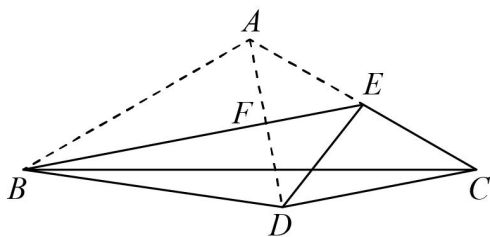


图2

$\therefore$ 折叠,

$$\therefore EA = ED, \quad AF = FD, \quad AE = \frac{1}{2}AC = 2, \quad AD \perp BE,$$

$\therefore E$ 是 AC 的中点,

$$\therefore EA = EC,$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2}CD = \frac{3}{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle AEF \text{ 中, } AF = \sqrt{AE^2 - EF^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABF \text{ 中, } BF = \sqrt{AB^2 - AF^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{\sqrt{7}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{57}}{2},$$

$$\therefore BE = BF + EF = \frac{3 + \sqrt{57}}{2};$$

问题 2: 如图所示, 连接 AD , 过点 B 作 $BM \perp AD$ 于点 M , 过点 C 作 $CG \perp BM$ 于点 G ,

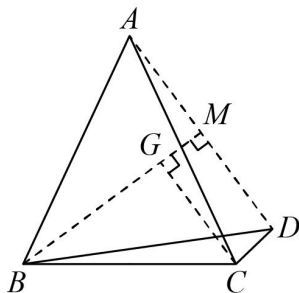


图3

$$\therefore AB = BD,$$

$$\therefore AM = MD, \quad \angle ABM = \angle DBM = \frac{1}{2}\angle ABD,$$

$$\therefore 2\angle BDC = \angle ABD,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle DBM,$$

$$\therefore BM \parallel CD,$$

$$\therefore CD \perp AD,$$

$$\text{又 } CG \perp BM,$$

$\therefore$ 四边形 $CGMD$ 是矩形,

则 $CD = GM$,

$$\text{在 Rt}\triangle ACD \text{ 中, } CD = 1, AD = 4, AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15},$$

$$\therefore AM = MD = \frac{\sqrt{15}}{2}, CG = MD = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

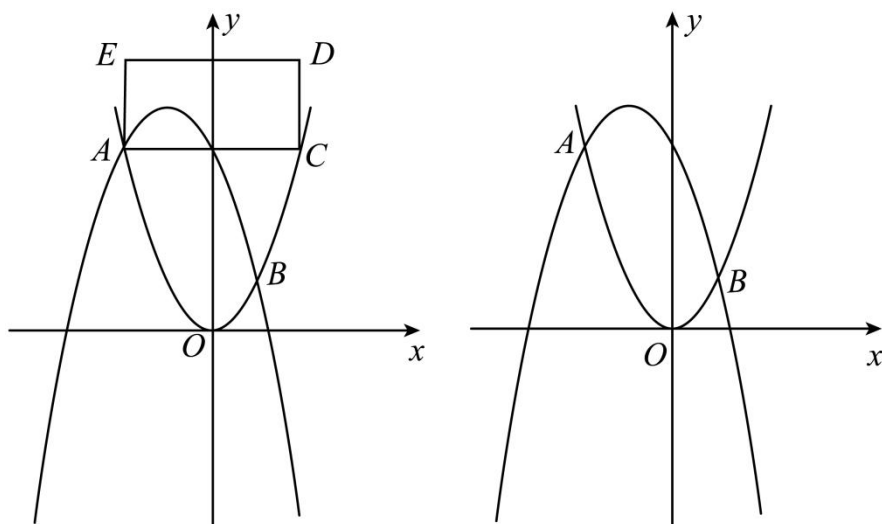
$$\text{在 Rt}\triangle BDM \text{ 中, } BM = \sqrt{BD^2 - DM^2} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2} = \frac{7}{2},$$

$$\therefore BG = BM - GM = BM - CD = \frac{7}{2} - 1 = \frac{5}{2},$$

$$\text{在 Rt}\triangle BCG \text{ 中, } BC = \sqrt{BG^2 + CG^2} = \sqrt{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{15}}{2}\right)^2} = \sqrt{10}.$$

【点睛】 本题考查了等腰三角形的性质，折叠的性质，勾股定理，矩形的性质与判定，熟练掌握以上知识是解题的关键.

