

## 2023 年湘潭市初中学业水平考试

## 数学试题卷

考试时量：120 分钟 满分：120 分

考生注意：

本试卷分试题卷和答题卡两部分，全卷共四道大题，26 道小题。请考生将解答过程全部填（涂）写在答题卡上，写在试题卷上无效，考试结束后，将试题卷和答题卡一并上交。

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分。在每小题给出的 4 个选项中，只有一项符合题目要求，请将正确答案的选项代号涂在答题卡相应的位置上）

1. 中国的汉字既象形又表意，不但其形美观，而且寓意深刻，观察下列汉字，其中是轴对称图形的是（ ）

- A. 爱 B. 我 C. 中 D. 华

2. 若代数式  $\sqrt{x-1}$  在实数范围内有意义，则  $x$  的取值范围是（ ）

- A.  $x < 1$  B.  $x \leq 1$  C.  $x > 1$  D.  $x \geq 1$

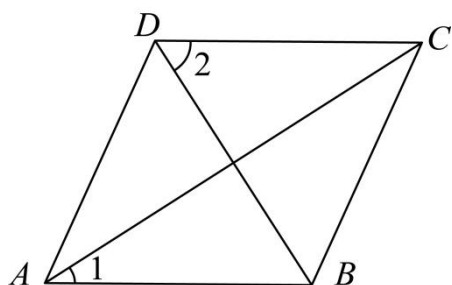
3. 下列计算正确的是（ ）

- A.  $a^8 \div a^2 = a^4$  B.  $a + a^2 = a^3$  C.  $(a^2)^3 = a^5$  D.  $a^2 \cdot a^3 = a^5$

4. 某校组织青年教师教学竞赛活动，包含教学设计和现场教学展示两个方面。其中教学设计占 20%，现场展示占 80%。某参赛教师的教学设计 90 分，现场展示 95 分，则她的最后得分为（ ）

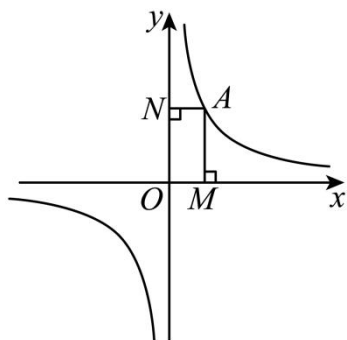
- A. 95 分 B. 94 分 C. 92.5 分 D. 91 分

5. 如图，菱形  $ABCD$  中，连接  $AC$ ， $BD$ ，若  $\angle 1 = 20^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数为（ ）



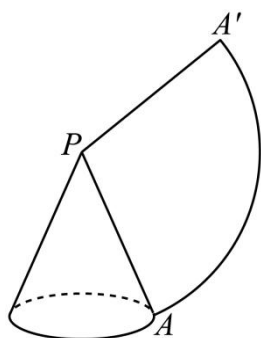
- A.  $20^\circ$  B.  $60^\circ$  C.  $70^\circ$  D.  $80^\circ$

6. 如图，平面直角坐标系中， $O$  是坐标原点，点  $A$  是反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k \neq 0$ ) 图像上的一点，过点  $A$  分别作  $AM \perp x$  轴于点  $M$ ， $AN \perp y$  轴于点  $N$ ，若四边形  $AMON$  的面积为 2。则  $k$  的值是（ ）



- A. 2                      B. -2                      C. 1                      D. -1

7. 如图，圆锥底面圆的半径为 4，则这个圆锥的侧面展开图中  $\widehat{AA'}$  的长为 ( )



- A.  $4\pi$                       B.  $6\pi$                       C.  $8\pi$                       D.  $16\pi$

8. 某校组织九年级学生赴韶山开展研学活动，已知学校离韶山 50 千米，师生乘大巴车前往，某老师因有事情，推迟了 10 分钟出发，自驾小车以大巴车速度的 1.2 倍前往，结果同时到达。设大巴车的平均速度为  $x$  千米/时，则可列方程为 ( )

