

鄂州市 2023 年初中学业水平考试

数学试题

学校：_____ 考生姓名：_____ 准考证号：_____

注意事项：

1. 本试卷共 8 页，满分 120 分，考试时间 120 分钟.
2. 答题前考生务必将自己的姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置.
3. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 答在试卷上无效.
4. 非选择题用 0.5 毫米黑色墨水签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内. 答在试卷上无效.
5. 考生必须保持答题卡的整洁. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交.

· 祝考试顺利 ·

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共计 30 分）

1. 10 的相反数是（ ）

- A. -10 B. 10 C. $-\frac{1}{10}$ D. $\frac{1}{10}$

2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $a^2 + a^3 = a^5$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^5$ C. $a^2 \div a^3 = a^5$ D. $(a^2)^3 = a^5$

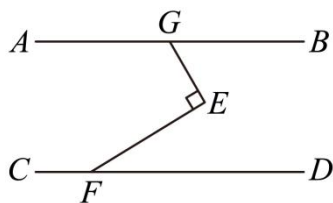
3. 中华鲟是地球上最古老的脊椎动物之一，距今约有 140000000 年的历史，是国家一级保护动物和长江珍稀特有鱼类保护的旗舰型物种，3 月 28 日是中华鲟保护日，有关部门进行放流活动，实现鱼类物种的延续并对野生资源形成持续补充. 将 140000000 用科学记数法表示应为（ ）

- A. 14×10^7 B. 1.4×10^8 C. 0.14×10^9 D. 1.4×10^9

4. 下列立体图形中，主视图是圆的是（ ）



5. 如图，直线 $AB \parallel CD$ ， $GE \perp EF$ 于点 E . 若 $\angle BGE = 60^\circ$ ，则 $\angle EFD$ 的度数是（ ）

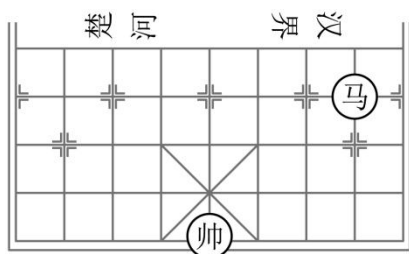


- A. 60° B. 30° C. 40° D. 70°

6. 已知不等式组 $\begin{cases} x-a > 2 \\ x+1 < b \end{cases}$ 的解集是 $-1 < x < 1$, 则 $(a+b)^{2023} = (\quad)$

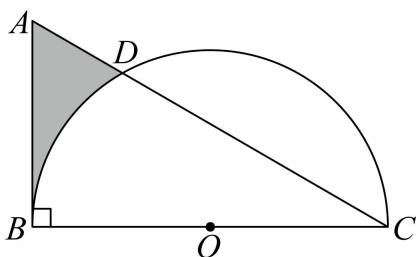
- A. 0 B. -1 C. 1 D. 2023

7. 象棋起源于中国, 中国象棋文化历史悠久. 如图所示是某次对弈的残图, 如果建立平面直角坐标系, 使棋子“帅”位于点 $(-2, -1)$ 的位置, 则在同一坐标系下, 经过棋子“帅”和“马”所在的点的一次函数解析式为 $(\quad)$



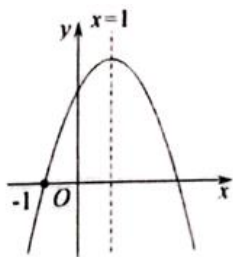
- A. $y = x + 1$ B. $y = x - 1$ C. $y = 2x + 1$ D. $y = 2x - 1$

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$, $AB = 4$, 点 O 为 BC 的中点, 以 O 为圆心, OB 长为半径作半圆, 交 AC 于点 D , 则图中阴影部分的面积是 $(\quad)$



- A. $5\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}\pi$ B. $5\sqrt{3} - 4\pi$ C. $5\sqrt{3} - 2\pi$ D. $10\sqrt{3} - 2\pi$

9. 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的对称轴是直线 $x = 1$, 且过点 $(-1, 0)$, 顶点在第一象限, 其部分图象如图所示, 给出以下结论: ① $ab < 0$; ② $4a + 2b + c > 0$; ③ $3a + c > 0$; ④若 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ (其中 $x_1 < x_2$) 是抛物线上的两点, 且 $x_1 + x_2 > 2$, 则 $y_1 > y_2$, 其中正确的选项是 $(\quad)$



