

2023 年常德市初中学业水平考试

数学试题卷

考生注意：

1. 请考生在试题卷首填写好准考证号及姓名。
2. 请将答案填写在答题卡上，填写在试题卷上的无效。
3. 本学科试题卷共 4 页，七道大题，满分 120 分，考试时量 120 分钟。

一、选择题（本大题 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分）

1. 3 的相反数是（ ）

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

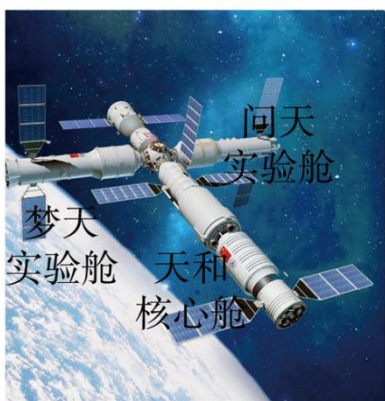
2. 下面算法正确的是（ ）

- A. $(-5)+9=-(9-5)$ B. $7-(-10)=7-10$ C. $(-5)+0=-5$ D. $(-8)+(-4)=8+4$

3. 不等式组 $\begin{cases} x-3 < 2 \\ 3x+1 \geq 2x \end{cases}$ 的解集是（ ）

- A. $x < 5$ B. $1 \leq x < 5$ C. $-1 \leq x < 5$ D. $x \leq -1$

4. 我市“神十五”航天员张陆和他的两位战友已于 2023 年 6 月 4 日回到地球家园，“神十六”的三位航天员已在中国空间站开始值守，空间站的主体结构包括天和核心舱、问天实验舱和梦天实验舱，假设“神十六”甲、乙、丙三名航天员从核心舱进入问天实验舱和梦天实验舱开展实验的机会均等，现在要从这三名航天员中选 2 人各进入一个实验舱开展科学实验，则甲、乙两人同时被选中的概率为（ ）



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{5}$

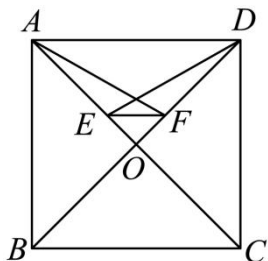
5. 若 $a^2 + 3a - 4 = 0$ ，则 $2a^2 + 6a - 3 =$ （ ）

- A. 5 B. 1 C. -1 D. 0

6. 下列命题正确的是（ ）

- A. 正方形的对角线相等且互相平分
B. 对角互补的四边形是平行四边形
C. 矩形的对角线互相垂直
D. 一组邻边相等的四边形是菱形

7. 如图 1, 在正方形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O , E, F 分别为 AO, DO 上的一点, 且 $EF \parallel AD$, 连接 AF, DE . 若 $\angle FAC = 15^\circ$, 则 $\angle AED$ 的度数为()



- A. 80° B. 90° C. 105° D. 115°

8. 观察下边的数表 (横排为行, 竖排为列), 按数表中的规律, 分数 $\frac{20}{2023}$ 若排在第 a 行 b 列, 则 $a-b$ 的值为()

$\frac{1}{1}$			
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{1}$		
$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{2}$	$\frac{3}{1}$	
$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{1}$

.....

- A. 2003 B. 2004 C. 2022 D. 2023

二、填空题 (本大题 8 个小题, 每小题 3 分, 满分 24 分)

9. 计算: $(a^2b)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.
10. 分解因式: $a^3 + 2a^2b + ab^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.
11. 要使二次根式 $\sqrt{x-4}$ 有意义, 则 x 应满足的条件是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
12. 联合国 2022 年 11 月 15 日宣布, 全世界人口已达 80 亿. 将 8000000000 用科学记数法表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
13. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
14. 我市体育中考有必考和选考项目, 掷实心球是必考项目之一, 在一次训练中, 张华同学掷实心球 10 次的成绩依次是 (单位: 米) 7.6, 8.5, 8.6, 8.5, 9.1, 8.5, 8.4, 8.6, 9.2, 7.3. 则张华同学掷实心球成绩的众数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.
15. 如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 8$, $BC = 6$, D 是 AB 上一点, 且 $AD = 2$, 过点 D

作 $DE \parallel BC$ 交 AC 于 E ，将 $\triangle ADE$ 绕 A 点顺时针旋转到图 2 的位置，则图 2 中 $\frac{BD}{CE}$ 的值为_____.

