

# 武威市 2023 年初中毕业、高中招生考试

## 数学试卷

考生注意：本试卷满分为 120 分，考试时间为 120 分钟。所有试题均在答题卡上作答，否则无效。

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题只有一个正确选项。

1. 9 的算术平方根是 ( )

- A.  $\pm 3$                       B.  $\pm 9$                       C. 3                      D. -3

2. 若  $\frac{a}{2} = \frac{3}{b}$ ，则  $ab =$  ( )

- A. 6                      B.  $\frac{3}{2}$                       C. 1                      D.  $\frac{2}{3}$

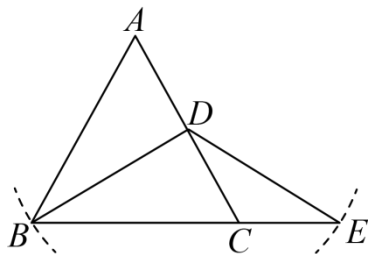
3. 计算：  $a(a+2) - 2a =$  ( )

- A. 2                      B.  $a^2$                       C.  $a^2 + 2a$                       D.  $a^2 - 2a$

4. 若直线  $y = kx$  ( $k$  是常数，  $k \neq 0$ ) 经过第一、第三象限，则  $k$  的值可为 ( )

- A. -2                      B. -1                      C.  $-\frac{1}{2}$                       D. 2

5. 如图，  $BD$  是等边  $\triangle ABC$  的边  $AC$  上的高，以点  $D$  为圆心，  $DB$  长为半径作弧交  $BC$  的延长线于点  $E$ ，则  $\angle DEC =$  ( )

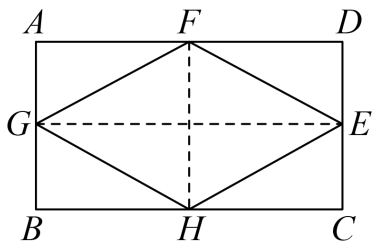


- A.  $20^\circ$                       B.  $25^\circ$                       C.  $30^\circ$                       D.  $35^\circ$

6. 方程  $\frac{2}{x} = \frac{1}{x+1}$  的解为 ( )

- A.  $x = -2$                       B.  $x = 2$                       C.  $x = -4$                       D.  $x = 4$

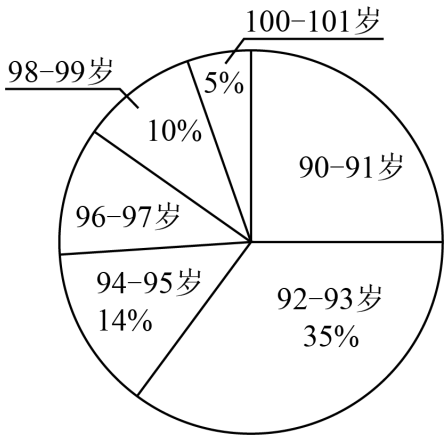
7. 如图，将矩形  $ABCD$  对折，使边  $AB$  与  $DC$ ，  $BC$  与  $AD$  分别重合，展开后得到四边形  $EFGH$ 。若  $AB = 2$ ，  $BC = 4$ ，则四边形  $EFGH$  的面积为 ( )



- A. 2                                      B. 4                                      C. 5                                      D. 6

8. 据统计，数学家群体是一个长寿群体，某研究小组随机抽取了收录约 2200 位数学家的《数学家传略辞典》中部分 90 岁及以上的长寿数学家的年龄为样本，对数据进行整理与分析，统计图表（部分数据）如下，下列结论错误的是（    ）

| 年龄范围（岁） | 人数（人） |
|---------|-------|
| 90–91   | 25    |
| 92–93   |       |
| 94–95   |       |
| 96–97   | 11    |
| 98–99   | 10    |
| 100–101 | $m$   |