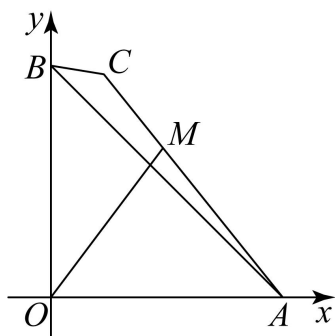
A. ①②③

B. ①③④

C. ②③④

D. ①②④

10. 如图，在平面直角坐标系中， O 为原点， $OA = OB = 3\sqrt{5}$ ，点 C 为平面内一动点， $BC = \frac{3}{2}$ ，连接 AC ，点 M 是线段 AC 上的一点，且满足 $CM : MA = 1 : 2$ ．当线段 OM 取最大值时，点 M 的坐标是（ ）

A. $\left(\frac{3}{5}, \frac{6}{5}\right)$ B. $\left(\frac{3}{5}\sqrt{5}, \frac{6}{5}\sqrt{5}\right)$ C. $\left(\frac{6}{5}, \frac{12}{5}\right)$ D. $\left(\frac{6}{5}\sqrt{5}, \frac{12}{5}\sqrt{5}\right)$

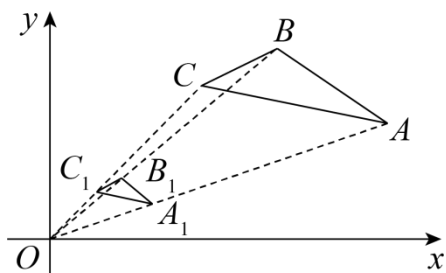
二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共计 18 分）

11. 计算： $\sqrt{16} = \underline{\hspace{2cm}}$.

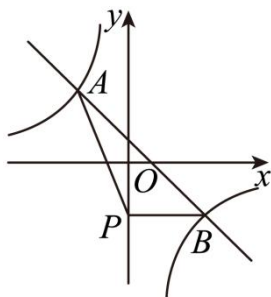
12. 为了加强中学生“五项管理”，葛洪学校就“作业管理”、“睡眠管理”、“手机管理”、“读物管理”、“体质管理”五个方面对各班进行考核打分（各项满分均为 100），九（1）班的五项得分依次为 95，90，85，90，92，则这组数据的众数是_____.

13. 实数 m ， n 分别满足 $m^2 - 3m + 2 = 0$ ， $n^2 - 3n + 2 = 0$ ，且 $m \neq n$ ，则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的值是_____.

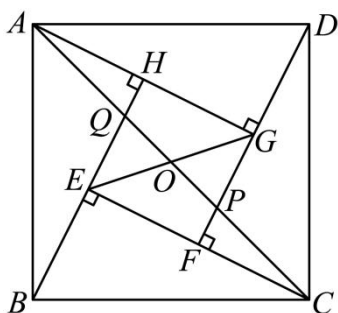
14. 如图，在平面直角坐标系中， $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 位似，原点 O 是位似中心，且 $\frac{AB}{A_1B_1} = 3$ ．若 $A(9, 3)$ ，则 A_1 点的坐标是_____.



15. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $y_1 = k_1x + b$ 与双曲线 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ (其中 $k_1 \cdot k_2 \neq 0$) 相交于 $A(-2, 3)$, $B(m, -2)$ 两点，过点 B 作 $BP \parallel x$ 轴，交 y 轴于点 P ，则 $\triangle ABP$ 的面积是_____.



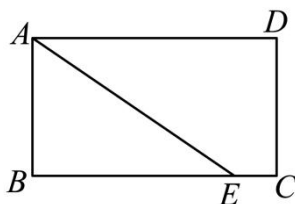
16. 2002 年的国际数学家大会在中国北京举行，这是 21 世纪全世界数学家的第一次大聚会。这次大会的会徽选定了我国古代数学家赵爽用来证明勾股定理的弦图，世人称之为“赵爽弦图”。如图，用四个全等的直角三角形 ($Rt\triangle AHB \cong Rt\triangle BEC \cong Rt\triangle CFD \cong Rt\triangle DGA$) 拼成“赵爽弦图”，得到正方形 $ABCD$ 与正方形 $EFGH$ ，连接 AC 和 EG ， AC 与 DF 、 EG 、 BH 分别相交于点 P 、 O 、 Q ，若 $BE:EQ = 3:2$ ，则 $\frac{OP}{OE}$ 的值是_____.



