

随州市 2023 年初中毕业升学考试

数学试题

(考试时间 120 分钟 满分 120 分)

注意事项:

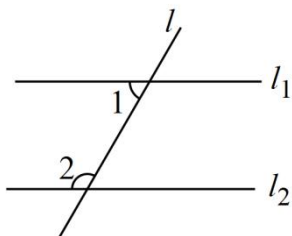
1. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上, 并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
2. 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号, 答在试卷上无效.
3. 非选择题作答: 用 0.5 毫米黑色墨水签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内, 答在试卷上无效.
4. 考生必须保持答题卡的整洁, 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并上交.

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 每小题给出的四个选项中, 只有一个是正确的)

1. 实数 -2023 的绝对值是 ()

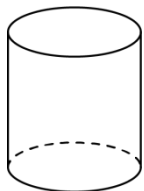
- A. 2023 B. -2023 C. $\frac{1}{2023}$ D. $-\frac{1}{2023}$

2. 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2$, 直线 l 与 l_1 、 l_2 相交, 若图中 $\angle 1 = 60^\circ$, 则 $\angle 2$ 为 ()



- A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

3. 如图是一个放在水平桌面上的圆柱体, 该几何体的三视图中完全相同的是 ()



- A. 主视图和俯视图 B. 左视图和俯视图 C. 主视图和左视图 D. 三个视图均相同

4. 某班在开展劳动教育课程调查中发现, 第一小组 6 名同学每周做家务的天数依次为 3, 7, 5, 6, 5, 4 (单位: 天), 则这组数据的众数和中位数分别为 ()

A. 5 和 5

B. 5 和 4

C. 5 和 6

D. 6 和 5

5. 甲、乙两个工程队共同修一条道路，其中甲工程队需要修 9 千米，乙工程队需要修 12 千米。已知乙工程队每个月比甲工程队多修 1 千米，最终用的时间比甲工程队少半个月。若设甲工程队每个月修 x 千米，则可列出方程为 ()

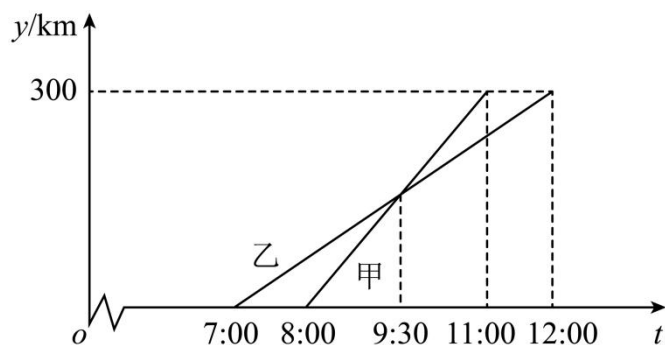
A. $\frac{9}{x} - \frac{12}{x+1} = \frac{1}{2}$

B. $\frac{12}{x+1} - \frac{9}{x} = \frac{1}{2}$

C. $\frac{9}{x+1} - \frac{12}{x} = \frac{1}{2}$

D. $\frac{12}{x} - \frac{9}{x+1} = \frac{1}{2}$

6. 甲、乙两车沿同一路线从 A 城出发前往 B 城，在整个行程中，汽车离开 A 城的距离 y 与时刻 t 的对应关系如图所示，关于下列结论：① A, B 两城相距 300km；②甲车的平均速度是 60km/h，乙车的平均速度是 100km/h；③乙车先出发，先到达 B 城；④甲车在 9:30 追上乙车。正确的有 ()



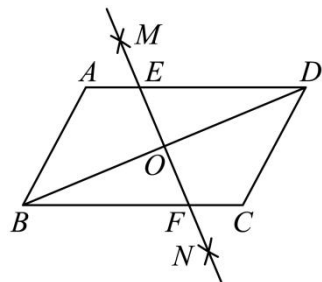
A. ①②

B. ①③

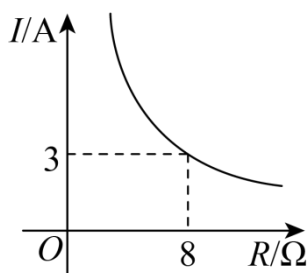
C. ②④

D. ①④

7. 如图，在 $ABCD$ 中，分别以 B, D 为圆心，大于 $\frac{1}{2}BD$ 的长为半径画弧，两弧相交于点 M, N ，过 M, N 两点作直线交 BD 于点 O ，交 AD, BC 于点 E, F ，下列结论不正确的是 ()

