

荆州市 2023 年初中学业水平考试

数学试题

注意事项：

1. 本卷满分为 120 分，考试时间为 120 分钟.
2. 本卷是试题卷，不能答题，答题必须写在答题卡上. 解答题中添加的辅助线、字母和符号等务必标在答题卡对应的图形上.
3. 在答题卡上答题，选择题要用 2B 铅笔填涂，非选择题要用 0.5 毫米黑色中性笔作答.

★祝考试顺利★

一、选择题（本大题共有 10 个小题，每小题只有唯一正确答案，每小题 3 分，共 30 分）

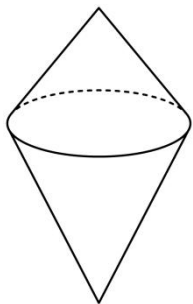
1. 在实数 -1 ， $\sqrt{3}$ ， $\frac{1}{2}$ ， 3.14 中，无理数是（ ）

- A. -1 B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 3.14

2. 下列各式运算正确的是（ ）

- A. $3a^2b^3 - 2a^2b^3 = a^2b^3$ B. $a^2 \cdot a^3 = a^6$
C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $(a^2)^3 = a^5$

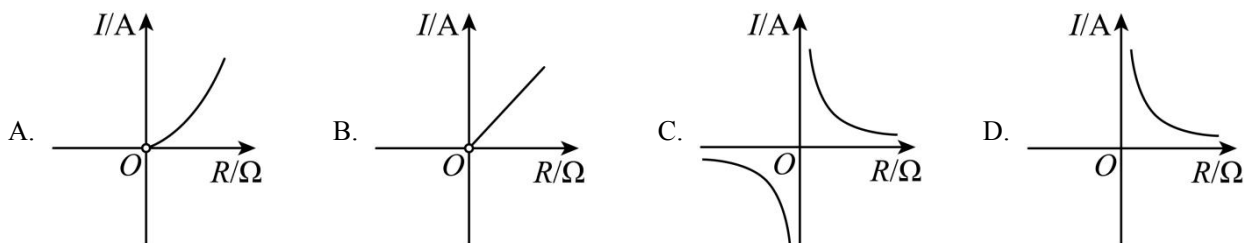
3. 观察如图所示的几何体，下列关于其三视图的说法正确的是（ ）



- A. 主视图既是中心对称图形，又是轴对称图形
B. 左视图既是中心对称图形，又是轴对称图形
C. 俯视图既是中心对称图形，又是轴对称图形
D. 主视图、左视图、俯视图都是中心对称图形

4. 已知蓄电池的电压 U 为定值，使用蓄电池时，电流 I （单位：A）与电阻 R （单位： Ω ）是反比例函数

关系 $\left(I = \frac{U}{R}\right)$. 下列反映电流 I 与电阻 R 之间函数关系的图象大致是（ ）



5. 已知 $k = \sqrt{2}(\sqrt{5} + \sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{3})$ ，则与 k 最接近的整数为 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

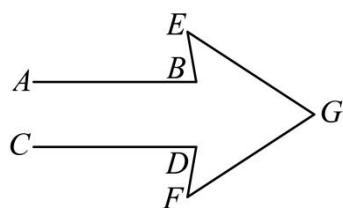
6. 为评估一种水稻的种植效果, 选了 10 块地作试验田. 这 10 块地的亩产量(单位: kg)分别为 $x_1, x_2, \dots, x_{10}$,

下面给出的统计量中可以用来评估这种水稻亩产量稳定程度的是 ()

- A. 这组数据的平均数 B. 这组数据的方差
C. 这组数据的众数 D. 这组数据的中位数

7. 如图所示的“箭头”图形中, $AB \parallel CD$, $\angle B = \angle D = 80^\circ$, $\angle E = \angle F = 47^\circ$, 则图中 $\angle G$ 的度数是

()

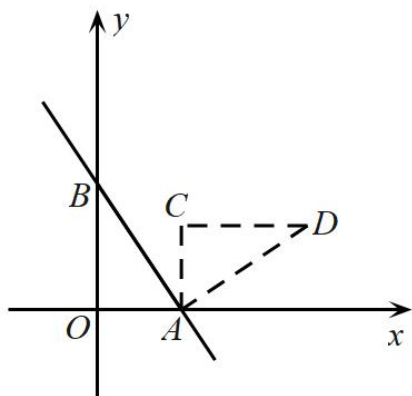


- A. 80° B. 76° C. 66° D. 56°

8. 我国古代数学名著《孙子算经》中记载: “今有木, 不知长短, 引绳度之, 余绳四尺五寸; 屈绳量之, 不足一尺, 木长几何?” 意思是: 用一根绳子去量一根木条, 绳子还剩余 4.5 尺; 将绳子对折再量木条, 木条剩余 1 尺, 问木条长多少尺? 如果设木条长 x 尺, 绳子长 y 尺, 那么可列方程组为 ()