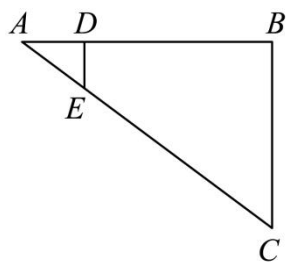


图1

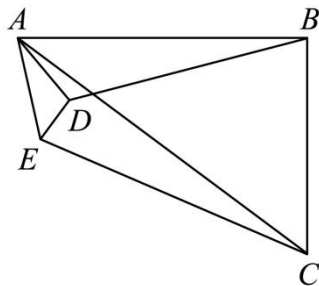
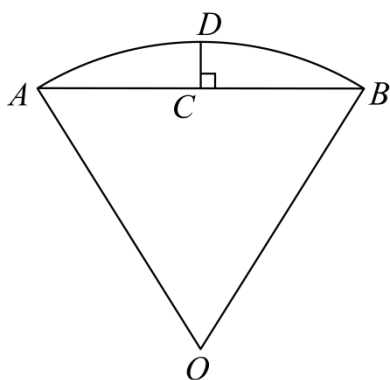


图2

16. 沈括的《梦溪笔谈》是中国古代科技史上的杰作，其中收录了计算圆弧长度的“会圆术”，如图. $\widehat{AB}$ 是以 O 为圆心， OA 为半径的圆弧， C 是弦 AB 的中点， D 在 $\widehat{AB}$ 上， $CD \perp AB$. “会圆术”给出 $\widehat{AB}$ 长 l 的近似值 s 计算公式： $s = AB + \frac{CD^2}{OA}$ ，当 $OA = 2$ ， $\angle AOB = 90^\circ$ 时， $|l - s| =$ _____ . (结果保留一位小数)



三、(本大题 2 个小题，每小题 5 分，满分 10 分)

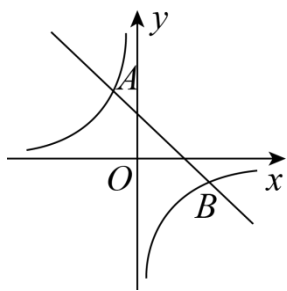
17. 计算： $1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \cdot \sin 60^\circ + |2^0 - \sqrt{3}|$

18. 解方程组：
$$\begin{cases} x - 2y = 1 & \text{①} \\ 3x + 4y = 23 & \text{②} \end{cases}$$

四、(本大题 2 个小题，每小题 6 分，满分 12 分)

19. 先化简，再求值： $\frac{x+3}{x^2-4} \div \left(2 - \frac{x+1}{x+2}\right)$ ，其中 $x = 5$.

20. 如图所示，一次函数 $y_1 = -x + m$ 与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 相交于点 A 和点 $B(3, -1)$.

