

## 2023 年岳阳市初中学业水平考试试卷

## 数学

温馨提示：

1. 本试卷共三大题，24 小题，满分 120 分，考试时量 90 分钟；
2. 本试卷分为试题卷和答题卡两部分，所有答案都必须填涂或填写在答题卡上规定的答题区域内；
3. 考试结束后，考生不得将试题卷、答题卡、草稿纸带出考场。

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分。在每小题给出的四个选项中，选出符合要求的一项）

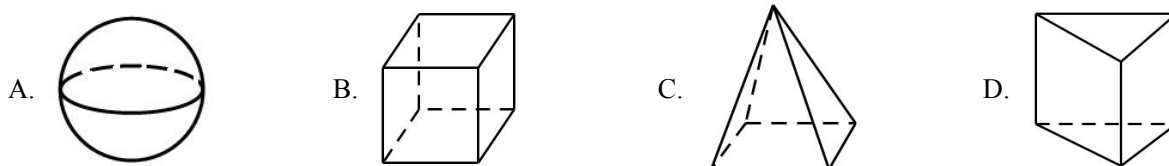
1. 2023 的相反数是（ ）

- A.  $\frac{1}{2023}$                       B.  $-2023$                       C. 2023                      D.  $-\frac{1}{2023}$

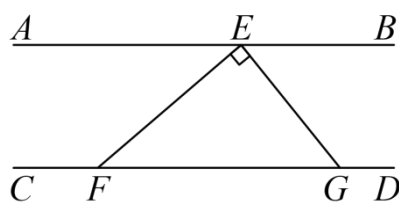
2. 下列运算结果正确的是（ ）

- A.  $a^2 \cdot a = a^3$                       B.  $a^6 \div a^2 = a^3$                       C.  $3a - a = 3$                       D.  $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

3. 下列几何体的主视图是圆的是（ ）



4. 已知  $AB \parallel CD$ ，点  $E$  在直线  $AB$  上，点  $F, G$  在直线  $CD$  上， $EG \perp EF$  于点  $E$ ， $\angle AEF = 40^\circ$ ，则  $\angle EGF$  的度数是（ ）



- A.  $40^\circ$                       B.  $45^\circ$                       C.  $50^\circ$                       D.  $60^\circ$

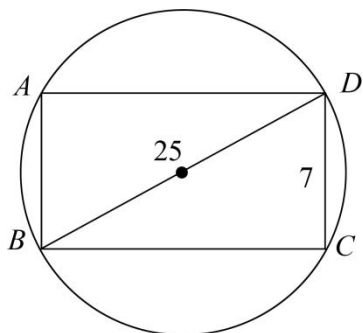
5. 在 5 月份跳绳训练中，妍妍同学一周成绩记录如下：176, 178, 178, 180, 182, 185, 189（单位：次/分钟），这组数据的众数和中位数分别是（ ）

- A. 180, 182                      B. 178, 182                      C. 180, 180                      D. 178, 180

6. 下列命题是真命题的是（ ）

- A. 同位角相等                      B. 菱形的四条边相等  
C. 正五边形是中心对称图形                      D. 单项式  $5ab^2$  的次数是 4

7. 我国古代数学名著《九章算术》中有这样一道题：“今有圆材，径二尺五寸．欲为方版，令厚七寸，问广几何？”结合右图，其大意是：今有圆形材质，直径  $BD$  为 25 寸，要作成方形板材，使其厚度  $CD$  达到 7 寸．则  $BC$  的长是（ ）



- A.  $\sqrt{674}$  寸      B. 25 寸      C. 24 寸      D. 7 寸

8. 若一个点的坐标满足  $(k, 2k)$ ，我们将这样的点定义为“倍值点”．若关于  $x$  的二次函数  $y = (t+1)x^2 + (t+2)x + s$  ( $s, t$  为常数,  $t \neq -1$ ) 总有两个不同的倍值点，则  $s$  的取值范围是（ ）

- A.  $s < -1$       B.  $s < 0$       C.  $0 < s < 1$       D.  $-1 < s < 0$

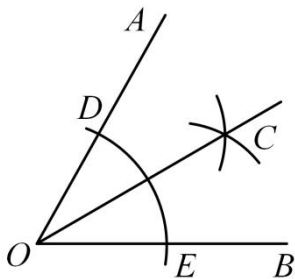
## 二、填空题 (本大题共 8 小题，每小题 4 分，满分 32 分)

9. 函数  $y = \frac{1}{x-2}$  中，自变量  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

10. 近年来，岳阳扛牢“守护好一江碧水”责任，水在变清，岸在变绿，洞庭湖真正成为鸟类的天堂．2022 年冬季，洞庭湖区越冬水鸟数量达 37.83 万只，数据 378300 用科学记数法表示为\_\_\_\_\_.