- A. 该小组共统计了 100 名数学家的年龄
- B. 统计表中  $m$  的值为 5
- C. 长寿数学家年龄在 92–93 岁的人数最多
- D. 《数学家传略辞典》中收录的数学家年龄在 96–97 岁的人数估计有 110 人
9. 如图 1，汉代初期的《淮南万毕术》是中国古代有关物理、化学的重要文献，书中记载了我国古代学者在科学领域做过的一些探索及成就。其中所记载的“取大镜高悬，置水盆于其下，则见四邻矣”，是古人

利用光的反射定律改变光路的方法，即“反射光线与入射光线、法线在同一平面上；反射光线和入射光线位于法线的两侧；反射角等于入射角”。为了探清一口深井的底部情况，运用此原理，如图在井口放置一面平面镜可改变光路，当太阳光线  $AB$  与地面  $CD$  所成夹角  $\angle ABC = 50^\circ$  时，要使太阳光线经反射后刚好垂直于地面射入深井底部，则需要调整平面镜  $EF$  与地面的夹角  $\angle EBC =$  ( )

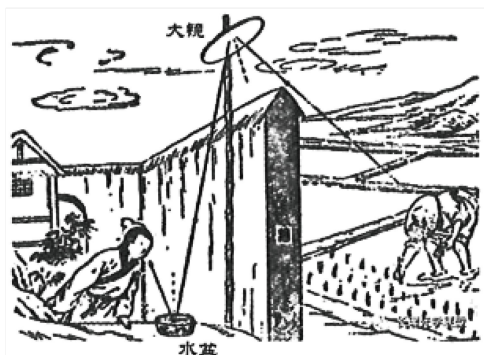
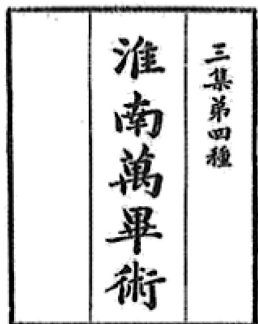


图1

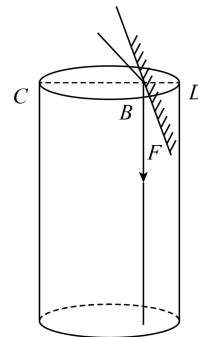


图2

- A.  $60^\circ$       B.  $70^\circ$       C.  $80^\circ$       D.  $85^\circ$

10. 如图 1，正方形  $ABCD$  的边长为 4， $E$  为  $CD$  边的中点. 动点  $P$  从点  $A$  出发沿  $AB \rightarrow BC$  匀速运动，运动到点  $C$  时停止. 设点  $P$  的运动路程为  $x$ ，线段  $PE$  的长为  $y$ ， $y$  与  $x$  的函数图象如图 2 所示，则点  $M$  的坐标为 ( )

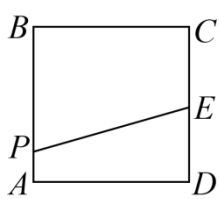


图1

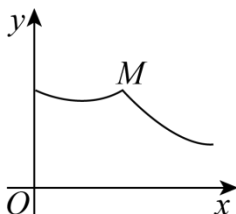


图2

- A.  $(4, 2\sqrt{3})$       B.  $(4, 4)$       C.  $(4, 2\sqrt{5})$       D.  $(4, 5)$

二、填空题：本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分.

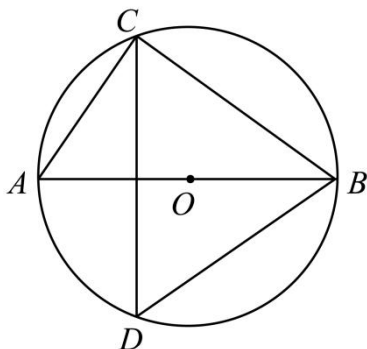
11. 因式分解：  $ax^2 - 2ax + a =$  \_\_\_\_\_.

12. 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2x + 4c = 0$  有两个不相等的实数根，则  $c =$  \_\_\_\_\_ (写出一个满足条件的值).