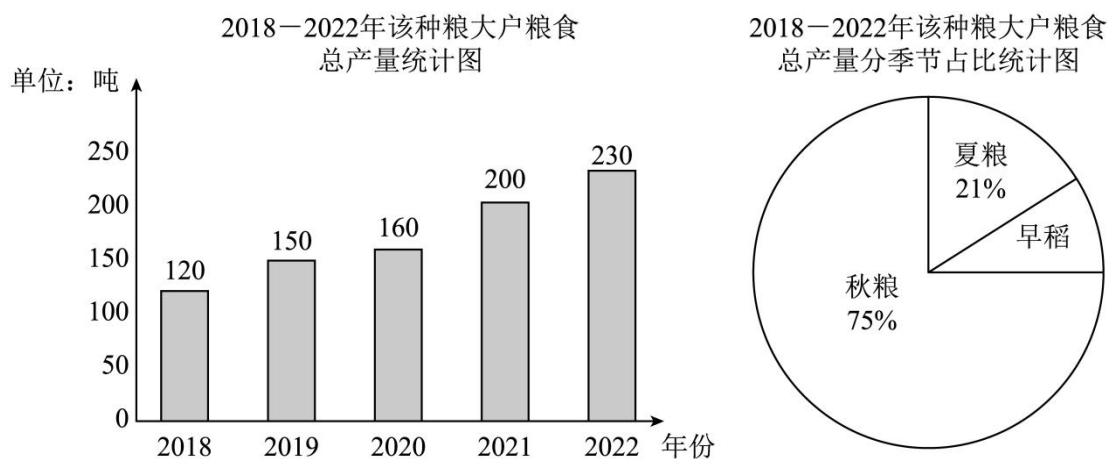


(1) 求 m 的值和反比例函数解析式；

(2) 当 $y_1 > y_2$ 时，求 x 的取值范围.

五、(本大题 2 个小题，每小题 7 分，满分 14 分)

21. 党的二十大报告指出：“我们要全方位夯实粮食安全根基，牢牢守住十八亿亩耕地红线，确保中国人的饭碗牢牢端在自己手中”。为了了解粮食生产情况，某校数学兴趣小组调查了某种粮大户 2018 年至 2022 年粮食总产量及 2022 年粮食分季节占比情况如下：



请根据图中信息回答下列问题：

- (1) 该种粮大户 2022 年早稻产量是_____吨；
- (2) 2018 年至 2022 年该种粮大户粮食总产量的中位数是_____，平均数是_____；
- (3) 该粮食大户估计 2023 年的粮食总产量年增长率与 2022 年的相同，那么 2023 年该粮食大户的粮食总产量是多少吨？

22. “六一”儿童节将至，张老板计划购买 A 型玩具和 B 型玩具进行销售，若用 1200 元购买 A 型玩具的数量比用 1500 元购买 B 型玩具的数量多 20 个，且一个 B 型玩具的进价是一个 A 型玩具进价的 1.5 倍.

- (1) 求 A 型玩具和 B 型玩具的进价分别是多少？
- (2) 若 A 型玩具的售价为 12 元/个，B 型玩具的售价为 20 元/个，张老板购进 A，B 型玩具共 75 个，要使总利润不低于 300 元，则 A 型玩具最多购进多少个？

六、(本大题 2 个小题，每小题 8 分，满分 16 分)

23. 今年“五一”长假期间，小陈、小余同学和家长去沙滩公园游玩，坐在如图的椅子上休息时，小陈感觉

很舒服，激发了她对这把椅子的好奇心，就想出个问题考考同学小余，小陈同学先测量，根据测量结果画出了图1的示意图(图2). 在图2中，已知四边形 $ABCD$ 是平行四边形，座板 CD 与地面 MN 平行， $\triangle EBC$ 是等腰三角形且 $BC = CE$ ， $\angle FBA = 114.2^\circ$ ，靠背 $FC = 57\text{cm}$ ，支架 $AN = 43\text{cm}$ ，扶手的一部分 $BE = 16.4\text{cm}$. 这时她问小余同学，你能算出靠背顶端 F 点距地面(MN)的高度是多少吗？请你帮小余同学算出结果(最后结果保留一位小数). (参考数据: $\sin 65.8^\circ = 0.91$, $\cos 65.8^\circ = 0.41$, $\tan 65.8^\circ = 2.23$)