11. 有两个女生小合唱队，各由 6 名队员组成，甲队与乙队的平均身高均为  $\bar{x} = 160\text{cm}$ ，甲队身高方差  $s_{\text{甲}}^2 = 1.2$ ，乙队身高方差  $s_{\text{乙}}^2 = 2.0$ ，两队身高比较整齐的是\_\_\_\_\_队．(填“甲”或“乙”)

12. 如图，①在  $OA, OB$  上分别截取线段  $OD, OE$ ，使  $OD = OE$ ；②分别以  $D, E$  为圆心，以大于  $\frac{1}{2}DE$  的长为半径画弧，在  $\angle AOB$  内两弧交于点  $C$ ；③作射线  $OC$ ．若  $\angle AOB = 60^\circ$ ，则  $\angle AOC =$ \_\_\_\_\_°.



13. 观察下列式子：

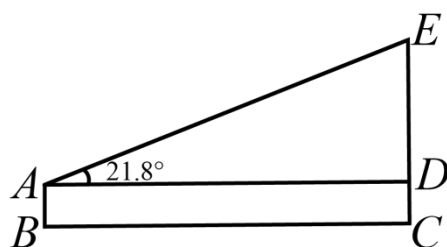
$$1^2 - 1 = 1 \times 0; \quad 2^2 - 2 = 2 \times 1; \quad 3^2 - 3 = 3 \times 2; \quad 4^2 - 4 = 4 \times 3; \quad 5^2 - 5 = 5 \times 4; \quad \dots$$

依此规律，则第  $n$  ( $n$  为正整数) 个等式是\_\_\_\_\_.

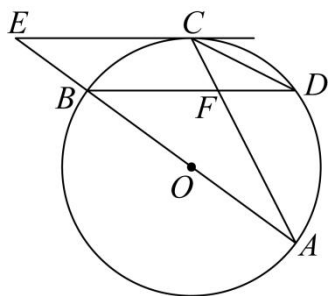
14. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 + 2mx + m^2 - m + 2 = 0$  有两个不相等的实数根，且  $x_1 + x_2 + x_1 \cdot x_2 = 2$ ,

则实数  $m =$ \_\_\_\_\_.

15. 2023 年岳阳举办以“跃马江湖”为主题的马拉松赛事. 如图，某校数学兴趣小组在 A 处用仪器测得赛场一宣传气球顶部 E 处的仰角为  $21.8^\circ$ ，仪器与气球的水平距离 BC 为 20 米，且距地面高度 AB 为 1.5 米，则气球顶部离地面的高度 EC 是\_\_\_\_\_米 (结果精确到 0.1 米， $\sin 21.8^\circ \approx 0.3714, \cos 21.8^\circ \approx 0.9285, \tan 21.8^\circ \approx 0.4000$ ).



16. 如图，在  $\odot O$  中，AB 为直径，BD 为弦，点 C 为  $\widehat{BD}$  的中点，以点 C 为切点的切线与 AB 的延长线交于点 E.



(1) 若  $\angle A = 30^\circ, AB = 6$ ，则  $\widehat{BD}$  的长是\_\_\_\_\_ (结果保留  $\pi$ );

(2) 若  $\frac{CF}{AF} = \frac{1}{3}$ ，则  $\frac{CE}{AE} =$ \_\_\_\_\_.

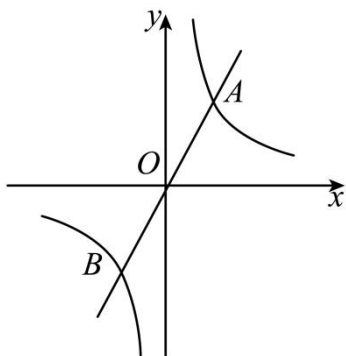
三、解答题 (本大题共 8 小题，满分 24 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 计算:  $2^2 - \tan 60^\circ + |\sqrt{3} - 1| - (3 - \pi)^0$ .

