

永州市 2023 年初中学业水平考试数学（试题卷）

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分．每个小题只有一个正确选项，请将正确的选项填涂到答题卡上）

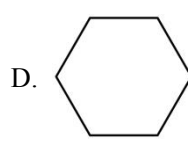
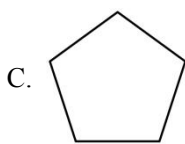
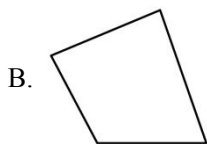
1. 我国古代数学名著《九章算术》中对正负数的概念注有“今两算得失相反，要令正负以名之”、如：粮库把运进 30 吨粮食记为“+30”，则“-30”表示（ ）

- A. 运出 30 吨粮食 B. 亏损 30 吨粮食 C. 卖掉 30 吨粮食 D. 吃掉 30 吨粮食

2. 企业标志反映了思想、理念等企业文化，在设计上特别注重对称美，下列企业标志图为中心对称图形的是（ ）



3. 下列多边形中，内角和等于 360° 的是（ ）



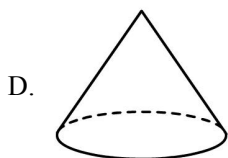
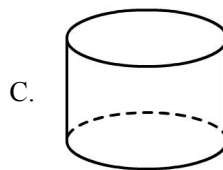
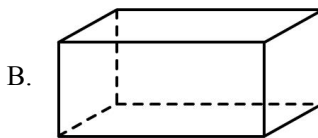
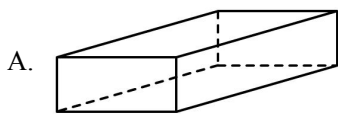
4. 关于 x 的一元一次方程 $2x + m = 5$ 的解为 $x = 1$ ，则 m 的值为（ ）

- A. 3 B. -3 C. 7 D. -7

5. 下列各式计算结果正确的是（ ）

- A. $3x + 2x = 5x^2$ B. $\sqrt{9} = \pm 3$ C. $(2x)^2 = 2x^2$ D. $2^{-1} = \frac{1}{2}$

6. 下列几何体中，其三视图的主视图和左视图都为三角形的是（ ）



7. 某县 2020 年人均可支配收入为 2.36 万元，2022 年达到 2.7 万元，若 2020 年至 2022 年间每年人均可支配收入的增长率都为 x ，则下面所列方程正确的是（ ）

- A. $2.7(1+x)^2 = 2.36$ B. $2.36(1+x)^2 = 2.7$

C. $2.7(1-x)^2 = 2.36$

D. $2.36(1-x)^2 = 2.7$

8. 今年2月，某班准备从《在希望的田野上》《我和我的祖国》《十送红军》三首歌曲中选择两首进行排练，参加永州市即将举办的“唱响新时代，筑梦新征程”合唱选拔赛，那么该班恰好选中前面两首歌曲的概率是（ ）

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{2}{3}$

D. 1

9. 已知点 $M(2, a)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上，其中 a, k 为常数，且 $k > 0$ ，则点 M 一定在（ ）

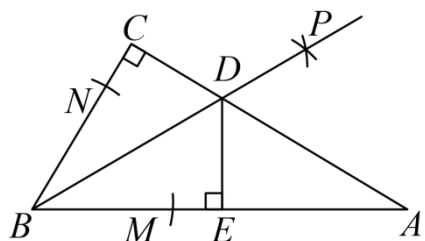
A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

10. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，以 B 为圆心，任意长为半径画弧，分别交 AB, BC 于点 M, N ，再分别以 M, N 为圆心，大于 $\frac{1}{2}MN$ 的定长为半径画弧，两弧交于点 P ，作射线 BP 交 AC 于点 D ，作 $DE \perp AB$ ，垂足为 E ，则下列结论不正确的是（ ）



A. $BC = BE$

B. $CD = DE$

C. $BD = AD$

D. BD 一定经过 $\triangle ABC$ 的

内心

二、填空题（本大题共8个小题，每小题4分，共32分。请将答案填在答题卡的答案栏内）

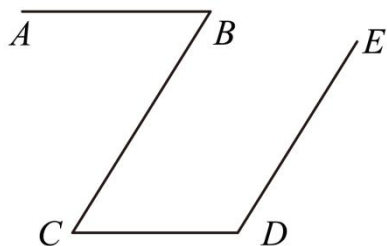
11. $-0.5, 3, -2$ 三个数中最小的数为_____.

