

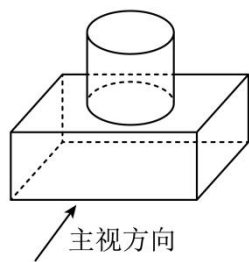
数学试题

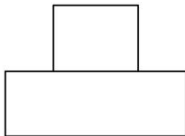
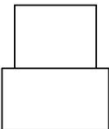
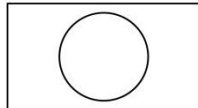
一、选择题：本题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的．

1. 下列实数中，最大的数是（ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

2. 下图是由一个长方体和一个圆柱组成的几何体，它的俯视图是（ ）



- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

3. 若某三角形的三边长分别为 3, 4, m , 则 m 的值可以是（ ）

- A. 1 B. 5 C. 7 D. 9

4. 党的二十大报告指出，我国建成世界上规模最大的教育体系、社会保障体系、医疗卫生体系，教育普及水平实现历史性跨越，基本养老保险覆盖十亿四千万人，基本医疗保险参保率稳定在百分之九十五、将数据 1040000000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 104×10^7 B. 10.4×10^8 C. 1.04×10^9 D. 0.104×10^{10}

5. 下列计算正确的是（ ）

- A. $(a^2)^3 = a^6$ B. $a^6 \div a^2 = a^3$ C. $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$ D. $a^2 - a = a$

6. 根据福建省统计局数据，福建省 2020 年的地区生产总值为 43903.89 亿元，2022 年的地区生产总值为 53109.85 亿元．设这两年福建省地区生产总值的年平均增长率为 x ，根据题意可列方程（ ）

- A. $43903.89(1+x) = 53109.85$ B. $43903.89(1+x)^2 = 53109.85$
- C. $43903.89x^2 = 53109.85$ D. $43903.89(1+x^2) = 53109.85$

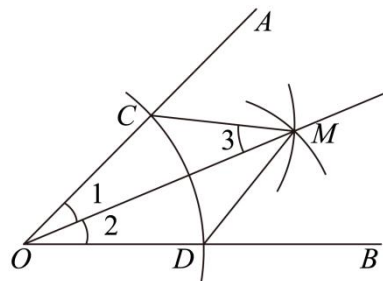
7. 阅读以下作图步骤：

①在 OA 和 OB 上分别截取 OC, OD ，使 $OC = OD$ ；

②分别以 C, D 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}CD$ 的长为半径作弧，两弧在 $\angle AOB$ 内交于点 M ；

③作射线 OM ，连接 CM, DM ，如图所示.

根据以上作图，一定可以推得的结论是（ ）



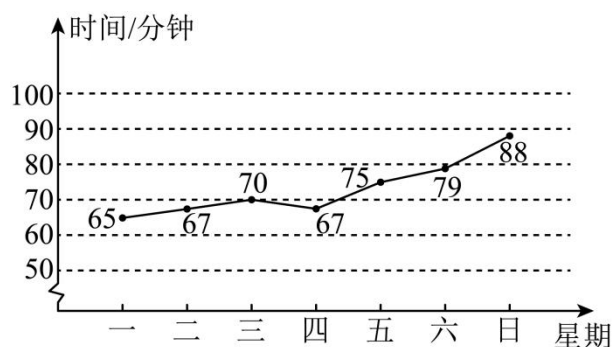
A. $\angle 1 = \angle 2$ 且 $CM = DM$

B. $\angle 1 = \angle 3$ 且 $CM = DM$

C. $\angle 1 = \angle 2$ 且 $OD = DM$

D. $\angle 2 = \angle 3$ 且 $OD = DM$

8. 为贯彻落实教育部办公厅关于“保障学生每天校内、校外各 1 小时体育活动时间”的要求，学校要求学生每天坚持体育锻炼. 小亮记录了自己一周内每天校外锻炼的时间（单位：分钟），并制作了如图所示的统计图.



根据统计图，下列关于小亮该周每天校外锻炼时间的描述，正确的是（ ）

A. 平均数为 70 分钟

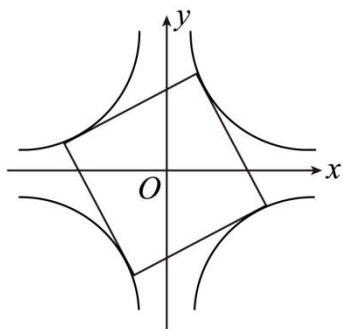
B. 众数为 67 分钟

C. 中位数为 67 分钟

D. 方差为 0

9. 如图，正方形四个顶点分别位于两个反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 和 $y = \frac{n}{x}$ 的图象的四个分支上，则实数 n 的值为