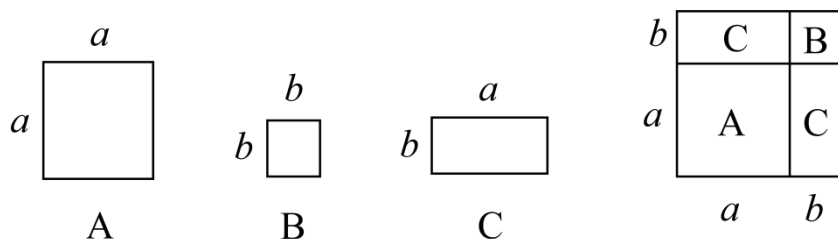
A. $AE = CF$ B. $DE = BF$ C. $OE = OF$ D. $DE = DC$

8. 已知蓄电池的电压为定值，使用某蓄电池时，电流 I (单位：A) 与电阻 R (单位： Ω) 是反比例函数关系，它的图象如图所示，则当电阻为 6Ω 时，电流为 ()



- A. 3A B. 4A C. 6A D. 8A

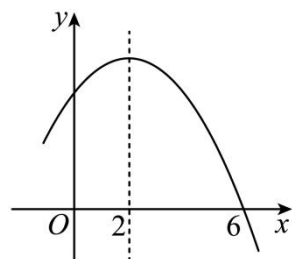
9. 设有边长分别为 a 和 b ($a > b$) 的 A 类和 B 类正方形纸片、长为 a 宽为 b 的 C 类矩形纸片若干张. 如图所示要拼一个边长为 $a+b$ 的正方形, 需要 1 张 A 类纸片、1 张 B 类纸片和 2 张 C 类纸片. 若要拼一个长为 $3a+b$ 、宽为 $2a+2b$ 的矩形, 则需要 C 类纸片的张数为()



- A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

10. 如图, 已知开口向下的抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 $(6, 0)$, 对称轴为直线 $x = 2$. 则下列结论正确的有 ()

- ① $abc < 0$;
 ② $a - b + c > 0$;
 ③ 方程 $cx^2 + bx + a = 0$ 的两个根为 $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = -\frac{1}{6}$;
 ④ 抛物线上有两点 $P(x_1, y_1)$ 和 $Q(x_2, y_2)$, 若 $x_1 < 2 < x_2$ 且 $x_1 + x_2 > 4$, 则 $y_1 < y_2$.

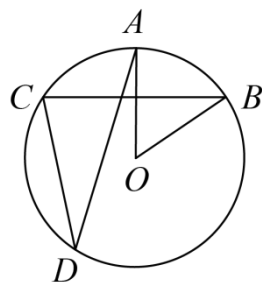


- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、填空题 (本大题共有 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分. 只需要将结果直接填写在答题卡对应题号处的横线上)

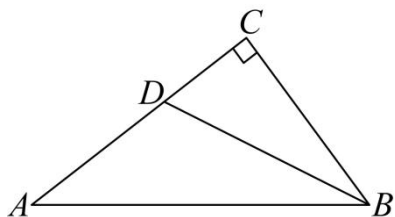
11. 计算: $(-2)^2 + (-2) \times 2 =$ _____.

12. 如图, 在 $\odot O$ 中, $OA \perp BC$, $\angle AOB = 60^\circ$, 则 $\angle ADC$ 的度数为_____.



13. 已知一元二次方程 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 , 则 $x_1 + x_2 - x_1x_2$ 的值等于_____.

14. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 8$, $BC = 6$, D 为 AC 上一点, 若 BD 是 $\angle ABC$ 的角平分线, 则 $AD =$ _____.



15. 某天老师给同学们出了一道趣味数学题:

设有编号为 1-100 的 100 盏灯, 分别对应着编号为 1-100 的 100 个开关, 灯分为“亮”和“不亮”两种状态, 每按一次开关改变一次相对应编号的灯的状态, 所有灯的初始状态为“不亮”. 现有 100 个人, 第 1 个人把所有编号是 1 的整数倍的开关按一次, 第 2 个人把所有编号是 2 的整数倍的开关按一次, 第 3 个人把所有编号是 3 的整数倍的开关按一次, ……., 第 100 个人把所有编号是 100 的整数倍的开关按一次. 问最终状态为“亮”

的灯共有多少盏?

