

黄冈市 2023 年初中学业水平考试数学试卷

(满分：120 分，考试用时：120 分钟)

一、精心选一选 (本大题共 8 小题，每小题 3 分，满分 24 分，在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的。请在答题卡上把正确答案的代号涂黑)

1. -2 的相反数是 ()

- A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

2. 2023 年全国普通高校毕业生规模预计达到 1158 万人，数 11580000 用科学记数法表示为 ()

- A. 1.158×10^7 B. 1.158×10^8 C. 1.158×10^3 D. 1158×10^4

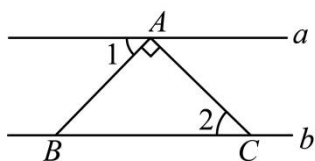
3. 下列几何体中，三视图都是圆的是 ()

- A. 长方体 B. 圆柱 C. 圆锥 D. 球

4. 不等式 $\begin{cases} x-1 < 0 \\ x+1 > 0 \end{cases}$ 的解集为 ()

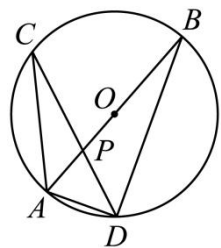
- A. $x > -1$ B. $x < 1$ C. $-1 < x < 1$ D. 无解

5. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角顶点 A 在直线 a 上，斜边 BC 在直线 b 上，若 $a \parallel b$ ， $\angle 1 = 55^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ ()



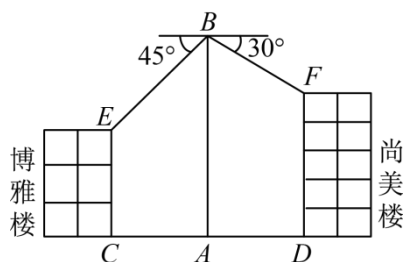
- A. 55° B. 45° C. 35° D. 25°

6. 如图，在 $\odot O$ 中，直径 AB 与弦 CD 相交于点 P ，连接 AC ， AD ， BD ，若 $\angle C = 20^\circ$ ， $\angle BPC = 70^\circ$ ，则 $\angle ADC =$ ()



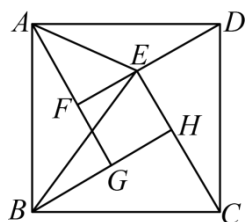
- A. 70° B. 60° C. 50° D. 40°

7. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $BC = 4$ ，以点 B 为圆心，适当长为半径画弧，分别交 BC ， BD 于点 E ， F ，再分别以点 E ， F 为圆心，大于 $\frac{1}{2}EF$ 长为半径画弧交于点 P ，作射线 BP ，过点 C 作 BP 的垂线分别交 BD ， AD 于点 M ， N ，则 CN 的长为 ()

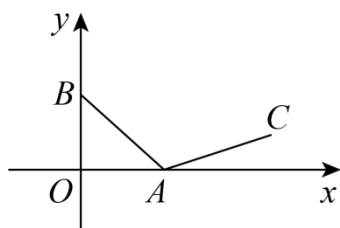


15. 如图，是我国汉代的赵爽在注解《周髀算经》时给出的，人们称它为“赵爽弦图”，它是由四个全等的直角三角形和一个小正方形组成的一个大正方形. 设图中 $AF = a$ ， $DF = b$ ，连接 AE, BE ，若 $\triangle ADE$ 与

$\triangle BEH$ 的面积相等，则 $\frac{b^2}{a^2} + \frac{a^2}{b^2} =$ _____.



16. 如图，已知点 $A(3,0)$ ，点 B 在 y 轴正半轴上，将线段 AB 绕点 A 顺时针旋转 120° 到线段 AC ，若点 C 的坐标为 $(7, h)$ ，则 $h =$ _____.



三、专心解一解（本大题共 8 小题，满分 72 分. 请认真读题，冷静思考解答题应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤，请把解题过程写在答题卡相应题号的位置）

17. 化简： $\frac{x^2 + 1}{x - 1} - \frac{2x}{x - 1}$.

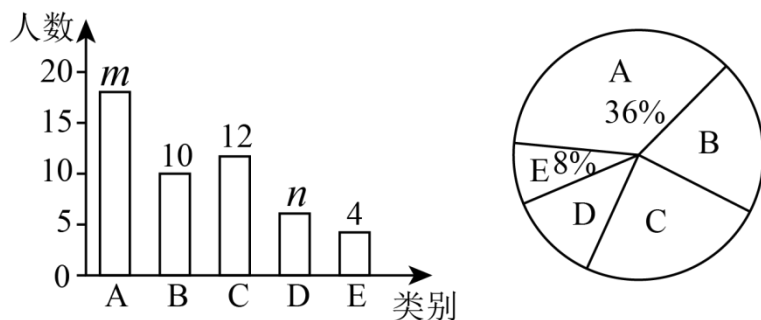
18. 创建文明城市，构建美好家园. 为提高垃圾分类意识，幸福社区决定采购 A, B 两种型号的新型垃圾桶. 若购买 3 个 A 型垃圾桶和 4 个 B 型垃圾桶共需要 580 元，购买 6 个 A 型垃圾桶和 5 个 B 型垃圾桶共需要 860 元.