- A.  $\frac{50}{x} = \frac{50}{1.2x} + \frac{1}{6}$       B.  $\frac{50}{x} + 10 = \frac{50}{1.2x}$       C.  $\frac{50}{x} = \frac{50}{1.2x} + 10$       D.  $\frac{50}{x} + \frac{1}{6} = \frac{50}{1.2x}$

二、选择题（本题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分。在每小题给出的 4 个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得 3 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分，请将正确答案的选项代号涂在答题卡相应的位置上）

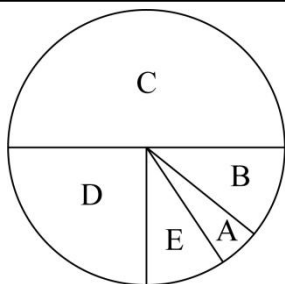
9. 下列选项中正确的是 ( )

- A.  $8^0 = 1$                       B.  $|-8| = 8$                       C.  $-(-8) = 8$                       D.  $\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$

10. 2023 年湘潭中考体育考查了投掷实心球的项目，为了解某校九年级男生投掷实心球水平，随机抽取了若干名男生的成绩（单位：米），列出了如下所示的频数分布表并绘制了扇形图：

| 类别 | A              | B              | C              | D               | E                |
|----|----------------|----------------|----------------|-----------------|------------------|
| 成绩 | $6 \leq x < 7$ | $7 \leq x < 8$ | $8 \leq x < 9$ | $9 \leq x < 10$ | $10 \leq x < 11$ |

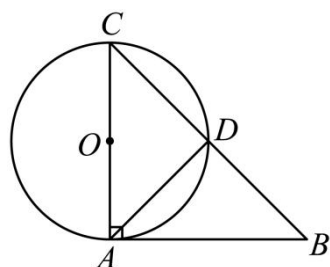
|    |   |   |    |    |   |
|----|---|---|----|----|---|
| 频数 | 2 | 6 | 25 | 12 | 5 |
|----|---|---|----|----|---|



则下列说法正确的是 ( )

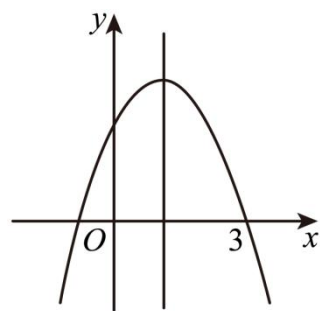
- A. 样本容量为 50  
B. 成绩在  $9 \leq x < 10$  米的人数最多  
C. 扇形图中 C 类对应的圆心角为  $180^\circ$   
D. 成绩在  $7 \leq x < 8$  米的频率为 0.1

11. 如图,  $AC$  是  $\odot O$  的直径,  $CD$  为弦, 过点 A 的切线与  $CD$  延长线相交于点 B, 若  $AB = AC$ , 则下列说法正确的是 ( )



- A.  $AD \perp BC$   
B.  $\angle CAB = 90^\circ$   
C.  $DB = AB$   
D.  $AD = \frac{1}{2}BC$

12. 如图, 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于点  $(3, 0)$ , 则下列结论中正确的是 ( )



- A.  $a > 0$   
B.  $c > 0$   
C.  $b^2 - 4ac < 0$   
D.  $9a + 3b + c = 0$

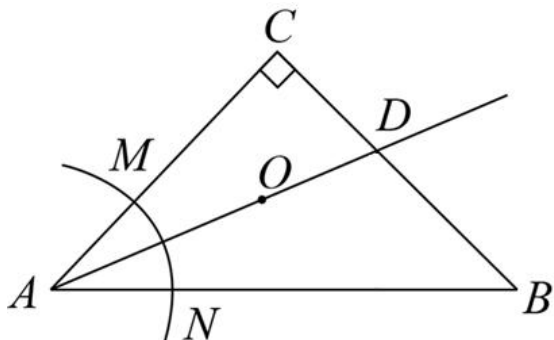
三、填空题 (本题共 4 个小题, 每小题 3 分, 共 12 分. 请将答案写在答题卡相应的位置上)