26. 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $C_1: y = x^2$ 上有两点 A, B ，其中点 A 的横坐标为 -2 ，点 B 的横坐标为 1 ，抛物线 $C_2: y = -x^2 + bx + c$ 过点 A, B . 过 A 作 $AC \parallel x$ 轴交抛物线 C_1 另一点为点 C . 以 $AC, \frac{1}{2}AC$ 长为边向上构造矩形 $ACDE$.



备用图

- (1) 求抛物线 C_2 的解析式;
- (2) 将矩形 $ACDE$ 向左平移 m 个单位, 向下平移 n 个单位得到矩形 $A'C'D'E'$, 点 C 的对应点 C' 落在抛物线 C_1 上.
- ①求 n 关于 m 的函数关系式, 并直接写出自变量 m 的取值范围;
- ②直线 $A'E'$ 交抛物线 C_1 于点 P , 交抛物线 C_2 于点 Q . 当点 E' 为线段 PQ 的中点时, 求 m 的值;
- ③抛物线 C_2 与边 $E'D'$ 、 $A'C'$ 分别相交于点 M 、 N , 点 M 、 N 在抛物线 C_2 的对称轴同侧, 当 $MN = \frac{2\sqrt{10}}{3}$ 时, 求点 C' 的坐标.

【答案】 (1) $y = -x^2 - 2x + 4$

(2) ① $n = -m^2 + 4m$ ($0 < m < 4$); ② $m = \frac{5 - \sqrt{17}}{2}$; ③ $C' \left(\frac{\sqrt{59}}{6}, \frac{59}{36} \right)$ 或 $C' \left(-\frac{\sqrt{59}}{6}, \frac{59}{36} \right)$

【解析】

【分析】 (1) 根据题意得出点 $A(-2, 4)$, $B(1, 1)$, 待定系数法求解析式即可求解;

(2) ①根据平移的性质得出 $C'(2-m, 4-n)$, 根据点 C 的对应点 C' 落在抛物线 C_1 上, 可得 $(2-m)^2 = 4-n$, 进而即可求解;

②根据题意得出 $P(-2-m, m^2+4m+4)$, $Q(-2-m, -m^2-2m+4)$, 求得中点坐标, 根据题意即可求解;

③连接 MN , 过点 N 作 $NG \perp E'D'$ 于点 G , 勾股定理求得 $MG = \frac{2}{3}$, 设 N 点的坐标为 $(a, -a^2-2a+4)$,

则 $M\left(a - \frac{2}{3}, -a^2 - 2a + 6\right)$, 将 $M\left(a - \frac{2}{3}, -a^2 - 2a + 6\right)$ 代入 $y = -x^2 - 2x + 4$, 求得 $a = \frac{5}{6}$, 求得 $N\left(\frac{5}{6}, \frac{59}{36}\right)$, 进而根据 C' 落在抛物线 C_1 上, 将 $y = \frac{59}{36}$ 代入 $C_1: y = x^2$, 即可求解.

【小问 1 详解】

解: 依题意, 点 A 的横坐标为 -2 , 点 B 的横坐标为 1 , 代入抛物线 $C_1: y = x^2$

$\therefore$ 当 $x = -2$ 时, $y = (-2)^2 = 4$, 则 $A(-2, 4)$,

当 $x = 1$ 时, $y = 1$, 则 $B(1, 1)$,

将点 $A(-2, 4)$, $B(1, 1)$, 代入抛物线 $C_2: y = -x^2 + bx + c$,

$$\therefore \begin{cases} -(-2)^2 - 2b + c = 4 \\ -1 + b + c = 1 \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} b = -2 \\ c = 4 \end{cases}$$

$\therefore$ 抛物线 C_2 的解析式为 $y = -x^2 - 2x + 4$;

【小问 2 详解】

①解: $\because AC \parallel x$ 轴交抛物线 $C_1: y = x^2$ 另一点为点 C ,

当 $y = 4$ 时, $x = \pm 2$,

$\therefore C(2, 4)$,

$\therefore$ 矩形 $ACDE$ 向左平移 m 个单位, 向下平移 n 个单位得到矩形 $A'C'D'E'$, 点 C 的对应点 C' 落在抛物线 C_1 上