12. $2a^2$ 与 $4ab$ 的公因式为_____.

13. 已知 x 为正整数，写出一个使 $\sqrt{x-3}$ 在实数的范围内没有意义的 x 值是_____.

14. 甲、乙两队学生参加学校仪仗队选拔，两队队员的平均身高均为 1.72m ，甲队队员身高的方差为 1.2 ，乙队队员身高的方差为 5.6 ，若要求仪仗队身高比较整齐，应选择_____队较好.

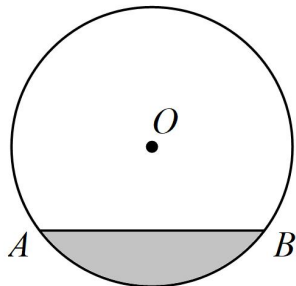
15. 如图， $AB \parallel CD, BC \parallel ED, \angle B = 80^\circ$ ，则 $\angle D =$ _____度.



16. 若关于 x 的分式方程 $\frac{1}{x-4} - \frac{m}{4-x} = 1$ (m 为常数) 有增根, 则增根是_____.

17. 已知扇形的半径为 6, 面积为 6π , 则扇形圆心角的度数为_____度.

18. 如图, $\odot O$ 是一个盛有水的容器的横截面, $\odot O$ 的半径为 10cm. 水的最深处到水面 AB 的距离为 4cm, 则水面 AB 的宽度为_____ cm.

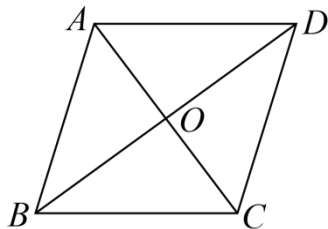


三、解答题 (本大题共 8 个小题, 共 8 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. 解关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x-2 > 0 \\ 3(x-1)-7 < -2x \end{cases}$

20. 先化简, 再求值: $\left(1 - \frac{1}{x+1}\right) \div \frac{x}{x^2+2x+1}$, 其中 $x=2$.

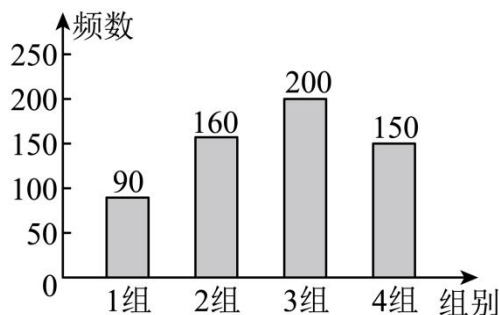
21. 如图, 已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 其对角线相交于点 O , $OA=3, BD=8, AB=5$.



(1) $\triangle AOB$ 是直角三角形吗? 请说明理由;

(2) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形.

22. 今年 3 月 27 日是第 28 个全国中小学生安全教育日. 某市面向中小学生举行了一次关于心理健康、预防欺凌、防漏水、应急疏散等安全专题知识竞赛, 共有 18360 名学生参加本次竞赛. 为了解本次竞赛成绩情况, 随机抽取了 n 名学生的成绩 x (成绩均为整数, 满分为 100 分) 分成四个组: 1 组 $(60 \leq x < 70)$ 、2 组 $(70 \leq x < 80)$ 、3 组 $(80 \leq x < 90)$ 、4 组 $(90 \leq x < 100)$, 并绘制如下图所示频数分布图



- (1) $n =$ _____; 所抽取的 n 名学生成绩的中位数在第 _____ 组;
- (2) 若成绩在第 4 组才为优秀, 则所抽取的 n 名学生中成绩为优秀的频率为 _____;
- (3) 试估计 18360 名参赛学生中, 成绩大于或等于 70 分的人数.