13. 数轴上到原点的距离小于  $\sqrt{5}$  的点所表示的整数有\_\_\_\_\_. (写出一个即可)

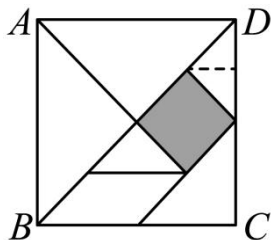
14. 已知实数  $a, b$  满足  $(a-2)^2 + |b+1| = 0$ , 则  $a^b =$ \_\_\_\_\_.

15. 如图, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ , 按以下步骤作图: ①以点 A 为圆心, 以小于  $AC$  长为半径作弧,

分别交  $AC, AB$  于点  $M, N$ ；②分别以  $M, N$  为圆心，以大于  $\frac{1}{2}MN$  的长为半径作弧，在  $\angle BAC$  内两弧交于点  $O$ ；③作射线  $AO$ ，交  $BC$  于点  $D$ ．若点  $D$  到  $AB$  的距离为 1，则  $CD$  的长为\_\_\_\_\_．

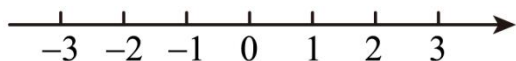


16. 七巧板是我国民间广为流传的一种益智玩具，某同学用边长为  $4\text{dm}$  的正方形纸板制作了一副七巧板（如图），由 5 个等腰直角三角形，1 个正方形和 1 个平行四边形组成．则图中阴影部分的面积为\_\_\_\_\_  $\text{dm}^2$ ．



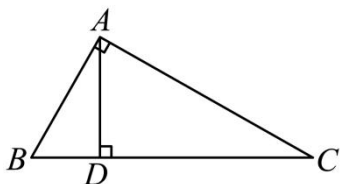
四、解答题（本大题共 10 个小题，共 72 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．请将解答过程写在答题卡相应位置上）

17. 解不等式组：  $\begin{cases} 7x-14 \leq 0 \text{ ①} \\ 2(x+3) > x+4 \text{ ②} \end{cases}$ ，并把它的解集在数轴上表示出来．



18. 先化简，再求值：  $\left(1 + \frac{2}{x+1}\right) \cdot \frac{x^2+x}{x^2-9}$ ，其中  $x=6$ ．

19. 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中，  $\angle BAC = 90^\circ$ ，  $AD$  是斜边  $BC$  上的高．



(1) 证明：  $\triangle ABD \sim \triangle CBA$ ；

(2) 若  $AB=6$ ，  $BC=10$ ，求  $BD$  的长．

20. 为落实“双减”政策要求，丰富学生课余生活，某校七年级根据学生需求，组建了四个社团供学生选择：

A（合唱社团）、B（硬笔书法社团）、C（街舞社团）、D（面点社团）．学生从中任意选择两个社团参加活动．

(1) 小明对这 4 个社团都很感兴趣，如果他随机选择两个社团，请列举出所有的可能结果；

(2) 小宇和小江在选择过程中，首先都选了社团 C（街舞社团），第二个社团他俩决定随机选择，请用列表法或树状图求他俩选到相同社团的概率.

21. 教育部正式印发《义务教育劳动课程标准（2022 年版）》，劳动课成为中小学的一门独立课程，湘潭市中小学已经将劳动教育融入学生的日常学习和生活中，某校倡导同学们从帮助父母做一些力所能及的家务做起，培养劳动意识，提高劳动技能. 小明随机调查了该校 10 名学生某周在家做家务的总时间，并对数据进行统计分析，过程如下：