18. 解不等式组: 
$$\begin{cases} 2x+1 > x+3, & \text{①} \\ 2x-4 < x. & \text{②} \end{cases}$$

19. 如图，反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $k$  为常数， $k \neq 0$ ) 与正比例函数  $y = mx$  ( $m$  为常数， $m \neq 0$ ) 的图像交

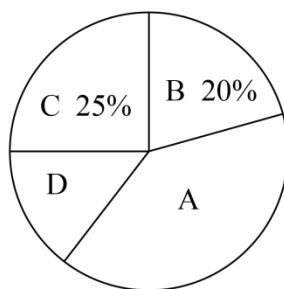
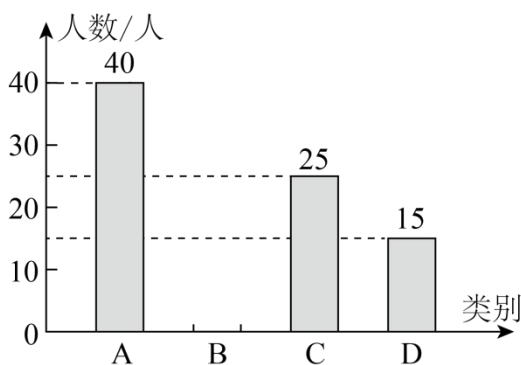
于  $A(1,2), B$  两点.



(1) 求反比例函数和正比例函数的表达式;

(2) 若  $y$  轴上有一点  $C(0, n)$ ,  $\triangle ABC$  的面积为 4, 求点  $C$  的坐标.

20. 为落实中共中央办公厅、国务院办公厅印发的《关于实施中华优秀传统文化传承发展工程意见》，深入开展“我们的节日”主题活动，某校七年级在端午节来临之际，成立了四个社团：A 包粽子，B 腌咸蛋，C 酿甜酒，D 摘艾叶。每人只参加一个社团的情况下，随机调查了部分学生，根据调查结果绘制了两幅不完整的统计图：

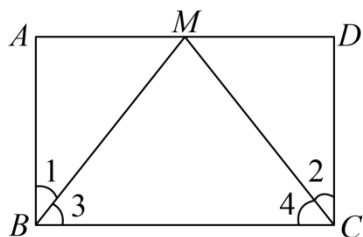


(1) 本次共调查了\_\_\_\_\_名学生;

(2) 请补全条形统计图;

(3) 学校计划从四个社团中任选两个社团进行成果展示，请用列表或画树状图的方法，求同时选中 A 和 C 两个社团的概率.

21. 如图，点 M 在  $ABCD$  的边 AD 上， $BM = CM$ ，请从以下三个选项中①  $\angle 1 = \angle 2$ ；②  $AM = DM$ ；③  $\angle 3 = \angle 4$ ，选择一个合适的选项作为已知条件，使  $ABCD$  为矩形.



(1) 你添加的条件是\_\_\_\_\_ (填序号);

(2) 添加条件后, 请证明  $ABCD$  为矩形.

22. 水碧万物生, 岳阳龙虾好. 小龙虾产业已经成为岳阳乡村振兴的“闪亮名片”. 已知翠翠家去年龙虾的总产量是  $4800\text{kg}$ , 今年龙虾的总产量是  $6000\text{kg}$ , 且去年与今年的养殖面积相同, 平均亩产量去年比今年少  $60\text{kg}$ , 求今年龙虾的平均亩产量.

23. 如图 1, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = AC$ , 点  $M, N$  分别为边  $AB, BC$  的中点, 连接  $MN$ .

初步尝试: (1)  $MN$  与  $AC$  的数量关系是\_\_\_\_\_,  $MN$  与  $AC$  的位置关系是\_\_\_\_\_.