几位同学对该问题展开了讨论:

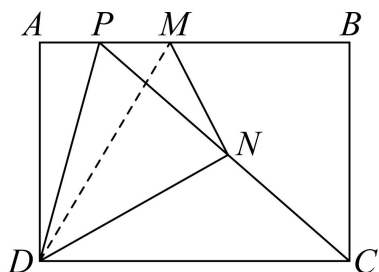
甲: 应分析每个开关被按的次数找出规律:

乙: 1 号开关只被第 1 个人按了 1 次, 2 号开关被第 1 个人和第 2 个人共按了 2 次, 3 号开关被第 1 个人和第 3 个人共按了 2 次, …….

丙: 只有按了奇数次的开关所对应的灯最终是“亮”的状态.

根据以上同学的思维过程, 可以得出最终状态为“亮”的灯共有_____盏.

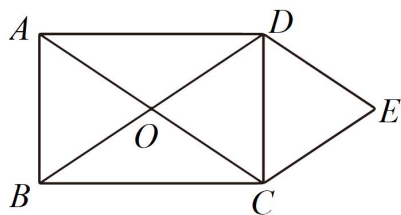
16. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $AD = 4$, M 是边 AB 上一动点 (不含端点), 将 $\triangle ADM$ 沿直线 DM 对折, 得到 $\triangle NDM$. 当射线 CN 交线段 AB 于点 P 时, 连接 DP , 则 $\triangle CDP$ 的面积为_____; DP 的最大值为_____.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 72 分. 解答应写出必要的演算步骤、文字说明或证明过程)

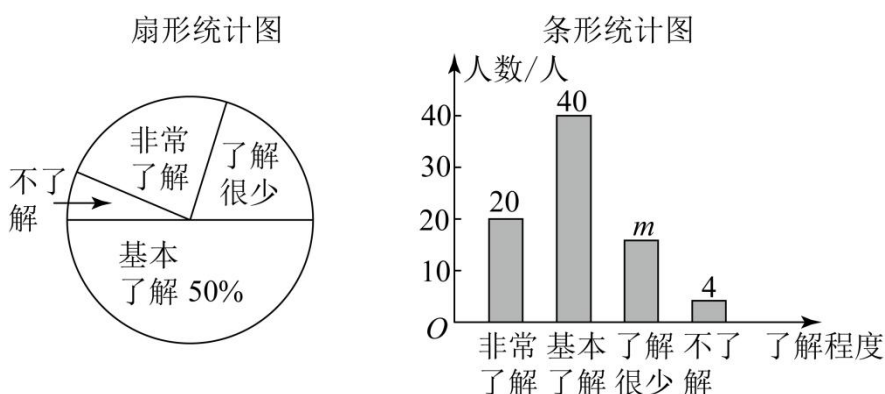
17. 先化简, 再求值: $\frac{4}{x^2 - 4} \div \frac{2}{x - 2}$, 其中 $x = 1$.

18. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 相交于点 O ， $DE \parallel AC$ ， $CE \parallel BD$ 。



- (1) 求证：四边形 $OCED$ 是菱形；
- (2) 若 $BC = 3$ ， $DC = 2$ ，求四边形 $OCED$ 的面积。

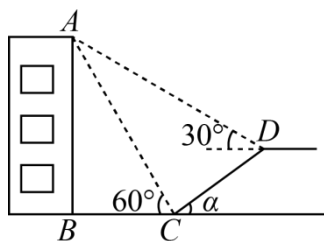
19. 中学生心理健康受到社会的广泛关注，某校开展心理健康教育专题讲座，就学生对心理健康知识的了解程度，采用随机抽样调查的方式，根据收集到的信息进行统计，绘制了下面两幅尚不完整的统计图。



根据图中信息回答下列问题：

- (1) 接受问卷调查的学生共有_____人，条形统计图中 m 的值为_____，扇形统计图中“非常了解”部分所对应扇形的圆心角的度数为_____；
- (2) 若该校共有学生 800 人，根据上述调查结果，可以估计出该校学生中对心理健康知识“不了解”的总人数为_____人；
- (3) 若某班要从对心理健康知识达到“非常了解”程度的 2 名男生和 2 名女生中随机抽取 2 人参加心理健康知识竞赛，请用列表或画树状图的方法，求恰好抽到 2 名女生的概率。