收集数据：在家做家务时间：（单位：小时）

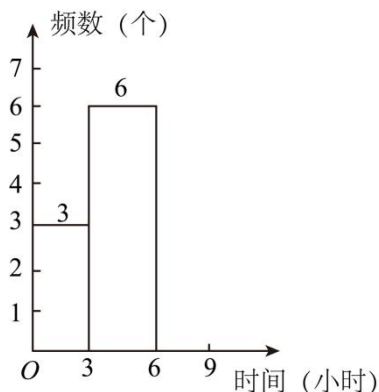
1 5 4 1  $a$  3 2  $b$  3 4

整理数据：

| 时间段 | $0 \leq x < 3$ | $3 \leq x < 6$ | $6 \leq x < 9$ |
|-----|----------------|----------------|----------------|
| 人数  | 3              | 6              | $m$            |

分析数据：

| 统计量 | 平均数 | 中位数 | 众数 |
|-----|-----|-----|----|
| 数据  | 3.4 | 3.5 | 4  |



请结合以上信息回答下列问题：

(1)  $m =$  \_\_\_\_\_，并补全频数直方图；

(2) 数据统计完成后，小明发现有两个数据不小心丢失了. 请根据图表信息找回这两个数据. 若  $a < b$ ，则  $a =$  \_\_\_\_\_， $b =$  \_\_\_\_\_；

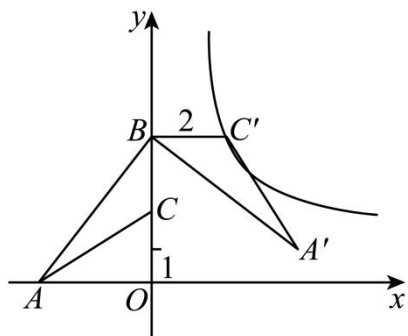
(3) 根据调查结果，请估计该校 2000 名学生在这一周劳动时间不少于 3 小时的人数.

22. 我国航天事业发展迅速，2023 年 5 月 30 日 9 时 31 分，神舟十六号载人飞船成功发射，某玩具店抓住商机，先购进了 1000 件相关航天模型玩具进行试销，进价为 50 元/件.

(1) 设每件玩具售价为  $x$  元，全部售完的利润为  $y$  元. 求利润  $y$  (元) 关于售价  $x$  (元/件) 的函数表达式；

(2) 当售价定为 60 元/件时，该玩具销售火爆，该店继续购进一批该种航天模型玩具，并从中拿出这两批玩具销售利润的 20% 用于支持某航模兴趣组开展活动，在成功销售完毕后，资助经费恰好 10000 元，请问该商店继续购进了多少件航天模型玩具？

23. 如图, 点  $A$  的坐标是  $(-3, 0)$ , 点  $B$  的坐标是  $(0, 4)$ , 点  $C$  为  $OB$  中点, 将  $\triangle ABC$  绕着点  $B$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle A'BC'$ .



(1) 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图像经过点  $C'$ ，求该反比例函数的表达式；

(2) 一次函数图像经过  $A$ 、 $A'$  两点, 求该一次函数的表达式.

24. 问题情境: 筒车是我国古代发明的一种水利灌溉工具, 既经济又环保, 明朝科学家徐光启在《农政全书》中用图画描绘了筒车的工作原理 (如图①). 假定在水流量稳定的情况下, 筒车上的每一个盛水筒都按逆时针做匀速圆周运动, 每旋转一周用时 120 秒.

问题设置: 把筒车抽象为一个半径为  $r$  的  $\odot O$ . 如图②,  $OM$  始终垂直于水平面, 设筒车半径为 2 米. 当  $t=0$  时, 某盛水筒恰好位于水面  $A$  处, 此时  $\angle AOM = 30^\circ$ , 经过 95 秒后该盛水筒运动到点  $B$  处. (参考数据,  $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732$ )