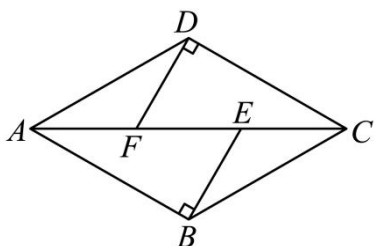
13. 近年来，我国科技工作者践行“科技强国”使命，不断取得世界级的科技成果，如由我国研制的中国首台作业型全海深自主遥控潜水器“海斗一号”，最大下潜深度 10907 米，填补了中国水下万米作业型无人潜水器的空白；由我国自主研发的极目一号Ⅲ型浮空艇“大白鲸”，升空高度至海拔 9050 米，创造了浮空艇原位大气科学观测海拔最高的世界记录. 如果把海平面以上 9050 米记作“+9050 米”，那么海平面以下 10907 米记作“\_\_\_\_\_ 米”.

14. 如图， $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ， $AB$  是  $\odot O$  的直径，点  $D$  是  $\odot O$  上一点， $\angle CDB = 55^\circ$ ，则

$$\angle ABC = \underline{\hspace{2cm}}^\circ.$$



15. 如图，菱形  $ABCD$  中， $\angle DAB = 60^\circ$ ， $BE \perp AB$ ， $DF \perp CD$ ，垂足分别为  $B$ ， $D$ ，若  $AB = 6\text{cm}$ ，则  $EF = \underline{\hspace{2cm}}\text{cm}$ 。



16. 如图 1，我国是世界上最早制造使用水车的国家。1556 年兰州人段续的第一架水车创制成功后，黄河两岸人民纷纷仿制，车水灌田，水渠纵横，沃土繁丰。而今，兰州水车博览园是百里黄河风情线上的标志性景观，是兰州“水车之都”的象征。如图 2 是水车舀水灌溉示意图，水车轮的辐条（圆的半径） $OA$  长约为 6 米，辐条尽头装有刮板，刮板间安装有等距斜挂的长方体形状的水斗，当水流冲动水车轮刮板时，驱使水车徐徐转动，水斗依次舀满河水在点  $A$  处离开水面，逆时针旋转  $150^\circ$  上升至轮子上方  $B$  处，斗口开始翻转向下，将水倾入木槽，由木槽导入水渠，进而灌溉，那么水斗从  $A$  处（舀水）转动到  $B$  处（倒水）所经过的路程是  $\underline{\hspace{2cm}}$  米。（结果保留  $\pi$ ）



图1

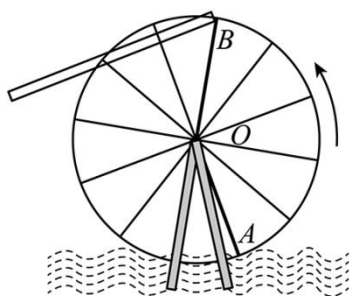


图2

三、解答题：本大题共 6 小题，共 32 分。解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

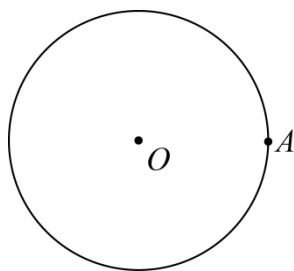
17. 计算： $\sqrt{27} \div \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$ 。

18. 解不等式组: 
$$\begin{cases} x > -6 - 2x \\ x \leq \frac{3+x}{4} \end{cases}$$

19. 化简: 
$$\frac{a+2b}{a+b} - \frac{a-b}{a-2b} \div \frac{a^2-b^2}{a^2-4ab+4b^2}.$$

20. 1672 年, 丹麦数学家莫尔在他的著作《欧几里得作图》中指出: 只用圆规可以完成一切尺规作图. 1797 年, 意大利数学家马斯凯罗尼又独立发现此结论, 并写在他的著作《圆规的几何学》中. 请你利用数学家们发现的结论, 完成下面的作图题:

如图, 已知  $\odot O$ ,  $A$  是  $\odot O$  上一点, 只用圆规将  $\odot O$  的圆周四等分. (按如下步骤完成, 保留作图痕迹)



①以点  $A$  为圆心,  $OA$  长为半径, 自点  $A$  起, 在  $\odot O$  上逆时针方向顺次截取  $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ ;

②分别以点  $A$ , 点  $D$  为圆心,  $AC$  长为半径作弧, 两弧交于  $\odot O$  上方点  $E$ ;

③以点  $A$  为圆心,  $OE$  长为半径作弧交  $\odot O$  于  $G$ ,  $H$  两点. 即点  $A$ ,  $G$ ,  $D$ ,  $H$  将  $\odot O$  的圆周四等分.