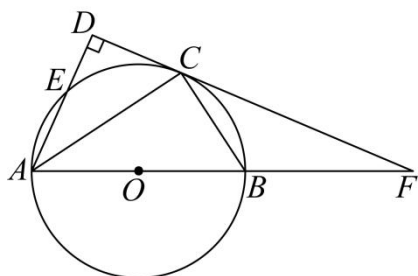
20. 某校学生开展综合实践活动，测量某建筑物的高度 AB ，在建筑物附近有一斜坡，坡长 $CD = 10$ 米，坡角 $\alpha = 30^\circ$ ，小华在 C 处测得建筑物顶端 A 的仰角为 60° ，在 D 处测得建筑物顶端 A 的仰角为 30° 。（已知点 A ， B ， C ， D 在同一平面内， B ， C 在同一水平线上）



- (1) 求点 D 到地面 BC 的距离；

(2) 求该建筑物的高度 AB .

21. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 E, C 在 $\odot O$ 上, 点 C 是 $\widehat{BE}$ 的中点, AE 垂直于过 C 点的直线 DC , 垂足为 D , AB 的延长线交直线 DC 于点 F .



(1) 求证: DC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AE = 2$, $\sin \angle AFD = \frac{1}{3}$, ①求 $\odot O$ 的半径; ②求线段 DE 的长.

22. 为了振兴乡村经济, 增加村民收入, 某村委会干部带领村民在网上直播推销农产品, 在试销售的 30 天

中, 第 x 天 ($1 \leq x \leq 30$ 且 x 为整数) 的售价 p (元/千克) 与 x 的函数关系式 $p = \begin{cases} mx + n & (1 \leq x < 20) \\ 30 & (20 \leq x \leq 30) \end{cases}$ (且

x 为整数), 销量 q (千克) 与 x 的函数关系式为 $q = x + 10$, 已知第 5 天售价为 50 元/千克, 第 10 天售价为 40 元/千克, 设第 x 天的销售额为 W 元

(1) $m =$ _____, $n =$ _____;

(2) 求第 x 天的销售额 W 元与 x 之间的函数关系式;

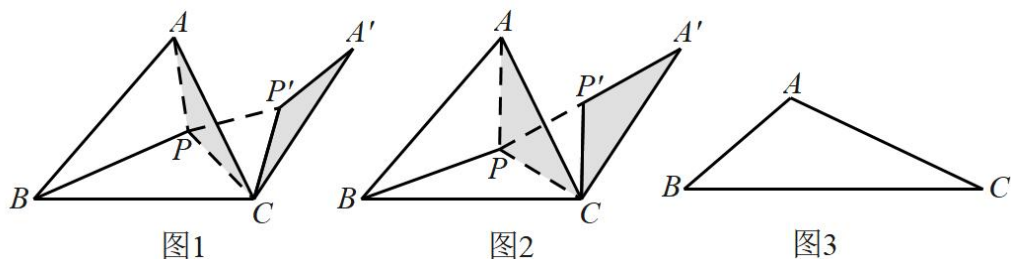
(3) 在试销售的 30 天中, 销售额超过 1000 元的共有多少天?

23. 1643 年, 法国数学家费马曾提出一个著名的几何问题: 给定不在同一条直线上的三个点 A, B, C , 求平面上到这三个点的距离之和最小的点的位置, 意大利数学家和物理学家托里拆利给出了分析和证明, 该点也被称为“费马点”或“托里拆利点”, 该问题也被称为“将军巡营”问题.

(1) 下面是该问题的一种常见的解决方法, 请补充以下推理过程: (其中①处从“直角”和“等边”中选择填空, ②处从“两点之间线段最短”和“三角形两边之和大于第三边”中选择填空, ③处填写角度数, ④处填写该三角形的某个顶点)