(1) 求两种型号垃圾桶的单价；

(2) 若需购买 A, B 两种型号的垃圾桶共 200 个，总费用不超过 15000 元，至少需购买 A 型垃圾桶多少个？

19. 打造书香文化，培养阅读习惯，崇德中学计划在各班建图书角，开展“我最喜欢阅读的书篇”为主题的调查活动，学生根据自己的爱好选择一类书籍（A：科技类，B：文学类，C：政史类，D：艺术类，E：其

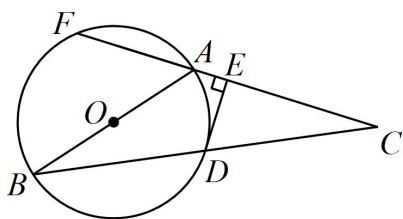
他类). 张老师组织数学兴趣小组对学校部分学生进行了问卷调查, 根据收集到的数据, 绘制了两幅不完整的统计图 (如图所示).



根据图中信息, 请回答下列问题;

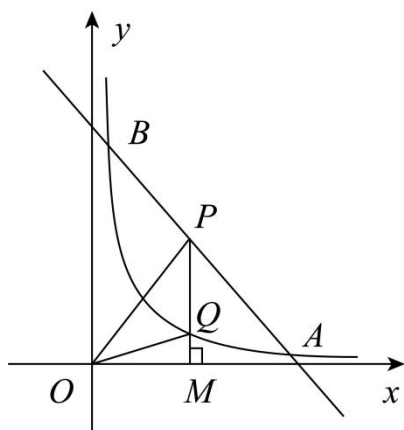
- (1) 条形图中的 $m =$ _____, $n =$ _____, 文学类书籍对应扇形圆心角等于 _____ 度;
- (2) 若该校有 2000 名学生, 请你估计最喜欢阅读政史类书籍的学生人数;
- (3) 甲同学从 A, B, C 三类书籍中随机选择一种, 乙同学从 B, C, D 三类书籍中随机选择一种, 请用画树状图或者列表法求甲乙两位同学选择相同类别书籍的概率.

20. 如图, $\triangle ABC$ 中, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D , DE 是 $\odot O$ 的切线, 且 $DE \perp AC$, 垂足为 E , 延长 CA 交 $\odot O$ 于点 F .



- (1) 求证: $AB = AC$;
- (2) 若 $AE = 3, DE = 6$, 求 AF 的长.

21. 如图, 一次函数 $y_1 = kx + b (k \neq 0)$ 与函数为 $y_2 = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象交于 $A(4, 1), B\left(\frac{1}{2}, a\right)$ 两点.

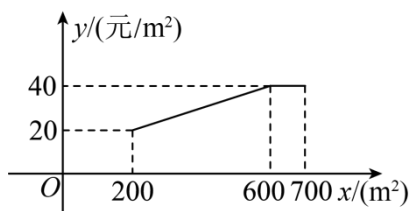


- (1) 求这两个函数的解析式;

(2) 根据图象，直接写出满足 $y_1 - y_2 > 0$ 时 x 的取值范围；

(3) 点 P 在线段 AB 上，过点 P 作 x 轴的垂线，垂足为 M ，交函数 y_2 的图象于点 Q ，若 $\triangle POQ$ 面积为 3，求点 P 的坐标.

22. 加强劳动教育，落实五育并举. 孝礼中学在当地政府的支持下，建成了一处劳动实践基地. 2023 年计划将其中 1000m^2 的土地全部种植甲乙两种蔬菜. 经调查发现：甲种蔬菜种植成本 y (单位：元/ m^2) 与其种植面积 x (单位： m^2) 的函数关系如图所示，其中 $200 \leq x \leq 700$ ；乙种蔬菜的种植成本为 50 元/ m^2 .