21. 为传承红色文化, 激发革命精神, 增强爱国主义情感, 某校组织七年级学生开展“讲好红色故事, 传承红色基因”为主题的研学之旅, 策划了三条红色线路让学生选择:

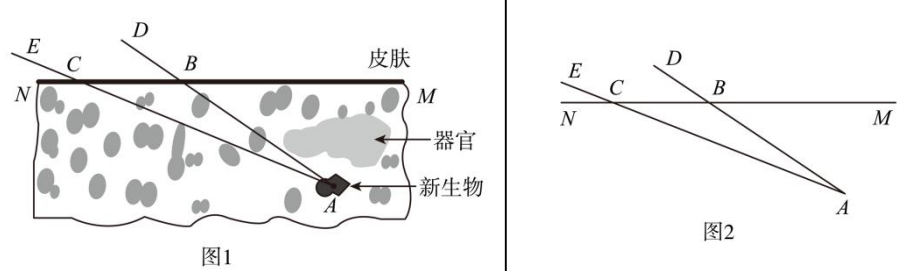
A. 南梁精神红色记忆之旅 (华池县); B. 长征会师胜利之旅 (会宁县); C. 西路军红色征程之旅 (高台县), 且每人只能选择一条线路. 小亮和小刚两人用抽卡片的方式确定一条自己要去的线路. 他们准备了 3 张不透明的卡片, 正面分别写上字母  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , 卡片除正面字母不同外其余均相同, 将 3 张卡片正面向下洗匀, 小亮先从中随机抽取一张卡片, 记下字母后正面向下放回, 洗匀后小刚再从中随机抽取一张卡片.

(1) 求小亮从中随机抽到卡片  $A$  的概率;

(2) 请用画树状图或列表的方法, 求两人都抽到卡片  $C$  的概率.

22. 如图 1, 某人的一器官后面  $A$  处长了一个新生物, 现需检测到皮肤的距离 (图 1). 为避免伤害器官, 可利用一种新型检测技术, 检测射线可避开器官从侧面测量. 某医疗小组制定方案, 通过医疗仪器的测量获得相关数据, 并利用数据计算出新生物到皮肤的距离. 方案如下:

|    |             |
|----|-------------|
| 课题 | 检测新生物到皮肤的距离 |
| 工具 | 医疗仪器等       |

|      |                                                                                                                                    |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 示意图  |  <div>图1</div> <div>图2</div>                     |
| 说明   | 如图 2，新生物在 A 处，先在皮肤上选择最大限度地避开器官的 B 处照射新生物，检测射线与皮肤 MN 的夹角为 $\angle DBN$ ；再在皮肤上选择距离 B 处 9cm 的 C 处照射新生物，检测射线与皮肤 MN 的夹角为 $\angle ECN$ 。 |
| 测量数据 | $\angle DBN = 35^\circ$ ， $\angle ECN = 22^\circ$ ， $BC = 9\text{cm}$                                                              |

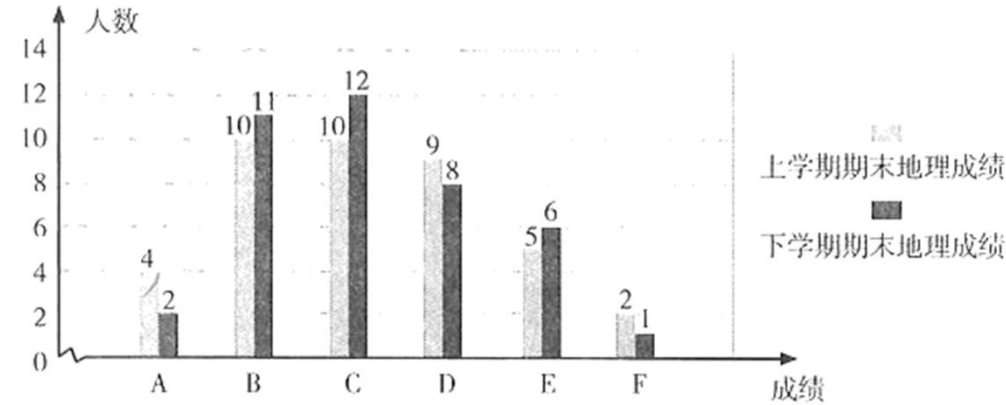
请你根据上表中的测量数据，计算新生物 A 处到皮肤的距离。（结果精确到 0.1cm）（参考数据：