特例研讨: (2) 如图 2, 若  $\angle BAC = 90^\circ$ ,  $BC = 4\sqrt{2}$ , 先将  $\triangle BMN$  绕点  $B$  顺时针旋转  $\alpha$  ( $\alpha$  为锐角), 得到  $\triangle BEF$ , 当点  $A, E, F$  在同一直线上时,  $AE$  与  $BC$  相交于点  $D$ , 连接  $CF$ .

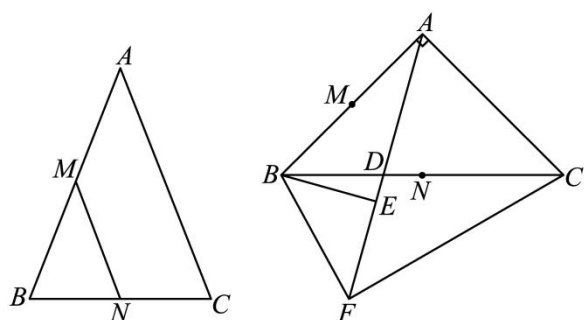
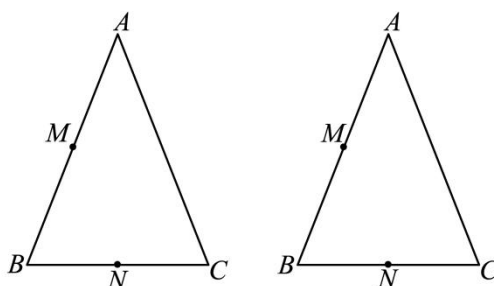


图1

图2



备用图

(1) 求  $\angle BCF$  的度数;

(2) 求  $CD$  的长.

深入探究: (3) 若  $\angle BAC < 90^\circ$ , 将  $\triangle BMN$  绕点  $B$  顺时针旋转  $\alpha$ , 得到  $\triangle BEF$ , 连接  $AE$ ,  $CF$ . 当旋转角  $\alpha$  满足  $0^\circ < \alpha < 360^\circ$ , 点  $C, E, F$  在同一直线上时, 利用所提供的备用图探究  $\angle BAE$  与  $\angle ABF$  的数量关系, 并说明理由.

24. 已知抛物线  $Q_1: y = -x^2 + bx + c$  与  $x$  轴交于  $A(-3, 0), B$  两点, 交  $y$  轴于点  $C(0, 3)$ .

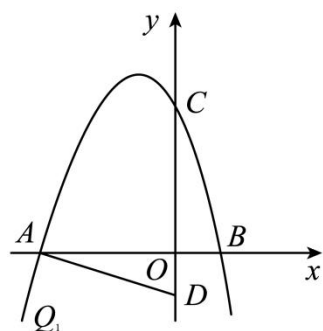


图1

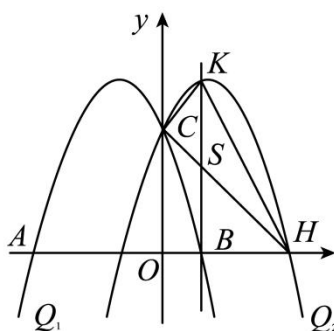
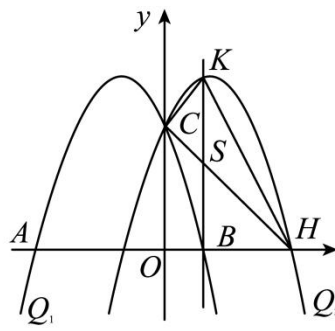


图2



备用图

(1) 请求出抛物线  $Q_1$  的表达式.

(2) 如图 1, 在  $y$  轴上有一点  $D(0, -1)$ , 点  $E$  在抛物线  $Q_1$  上, 点  $F$  为坐标平面内一点, 是否存在点  $E, F$

使得四边形  $DAEF$  为正方形？若存在，请求出点  $E, F$  的坐标；若不存在，请说明理由.

(3) 如图 2，将抛物线  $Q_1$  向右平移 2 个单位，得到抛物线  $Q_2$ ，抛物线  $Q_2$  的顶点为  $K$ ，与  $x$  轴正半轴交于点  $H$ ，抛物线  $Q_1$  上是否存在点  $P$ ，使得  $\angle CPK = \angle CHK$ ？若存在，请求出点  $P$  的坐标；若不存在，请说明理由.