（ ）



- A. -3 B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 3

10. 我国魏晋时期数学家刘徽在《九章算术注》中提到了著名的“割圆术”，即利用圆的内接正多边形逼近圆的方法来近似估算，指出“割之弥细，所失弥少。割之又割，以至于不可割，则与圆周合体，而无所失矣”。“割圆术”孕育了微积分思想，他用这种思想得到了圆周率 π 的近似值为3.1416。如图， $\odot O$ 的半径为1，运用“割圆术”，以圆内接正六边形面积近似估计 $\odot O$ 的面积，可得 π 的估计值为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ，若用圆内接正十二边形作近似估计，可得 π 的估计值为（ ）

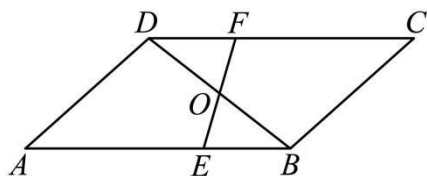


- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 3 D. $2\sqrt{3}$

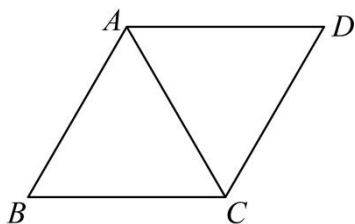
二、填空题：本题共6小题，每小题4分，共24分。

11. 某仓库记账员为方便记账，将进货10件记作+10，那么出货5件应记作_____。

12. 如图，在 $ABCD$ 中， O 为 BD 的中点， EF 过点 O 且分别交 AB, CD 于点 E, F 。若 $AE = 10$ ，则 CF 的长为_____。



13. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $AB = 10$ ， $\angle B = 60^\circ$ ，则 AC 的长为_____。



14. 某公司欲招聘一名职员。对甲、乙、丙三名应聘者进行了综合知识、工作经验、语言表达等三方面的测试，他们的各项成绩如下表所示：

项目	综合知识	工作经验	语言表达
应聘者			

甲	75	80	80
乙	85	80	70
丙	70	78	70

如果将每位应聘者的综合知识、工作经验、语言表达的成绩按 5:2:3 的比例计算其总成绩，并录用总成绩最高的应聘者，则被录用的是_____.

15. 已知 $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1$ ，且 $a \neq -b$ ，则 $\frac{ab-a}{a+b}$ 的值为_____.

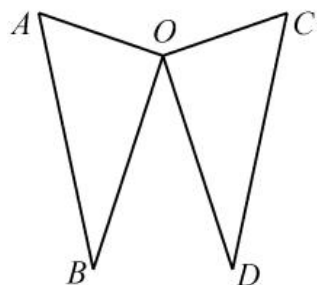
16. 已知抛物线 $y = ax^2 - 2ax + b (a > 0)$ 经过 $A(2n+3, y_1), B(n-1, y_2)$ 两点，若 A, B 分别位于抛物线对称轴的两侧，且 $y_1 < y_2$ ，则 n 的取值范围是_____.

三、解答题：本题共 9 小题，共 86 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. 计算： $\sqrt{9} - 2^0 + |-1|$.

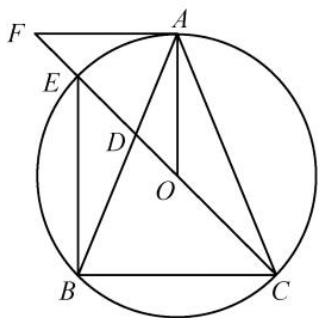
18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 2x+1 < 3, \textcircled{1} \\ \frac{x}{2} + \frac{1-3x}{4} \leq 1. \textcircled{2} \end{cases}$$

19. 如图， $OA = OC, OB = OD, \angle AOD = \angle COB$. 求证： $AB = CD$.



20. 先化简，再求值： $\left(1 - \frac{x+1}{x}\right) \div \frac{x^2-1}{x^2-x}$ ，其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

21. 如图，已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， CO 的延长线交 AB 于点 D ，交 $\odot O$ 于点 E ，交 $\odot O$ 的切线 AF 于点 F ，且 $AF \parallel BC$.



(1) 求证: $AO \parallel BE$;

(2) 求证: AO 平分 $\angle BAC$.

22. 为促进消费, 助力经济发展, 某商场决定“让利酬宾”, 于“五一”期间举办了抽奖促销活动. 活动规定: 凡在商场消费一定金额的顾客, 均可获得一次抽奖机会. 抽奖方案如下: 从装有大小质地完全相同的 1 个红球及编号为①②③的 3 个黄球的袋中, 随机摸出 1 个球, 若摸得红球, 则中奖, 可获得奖品; 若摸得黄球, 则不中奖. 同时, 还允许未中奖的顾客将其摸得的球放回袋中, 并再往袋中加入 1 个红球或黄球 (它们的大小质地与袋中的 4 个球完全相同), 然后从中随机摸出 1 个球, 记下颜色后不放入, 再从中随机摸出 1 个球, 若摸得的两球的颜色相同, 则该顾客可获得精美礼品一份. 现已知某顾客获得抽奖机会.