三、解答题 (本大题共 8 小题，17~21 题每题 8 分，22~23 每题 10 分，24 题 12 分，共计 72 分)

17. 先化简，再求值： $\frac{a}{a^2-1} - \frac{1}{a^2-1}$ ，其中 $a=2$.

18. 如图，点 E 是矩形 $ABCD$ 的边 BC 上的一点，且 $AE = AD$.

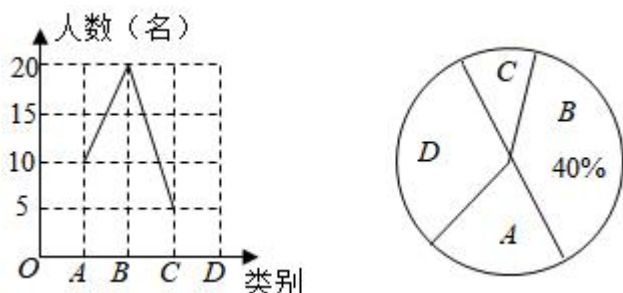


- (1) 尺规作图 (请用 2B 铅笔)：作 $\angle DAE$ 的平分线 AF ，交 BC 的延长线于点 F ，连接 DF 。(保留作图痕迹，不写作法)；

- (2) 试判断四边形 $AEFD$ 的形状，并说明理由.

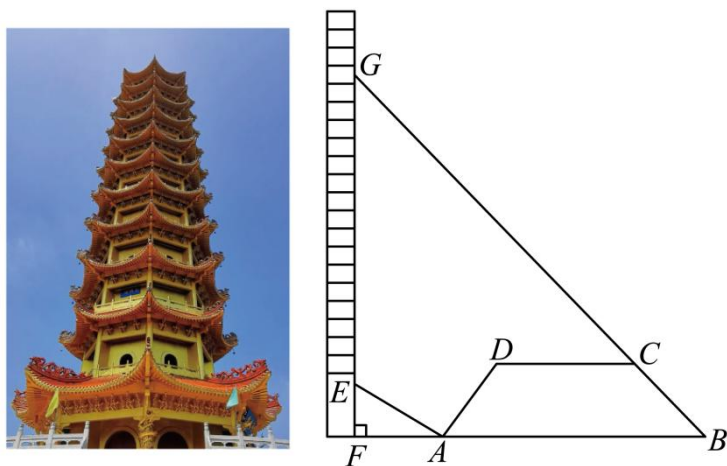
19. 为庆祝建党 100 周年，让同学们进一步了解中国科技的快速发展，东营市某中学九 (1) 班团支部组织

了一次手抄报比赛. 该班每位同学从 A . “北斗卫星”; B . “5G 时代”; C . “东风快递”; D . “智轨快运” 四个主题中任选一个自己喜欢的主题. 统计同学们所选主题的频数, 绘制成以下不完整的统计图, 请根据统计图中的信息解答下列问题:



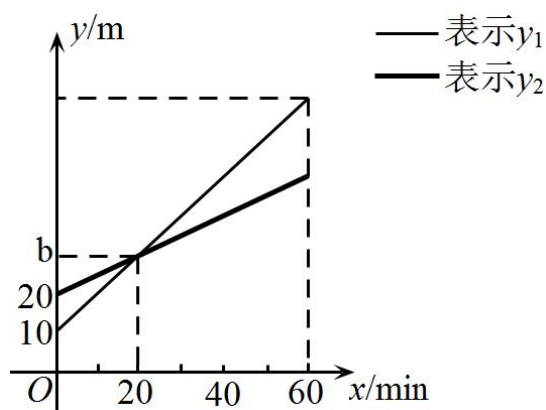
- (1) 九 (1) 班共有_____名学生;
- (2) 补全折线统计图;
- (3) D 所对应扇形圆心角的大小为_____;
- (4) 小明和小丽从 A 、 B 、 C 、 D 四个主题中任选一个主题, 请用列表或画树状图的方法求出他们选择相同主题的概率.