$\sin 35^\circ \approx 0.57$ ， $\cos 35^\circ \approx 0.82$ ， $\tan 35^\circ \approx 0.70$ ， $\sin 22^\circ \approx 0.37$ ， $\cos 22^\circ \approx 0.93$ ， $\tan 22^\circ \approx 0.40$ ）

**四、解答题：本大题共 5 小题，共 40 分。解答时，应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。**

23. 某校八年级共有 200 名学生，为了解八年级学生地理学科的学习情况，从中随机抽取 40 名学生的八年级上、下两个学期期末地理成绩进行整理和分析（两次测试试卷满分均为 35 分，难度系数相同；成绩用  $x$  表示，分成 6 个等级：A.  $x < 10$ ；B.  $10 \leq x < 15$ ；C.  $15 \leq x < 20$ ；D.  $20 \leq x < 25$ ；E.  $25 \leq x < 30$ ；F.  $30 \leq x \leq 35$ ）。下面给出了部分信息：

a. 八年级学生上、下两个学期期末地理成绩的统计图如下：



b. 八年级学生上学期期末地理成绩在 C.  $15 \leq x < 20$  这一组的成绩是：

15, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 18, 18

c. 八年级学生上、下两个学期期末地理成绩的平均数、众数、中位数如下：

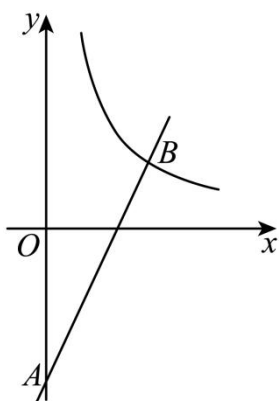
| 学期     | 平均数  | 众数 | 中位数 |
|--------|------|----|-----|
| 八年级上学期 | 17.7 | 15 | $m$ |

|        |      |    |      |
|--------|------|----|------|
| 八年级下学期 | 18.2 | 19 | 18.5 |
|--------|------|----|------|

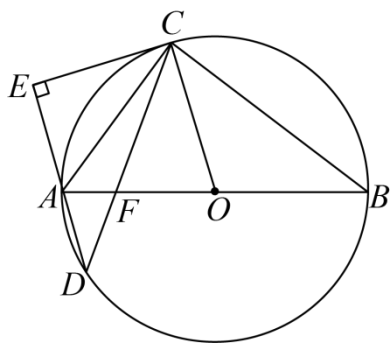
根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 填空：  $m =$  \_\_\_\_\_；
- (2) 若  $x \geq 25$  为优秀，则这 200 名学生八年级下学期期末地理成绩达到优秀的约有 \_\_\_\_\_ 人；
- (3) 你认为该校八年级学生的期末地理成绩下学期比上学期有没有提高？请说明理由。

24. 如图，一次函数  $y = mx + n$  的图象与  $y$  轴交于点  $A$ ，与反比例函数  $y = \frac{6}{x} (x > 0)$  的图象交于点  $B(3, a)$ 。



- (1) 求点  $B$  的坐标；
  - (2) 用  $m$  的代数式表示  $n$ ；
  - (3) 当  $\triangle OAB$  的面积为 9 时，求一次函数  $y = mx + n$  的表达式。
25. 如图， $\triangle ABC$  内接于  $\odot O$ ， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $D$  是  $\odot O$  上的一点， $CO$  平分  $\angle BCD$ ， $CE \perp AD$ ，垂足为  $E$ ， $AB$  与  $CD$  相交于点  $F$ 。