(1) 求该顾客首次摸球中奖的概率;

(2) 假如该顾客首次摸球未中奖, 为了有更大机会获得精美礼品, 他应往袋中加入哪种颜色的球? 说明你的理由

23 阅读下列材料, 回答问题

任务: 测量一个扁平状的小水池的最大宽度, 该水池东西走向的最大宽度 AB 远大于南北走向的最大宽度, 如图 1.

工具: 一把皮尺 (测量长度略小于 AB) 和一台测角仪, 如图 2. 皮尺的功能是直接测量任意可到达的两点间的距离 (这两点间的距离不大于皮尺的测量长度);

测角仪的功能是测量角的大小, 即在任一点 O 处, 对其视线可及的 P , Q 两点, 可测得 $\angle POQ$ 的大小, 如图 3.



图1



图2

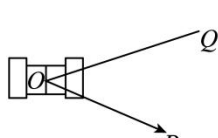


图3

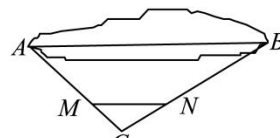


图4

小明利用皮尺测量, 求出了小水池的最大宽度 AB , 其测量及求解过程如下: 测量过程:

(i) 在小水池外选点 C , 如图 4, 测得 $AC = am$, $BC = bm$;

(ii) 分别在 AC , BC , 上测得 $CM = \frac{a}{3}m$, $CN = \frac{b}{3}m$; 测得 $MN = cm$. 求解过程:

由测量知, $AC = a$, $BC = b$, $CM = \frac{a}{3}$, $CN = \frac{b}{3}$,

$\therefore \frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB} = \frac{1}{3}$, 又 $\therefore$ ① _____,

$\therefore \triangle CMN \sim \triangle CAB$, $\therefore \frac{MN}{AB} = \frac{1}{3}$.

又 $\therefore MN = c$, $\therefore AB =$ ② _____ (m).

故小水池的最大宽度为 _____ m.

(1) 补全小明求解过程中①②所缺的内容;

(2) 小明求得 AB 用到的几何知识是 _____;

(3) 小明仅利用皮尺, 通过 5 次测量, 求得 AB . 请你同时利用皮尺和测角仪, 通过测量长度、角度等几何量, 并利用解直角三角形的知识求小水池的最大宽度 AB , 写出你的测量及求解过程. 要求: 测量得到的长度用字母 a , b , c 表示, 角度用 α , β , γ 表示; 测量次数不超过 4 次 (测量的几何量能求出 AB , 且测量的次数最少, 才能得满分).

24. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 交 x 轴于 $A(1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点, M 为抛物线的顶点, C, D 为抛物线上不与 A, B 重合的相异两点, 记 AB 中点为 E , 直线 AD, BC 的交点为 P .

(1) 求抛物线的函数表达式;

(2) 若 $C(4, 3)$, $D\left(m, -\frac{3}{4}\right)$, 且 $m < 2$, 求证: C, D, E 三点共线;

(3) 小明研究发现: 无论 C, D 在抛物线上如何运动, 只要 C, D, E 三点共线, $\triangle AMP, \triangle MEP, \triangle ABP$ 中必存在面积为定值的三角形. 请直接写出其中面积为定值的三角形及其面积, 不必说明理由.

25. 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, D 是 AB 边上不与 A, B 重合的一个定点. $AO \perp BC$ 于点 O , 交 CD 于点 E . DF 是由线段 DC 绕点 D 顺时针旋转 90° 得到的, FD, CA 的延长线相交于点 M .

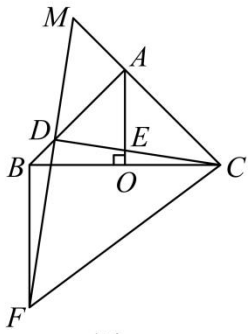


图1

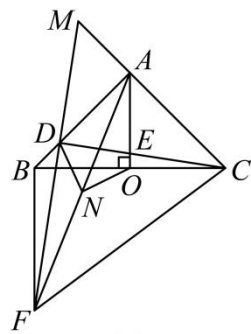


图2

- (1) 求证： $\triangle ADE \sim \triangle FMC$ ；
- (2) 求 $\angle ABF$ 的度数；
- (3) 若 N 是 AF 的中点，如图 2. 求证： $ND = NO$.