20. 鄂州市莲花山是国家 4A 级风景区, 元明塔造型独特, 是莲花山风景区的核心景点, 深受全国各地旅游爱好者的青睐. 今年端午节, 景区将举行大型包粽子等节日庆祝活动. 如图 2, 景区工作人员小明准备从元明塔的点 G 处挂一条大型竖直条幅到点 E 处, 挂好后, 小明进行实地测量, 从元明塔底部 F 点沿水平方向步行 30 米到达自动扶梯底端 A 点, 在 A 点用仪器测得条幅下端 E 的仰角为 30° ; 接着他沿自动扶梯 AD 到达扶梯顶端 D 点, 测得点 A 和点 D 的水平距离为 15 米, 且 $\tan \angle DAB = \frac{4}{3}$; 然后他从 D 点又沿水平方向行走了 45 米到达 C 点, 在 C 点测得条幅上端 G 的仰角为 45° . (图上各点均在同一个平面内, 且 G, C, B 共线, F, A, B 共线, G, E, F 共线, $CD \parallel AB$, $GF \perp FB$).



- (1) 求自动扶梯 AD 的长度;
- (2) 求大型条幅 GE 的长度. (结果保留根号)

21. 1号探测气球从海拔10m处出发，以1m/min的速度竖直上升. 与此同时，2号探测气球从海拔20m处出发，以 a m/min的速度竖直上升. 两个气球都上升了1h. 1号、2号气球所在位置的海拔 y_1 ， y_2 （单位：m）与上升时间 x （单位：min）的函数关系如图所示. 请根据图象回答下列问题：

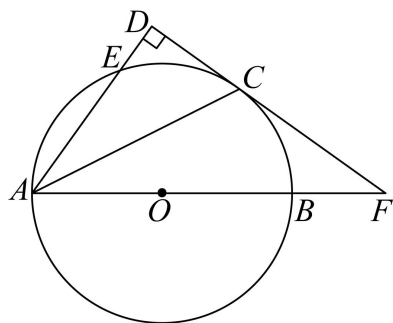


(1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 请分别求出 y_1 ， y_2 与 x 的函数关系式；

(3) 当上升多长时间时，两个气球的海拔竖直高度差为5m？

22. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， E 为 $\odot O$ 上一点，点 C 为 EB 的中点，过点 C 作 $CD \perp AE$ ，交 AE 的延长线于点 D ，延长 DC 交 AB 的延长线于点 F .



(1) 求证： CD 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $DE = 1$ ， $DC = 2$ ，求 $\odot O$ 的半径长.

23. 某数学兴趣小组运用《几何画板》软件探究 $y = ax^2$ ($a > 0$)型抛物线图象. 发现：如图1所示，该类型

图象上任意一点 P 到定点 $F\left(0, \frac{1}{4a}\right)$ 的距离 PF ，始终等于它到定直线 $l: y = -\frac{1}{4a}$ 的距离 PN （该结论不

需要证明). 他们称：定点 F 为图象的焦点，定直线 l 为图象的准线， $y = -\frac{1}{4a}$ 叫做抛物线的准线方程. 准

线 l 与 y 轴的交点为 H . 其中原点 O 为 FH 的中点， $FH = 2OF = \frac{1}{2a}$. 例如，抛物线 $y = 2x^2$ ，其焦点坐

标为 $F\left(0, \frac{1}{8}\right)$ ，准线方程为 $l: y = -\frac{1}{8}$ ，其中 $PF = PN$ ， $FH = 2OF = \frac{1}{4}$.