(1) 当 $x = \underline{\hspace{2cm}} \text{m}^2$ 时， $y = 35$ 元/ m^2 ；

(2) 设 2023 年甲乙两种蔬菜总种植成本为 W 元，如何分配两种蔬菜的种植面积，使 W 最小？

(3) 学校计划今后每年在这 1000m^2 土地上，均按 (2) 中方案种植蔬菜，因技术改进，预计种植成本逐年下降，若甲种蔬菜种植成本平均每年下降 10%，乙种蔬菜种植成本平均每年下降 $a\%$ ，当 a 为何值时，2025 年的总种植成本为 28920 元？

23. 【问题呈现】

$\triangle CAB$ 和 $\triangle CDE$ 都是直角三角形， $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$, $CB = mCA$, $CE = mCD$ ，连接 AD ， BE ，探究 AD ， BE 的位置关系.

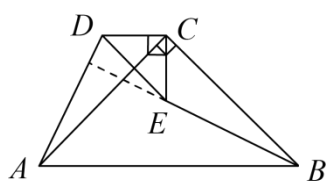


图1

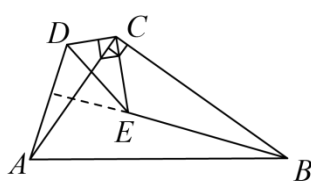
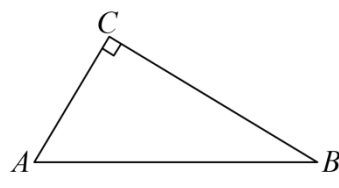


图2



备用图

(1) 如图 1，当 $m = 1$ 时，直接写出 AD ， BE 的位置关系： ；

(2) 如图 2，当 $m \neq 1$ 时，(1) 中的结论是否成立？若成立，给出证明；若不成立，说明理由.

【拓展应用】

(3) 当 $m = \sqrt{3}$, $AB = 4\sqrt{7}$, $DE = 4$ 时，将 $\triangle CDE$ 绕点 C 旋转，使 A, D, E 三点恰好在同一直线上，求 BE 的长.

24. 已知抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A, B(4, 0)$ 两点，与 y 轴交于点 $C(0, 2)$ ，点 P 为第一象限抛

物线上的点，连接 CA, CB, PB, PC .

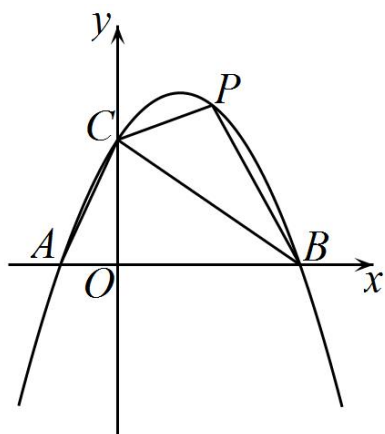


图1

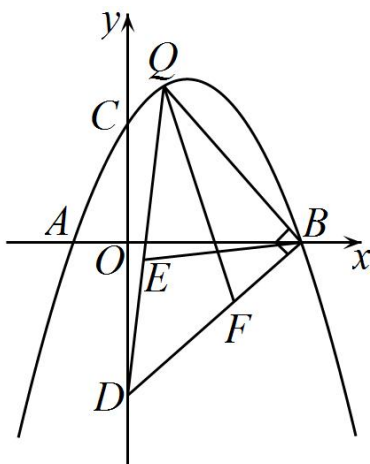
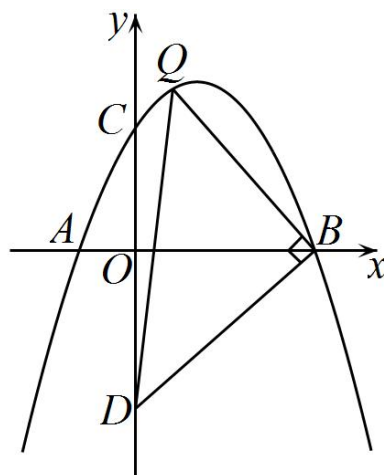


图2



备用图

(1) 直接写出结果； $b = \underline{\hspace{1cm}}$, $c = \underline{\hspace{1cm}}$, 点 A 的坐标为 $\underline{\hspace{1cm}}$, $\tan \angle ABC = \underline{\hspace{1cm}}$;

(2) 如图 1, 当 $\angle PCB = 2\angle OCA$ 时, 求点 P 的坐标;

(3) 如图 2, 点 D 在 y 轴负半轴上, $OD = OB$, 点 Q 为抛物线上一点, $\angle QBD = 90^\circ$, 点 E, F 分别为 $\triangle BDQ$ 的边 DQ, DB 上的动点, $QE = DF$, 记 $BE + QF$ 的最小值为 m .

①求 m 的值;

②设 $\triangle PCB$ 的面积为 S , 若 $S = \frac{1}{4}m^2 - k$, 请直接写出 k 的取值范围.