当 $\triangle ABC$ 的三个内角均小于 120° 时,

如图 1, 将 $\triangle APC$ 绕点 C 顺时针旋转 60° 得到 $\triangle A'P'C$, 连接 PP' ,

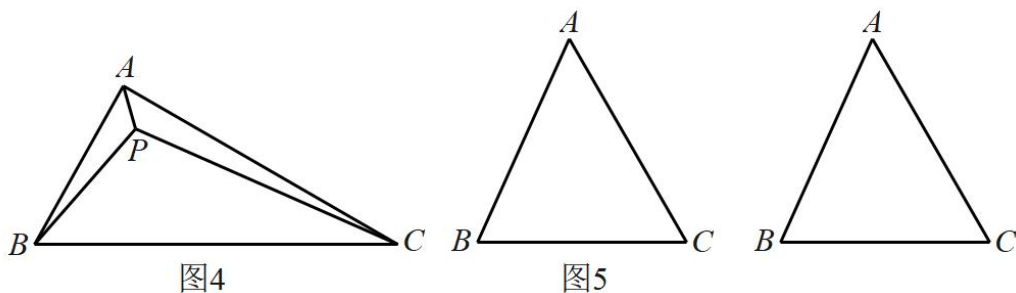


由 $PC = P'C$, $\angle PCP' = 60^\circ$, 可知 $\triangle PCP'$ 为 ① 三角形, 故 $PP' = PC$, 又 $P'A = PA$, 故 $PA + PB + PC = PA' + PB + PP' \geq A'B$,

由 ② 可知, 当 B, P, P', A 在同一条直线上时, $PA + PB + PC$ 取最小值, 如图 2, 最小值为 $A'B$, 此时的 P 点为该三角形的“费马点”, 且有 $\angle APC = \angle BPC = \angle APB =$ ③;

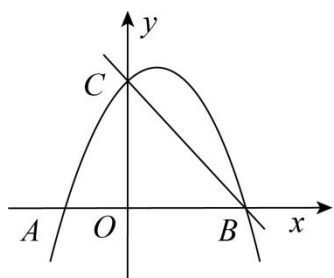
已知当 $\triangle ABC$ 有一个内角大于或等于 120° 时, “费马点”为该三角形的某个顶点. 如图 3, 若 $\angle BAC \geq 120^\circ$, 则该三角形的“费马点”为 ④ 点.

(2) 如图 4, 在 $\triangle ABC$ 中, 三个内角均小于 120° , 且 $AC = 3$, $BC = 4$, $\angle ACB = 30^\circ$, 已知点 P 为 $\triangle ABC$ 的“费马点”, 求 $PA + PB + PC$ 的值;

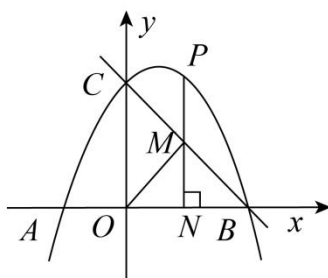


(3) 如图 5, 设村庄 A, B, C 的连线构成一个三角形, 且已知 $AC = 4\text{km}$, $BC = 2\sqrt{3}\text{km}$, $\angle ACB = 60^\circ$. 现欲建一中转站 P 沿直线向 A, B, C 三个村庄铺设电缆, 已知由中转站 P 到村庄 A, B, C 的铺设成本分别为 a 元/km, a 元/km, $\sqrt{2}a$ 元/km, 选取合适的 P 的位置, 可以使总的铺设成本最低为 _____ 元. (结果用含 a 的式子表示)

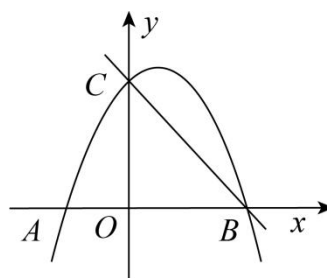
24. 如图 1, 平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 过点 $A(-1, 0)$, $B(2, 0)$ 和 $C(0, 2)$, 连接 BC , 点 $P(m, n)$ ($m > 0$) 为抛物线上一动点, 过点 P 作 $PN \perp x$ 轴交直线 BC 于点 M , 交 x 轴于点 N .



(图1)



(图2)



(备用图)

- (1) 直接写出抛物线和直线 BC 的解析式；
- (2) 如图 2，连接 OM ，当 $\triangle OCM$ 为等腰三角形时，求 m 的值；
- (3) 当 P 点在运动过程中，在 y 轴上是否存在点 Q ，使得以 O, P, Q 为顶点的三角形与以 B, C, N 为顶点的三角形相似（其中点 P 与点 C 相对应），若存在，直接写出点 P 和点 Q 的坐标；若不存在，请说明理由。