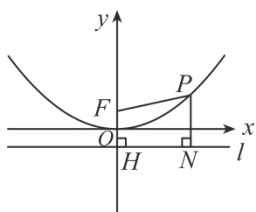


图1

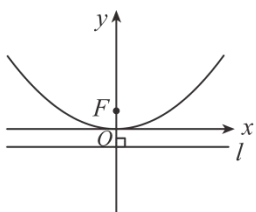


图2

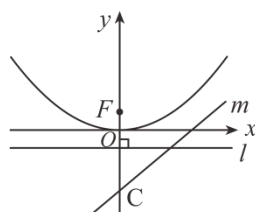


图3

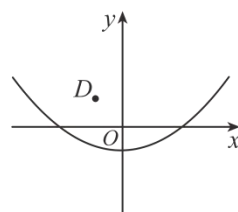


图4

【基础训练】

(1) 请分别直接写出抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的焦点坐标和准线 l 的方程: _____, _____;

【技能训练】

(2) 如图 2, 已知抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 上一点 $P(x_0, y_0)$ ($x_0 > 0$) 到焦点 F 的距离是它到 x 轴距离的 3 倍, 求点 P 的坐标;

【能力提升】

(3) 如图 3, 已知抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 的焦点为 F , 准线方程为 l . 直线 $m: y = \frac{1}{2}x - 3$ 交 y 轴于点 C , 抛物线上动点 P 到 x 轴的距离为 d_1 , 到直线 m 的距离为 d_2 , 请直接写出 $d_1 + d_2$ 的最小值;

【拓展延伸】

该兴趣小组继续探究还发现: 若将抛物线 $y = ax^2$ ($a > 0$) 平移至 $y = a(x-h)^2 + k$ ($a > 0$). 抛物线

$y = a(x-h)^2 + k$ ($a > 0$) 内有一定点 $F\left(h, k + \frac{1}{4a}\right)$, 直线 l 过点 $M\left(h, k - \frac{1}{4a}\right)$ 且与 x 轴平行. 当动点 P 在

该抛物线上运动时, 点 P 到直线 l 的距离 PP_1 始终等于点 P 到点 F 的距离 (该结论不需要证明). 例如: 抛

物线 $y = 2(x-1)^2 + 3$ 上的动点 P 到点 $F\left(1, \frac{25}{8}\right)$ 的距离等于点 P 到直线 $l: y = \frac{23}{8}$ 的距离.

请阅读上面的材料, 探究下题:

(4) 如图 4, 点 $D\left(-1, \frac{3}{2}\right)$ 是第二象限内一定点, 点 P 是抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ 上一动点, 当 $PO + PD$ 取最小值时, 请求出 $\triangle POD$ 的面积.

24. 如图 1, 在平面直角坐标系中, 直线 $l \perp y$ 轴, 交 y 轴的正半轴于点 A , 且 $OA = 2$, 点 B 是 y 轴右侧直线 l 上的一动点, 连接 OB .

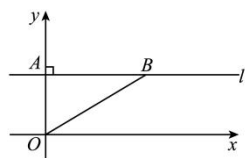


图1

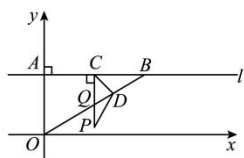


图2

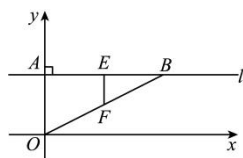


图3

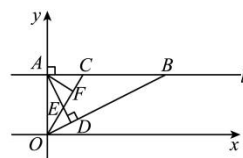


图4

- (1) 请直接写出点 A 的坐标；
- (2) 如图 2，若动点 B 满足 $\angle ABO = 30^\circ$ ，点 C 为 AB 的中点， D 点为线段 OB 上一动点，连接 CD ．在平面内，将 $\triangle BCD$ 沿 CD 翻折，点 B 的对应点为点 P ， CP 与 OB 相交于点 Q ，当 $CP \perp AB$ 时，求线段 DQ 的长；
- (3) 如图 3，若动点 B 满足 $\frac{AB}{OA} = 2$ ， EF 为 $\triangle OAB$ 的中位线，将 $\triangle BEF$ 绕点 B 在平面内逆时针旋转，当点 O 、 E 、 F 三点共线时，求直线 EB 与 x 轴交点的坐标；
- (4) 如图 4， OC 平分 $\angle AOB$ 交 AB 于点 C ， $AD \perp OB$ 于点 D ，交 OC 于点 E ， AF 为 $\triangle AEC$ 的一条中线．设 $\triangle ACF$ ， $\triangle ODE$ ， $\triangle OAC$ 的周长分别为 C_1 ， C_2 ， C_3 ．试探究：在 B 点的运动过程中，当 $\frac{2C_1 + C_2}{C_3} = \frac{11}{8}$ 时，请直接写出点 B 的坐标．