- (1) 求证：  $CE$  是  $\odot O$  的切线；
- (2) 当  $\odot O$  的半径为 5， $\sin B = \frac{3}{5}$  时，求  $CE$  的长。

26. 【模型建立】

- (1) 如图 1， $\triangle ABC$  和  $\triangle BDE$  都是等边三角形，点  $C$  关于  $AD$  的对称点  $F$  在  $BD$  边上。

①求证：  $AE = CD$ ；

②用等式写出线段  $AD$ ， $BD$ ， $DF$  的数量关系，并说明理由。

【模型应用】

(2) 如图 2,  $\triangle ABC$  是直角三角形,  $AB = AC$ ,  $CD \perp BD$ , 垂足为  $D$ , 点  $C$  关于  $AD$  的对称点  $F$  在  $BD$  边上. 用等式写出线段  $AD$ ,  $BD$ ,  $DF$  的数量关系, 并说明理由.

【模型迁移】

(3) 在 (2) 的条件下, 若  $AD = 4\sqrt{2}$ ,  $BD = 3CD$ , 求  $\cos \angle AFB$  的值.

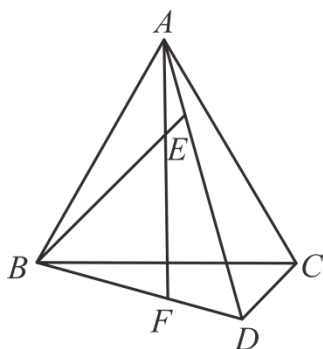


图1

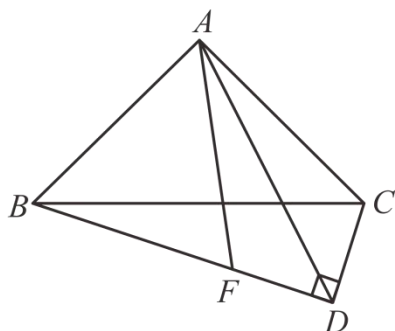


图2

27. 如图 1, 抛物线  $y = -x^2 + bx$  与  $x$  轴交于点  $A$ , 与直线  $y = -x$  交于点  $B(4, -4)$ , 点  $C(0, -4)$  在  $y$  轴上. 点  $P$  从点  $B$  出发, 沿线段  $BO$  方向匀速运动, 运动到点  $O$  时停止.

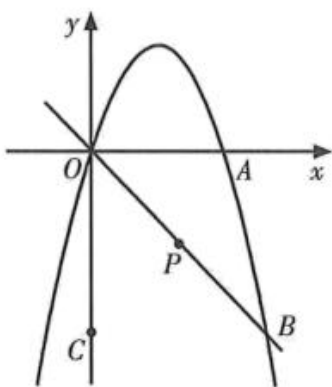


图1

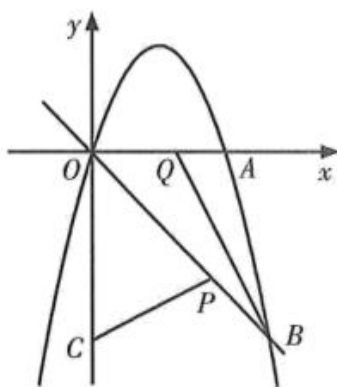


图2

(1) 求抛物线  $y = -x^2 + bx$  的表达式;

(2) 当  $BP = 2\sqrt{2}$  时, 请在图 1 中过点  $P$  作  $PD \perp OA$  交抛物线于点  $D$ , 连接  $PC$ ,  $OD$ , 判断四边形  $OCPD$  的形状, 并说明理由.

(3) 如图 2, 点  $P$  从点  $B$  开始运动时, 点  $Q$  从点  $O$  同时出发, 以与点  $P$  相同的速度沿  $x$  轴正方向匀速运动, 点  $P$  停止运动时点  $Q$  也停止运动. 连接  $BQ$ ,  $PC$ , 求  $CP + BQ$  的最小值.