$$\therefore C'(2-m, 4-n), (2-m)^2 = 4-n$$

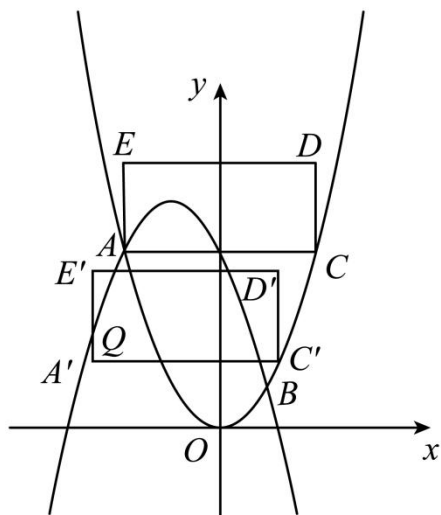
整理得 $n = -m^2 + 4m$

$$\therefore m > 0, n > 0$$

$$\therefore 0 < m < 4$$

$$\therefore n = -m^2 + 4m (0 < m < 4);$$

②如图所示,



$$\therefore A(-2,4), C(2,4)$$

$$\therefore AC = 4,$$

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AC = 2$$

$$\therefore E(-2,6),$$

$$\text{由①可得 } A'(-2-m, m^2-4m+4), E'(-2-m, m^2-4m+6)$$

$$\therefore P, Q \text{ 的横坐标为 } -2-m, \text{ 分别代入 } C_1: y = x^2, y = -x^2 - 2x + 4$$

$$\therefore P(-2-m, m^2+4m+4), Q(-2-m, -m^2-2m+4),$$

$$\therefore \frac{m^2+4m+4 - (-m^2-2m+4)}{2} = m+4$$

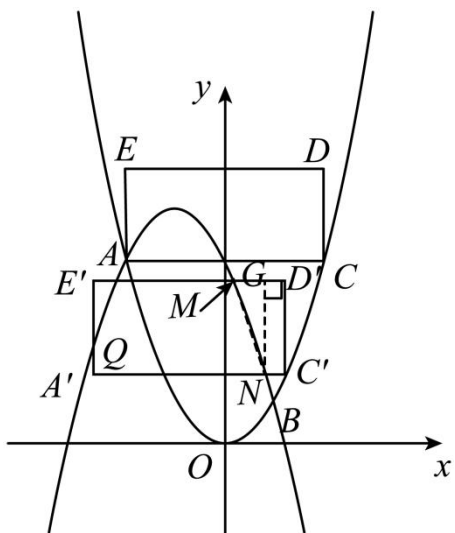
$$\therefore PQ \text{ 的中点坐标为 } (-2-m, m+4)$$

$$\therefore \text{点 } E' \text{ 为线段 } PQ \text{ 的中点,}$$

$$\therefore m^2-4m+6 = m+4$$

$$\text{解得: } m = \frac{5-\sqrt{17}}{2} \text{ 或 } m = \frac{5+\sqrt{17}}{2} \text{ (大于 4, 舍去)}$$

③如图所示, 连接 MN , 过点 N 作 $NG \perp E'D'$ 于点 G ,



则 $NG = 2$, $\therefore MN = \frac{2\sqrt{10}}{3}$

$$\therefore MG = \sqrt{MN^2 - NG^2} = \sqrt{\left(\frac{2\sqrt{10}}{3}\right)^2 - 2^2} = \frac{2}{3},$$

设 N 点的坐标为 $(a, -a^2 - 2a + 4)$, 则 $M\left(a - \frac{2}{3}, -a^2 - 2a + 6\right)$,

将 $M\left(a - \frac{2}{3}, -a^2 - 2a + 6\right)$ 代入 $y = -x^2 - 2x + 4$,

$$-\left(a - \frac{2}{3}\right)^2 - 2 \times \left(a - \frac{2}{3}\right) + 4 = -a^2 - 2a + 6,$$

解得: $a = \frac{5}{6}$,

当 $a = \frac{5}{6}$, $-a^2 - 2a + 4 = -\left(\frac{5}{6}\right)^2 - 2 \times \frac{5}{6} + 4 = \frac{59}{36}$

$$\therefore N\left(\frac{5}{6}, \frac{59}{36}\right),$$

将 $y = \frac{59}{36}$ 代入 $C_1: y = x^2$

解得: $x_1 = \frac{\sqrt{59}}{6}, x_2 = -\frac{\sqrt{59}}{6}$,

$$\therefore C'\left(\frac{\sqrt{59}}{6}, \frac{59}{36}\right) \text{ 或 } C'\left(-\frac{\sqrt{59}}{6}, \frac{59}{36}\right).$$

【点睛】 本题考查了二次函数综合运用，矩形的性质，平移的性质，熟练掌握二次函数的性质是解题的关

键.