图1

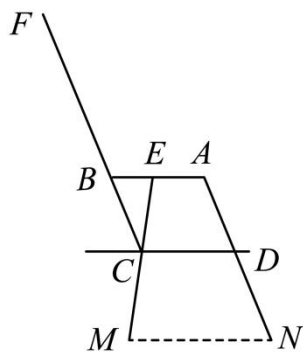
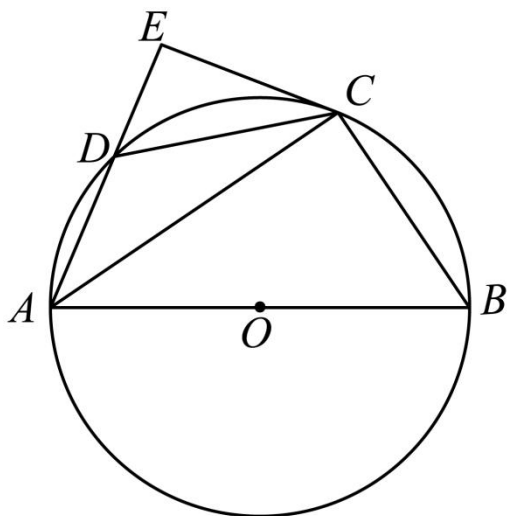


图2

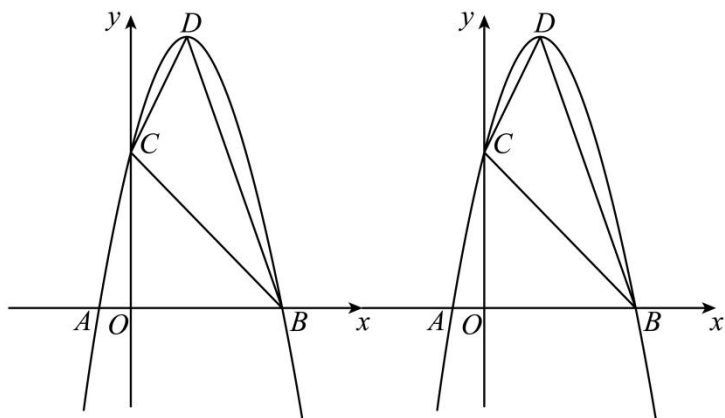
24. 如图，四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形， AB 是直径， C 是 $\widehat{BD}$ 的中点，过点 C 作 $CE \perp AD$ 交 AD 的延长线于点 E .



- (1) 求证: CE 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $BC = 6$, $AC = 8$, 求 CE, DE 的长.

七、(本大题 2 个小题，每小题 10 分，满分 20 分)

25. 如图，二次函数的图象与 x 轴交于 $A(-1,0)$ ， $B(5,0)$ 两点，与 y 轴交于点 C ，顶点为 D . O 为坐标原点， $\tan \angle ACO = \frac{1}{5}$.



备用图

- (1) 求二次函数的表达式；
- (2) 求四边形 $ACDB$ 的面积；
- (3) P 是抛物线上的一点，且在第一象限内，若 $\angle ACO = \angle PBC$ ，求 P 点的坐标.

26. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 是 BC 的中点，延长 DA 至 E ，连接 EB, EC .

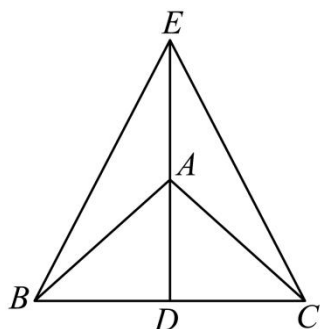


图1

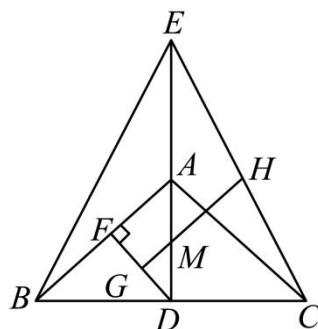


图2

- (1) 求证： $\triangle BAE \cong \triangle CAE$ ；
- (2) 在如图 1 中，若 $AE = AD$ ，其它条件不变得得到图 2，在图 2 中过点 D 作 $DF \perp AB$ 于 F ，设 H 是 EC 的中点，过点 H 作 $HG \parallel AB$ 交 FD 于 G ，交 DE 于 M .

求证：

- ① $AF \cdot MH = AM \cdot AE$ ；
- ② $GF = GD$.