图 1

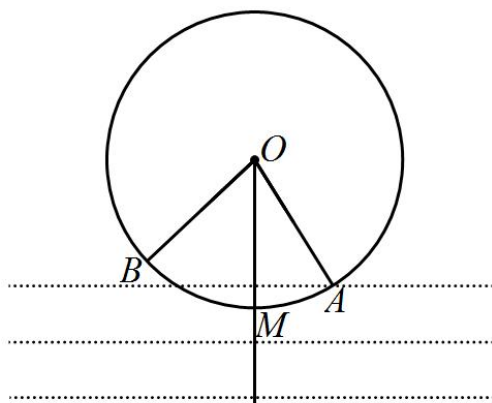
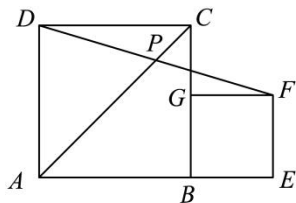


图 2

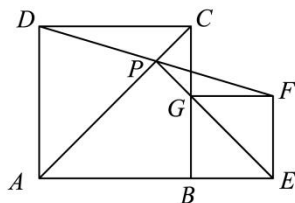
问题解决:

- (1) 求该盛水筒从  $A$  处逆时针旋转到  $B$  处时,  $\angle BOM$  的度数;
- (2) 求该盛水筒旋转至  $B$  处时, 它到水面的距离. (结果精确到 0.1 米)

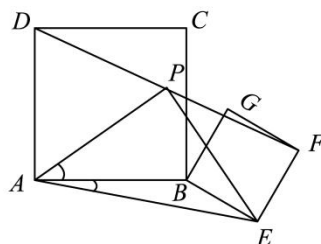
25. 问题情境: 小红同学在学习了正方形的知识后, 进一步进行以下探究活动: 在正方形  $ABCD$  的边  $BC$  上任意取一点  $G$ , 以  $BG$  为边长向外作正方形  $BEFG$ , 将正方形  $BEFG$  绕点  $B$  顺时针旋转.



图①



图②



图③

特例感知:

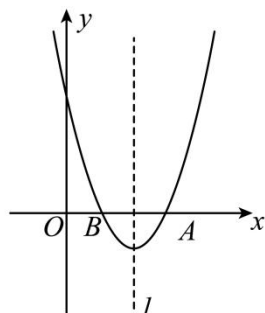
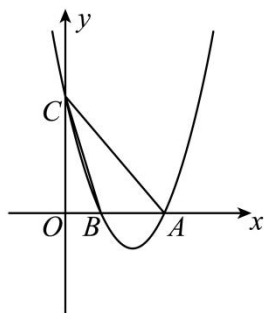
(1) 当  $BG$  在  $BC$  上时, 连接  $DF$ ,  $AC$  相交于点  $P$ , 小红发现点  $P$  恰为  $DF$  的中点, 如图①. 针对小红发现的结论, 请给出证明;

(2) 小红继续连接  $EG$ , 并延长与  $DF$  相交, 发现交点恰好也是  $DF$  中点  $P$ , 如图②, 根据小红发现的结论, 请判断  $\triangle APE$  的形状, 并说明理由;

规律探究:

(3) 如图③, 将正方形  $BEFG$  绕点  $B$  顺时针旋转  $\alpha$ , 连接  $DF$ , 点  $P$  是  $DF$  中点, 连接  $AP$ ,  $EP$ ,  $AE$ ,  $\triangle APE$  的形状是否发生改变? 请说明理由.

26. 如图, 二次函数  $y = x^2 + bx + c$  的图象与  $x$  轴交于  $A$ ,  $B$  两点, 与  $y$  轴交于  $C$  点, 其中  $B(1, 0)$ ,  $C(0, 3)$ .



(备用图)

- (1) 求这个二次函数的表达式;
- (2) 在二次函数图象上是否存在点  $P$ , 使得  $S_{\triangle PAC} = S_{\triangle ABC}$ ? 若存在, 请求出  $P$  点坐标; 若不存在, 请说明理由;
- (3) 点  $Q$  是对称轴  $l$  上一点, 且点  $Q$  的纵坐标为  $a$ , 当  $\triangle QAC$  是锐角三角形时, 求  $a$  的取值范围.