23. 永州市道县陈树湘纪念馆中陈列的陈树湘雕像高 2.9 米 (如图 1 所示), 寓意陈树湘为中国革命“断肠明志”牺牲时的年龄为 29 岁. 如图 2, 以线段 AB 代表陈树湘雕像, 一参观者在水平地面 BN 上 D 处为陈树湘雕拍照, 相机支架 CD 高 0.9 米, 在相机 C 处观测雕像顶端 A 的仰角为 45° , 然后将相机架移到 MN 处拍照, 在相机 M 处观测雕像顶端 A 的仰角为 30° , 求 D 、 N 两点间的距离 (结果精确到 0.1 米, 参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732$)



图1

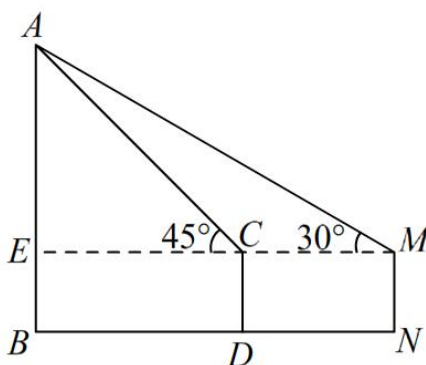


图2

24. 小明观察到一个水龙头因损坏而不断地向外滴水, 为探究其漏水造成的浪费情况, 小明用一个带有刻度的量筒放在水龙头下面装水, 每隔一分钟记录量筒中的总水量, 但由于操作延误, 开始计时的时候量筒中已经有少量水, 因而得到如下表的一组数据:

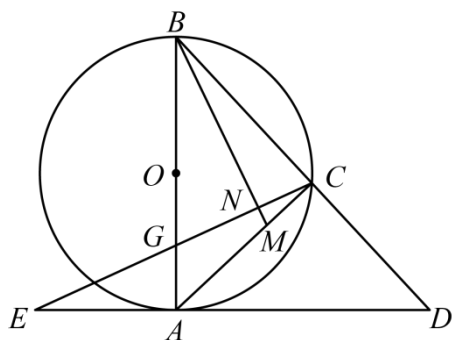
时间 t (单位: 分钟)	1	2	3	4	5	...
总水量 y (单位: 毫升)	7	12	17	22	27	...

- (1) 探究: 根据上表中的数据, 请判断 $y = \frac{k}{t}$ 和 $y = kt + b$ (k, b 为常数) 哪一个能正确反映总水量 y 与时间 t 的函数关系? 并求出 y 关于 t 的表达式;
- (2) 应用:

①请你估算小明在第 20 分钟测量时量筒的总水量是多少毫升？

②一个人一天大约饮用 1500 毫升水，请你估算这个水龙头一个月（按 30 天计）的漏水量可供一人饮用多少天.

25. 如图，以 AB 为直径的 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，延长 BC 到点 D ，使得 $\angle BAC = \angle BDA$ ，点 E 在 DA 的延长线上，点 M 在线段 AC 上， CE 交 BM 于 N ， CE 交 AB 于 G .



(1) 求证: ED 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AC = \sqrt{6}, BD = 5, AC > CD$ ，求 BC 的长;

(3) 若 $DE \cdot AM = AC \cdot AD$ ，求证: $BM \perp CE$.

26. 如图 1，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数) 经过点 $F(0, 5)$ ，顶点坐标为 $(2, 9)$ ，点 $P(x_1, y_1)$ 为抛物线上的动点， $PH \perp x$ 轴于 H ，且 $x_1 \geq \frac{5}{2}$.

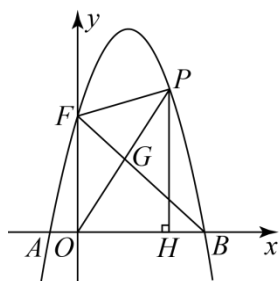


图1

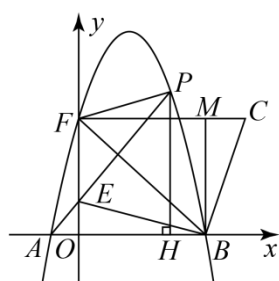
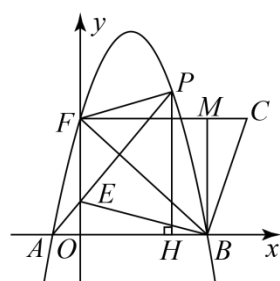


图2



备用图

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 如图 1，直线 $OP: y = \frac{y_1}{x_1}x$ 交 BF 于点 G ，求 $\frac{S_{\triangle BPG}}{S_{\triangle BOG}}$ 的最大值;

(3) 如图 2，四边形 $OBMF$ 为正方形， PA 交 y 轴于点 E ， BC 交 FM 的延长线于 C ，且

$BC \perp BE, PH = FC$ ，求点 P 的横坐标.