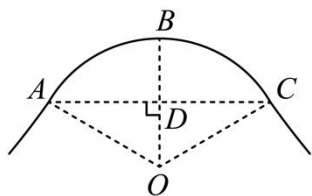
- A. $\begin{cases} y = x + 4.5 \\ 0.5y = x - 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} y = x + 4.5 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$
C. $\begin{cases} y = x - 4.5 \\ 0.5y = x + 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} y = x - 4.5 \\ y = 2x - 1 \end{cases}$

9. 如图, 直线 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 分别与 x 轴, y 轴交于点 A , B , 将 $\triangle OAB$ 绕着点 A 顺时针旋转 90° 得到 $\triangle CAD$, 则点 B 的对应点 D 的坐标是 ()



- A. $(2,5)$ B. $(3,5)$ C. $(5,2)$ D. $(\sqrt{13},2)$

10. 如图，一条公路的转弯处是一段圆弧 ($\widehat{AC}$)，点 O 是这段弧所在圆的圆心， B 为 $\widehat{AC}$ 上一点， $OB \perp AC$ 于 D 。若 $AC = 300\sqrt{3}\text{m}$ ， $BD = 150\text{m}$ ，则 $\widehat{AC}$ 的长为 ()

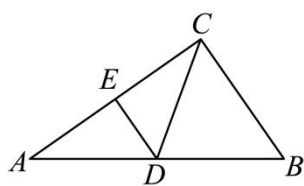


- A. $300\pi\text{m}$ B. $200\pi\text{m}$ C. $150\pi\text{m}$ D. $100\sqrt{3}\pi\text{m}$

二、填空题 (本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分)

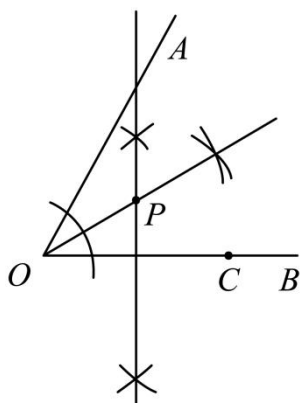
11. 若 $|a-1| + (b-3)^2 = 0$ ，则 $\sqrt{a+b} = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 如图， CD 为 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 AB 上的中线， E 为 AC 的中点。若 $AC = 8$ ， $CD = 5$ ，则 $DE = \underline{\hspace{2cm}}$.

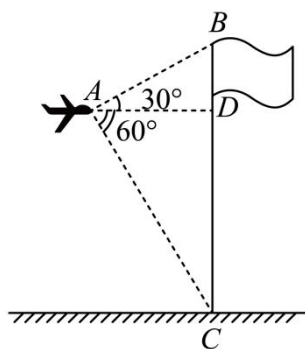


13. 某校为了解学生对 A ， B ， C ， D 四类运动的参与情况，随机调查了本校 80 名学生，让他们从中选择参与最多的一类，得到对应的人数分别是 30，20，18，12。若该校有 800 名学生，则估计有 人参与 A 类运动最多。

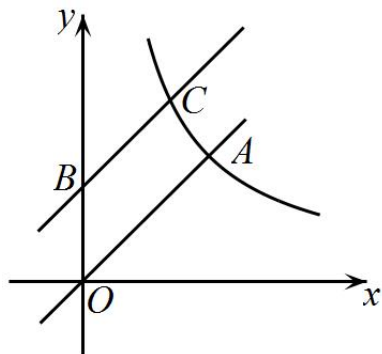
14. 如图， $\angle AOB = 60^\circ$ ，点 C 在 OB 上， $OC = 2\sqrt{3}$ ， P 为 $\angle AOB$ 内一点。根据图中尺规作图痕迹推断，点 P 到 OA 的距离为 。



15. 如图，无人机在空中A处测得某校旗杆顶部B的仰角为 30° ，底部C的俯角为 60° ，无人机与旗杆的水平距离AD为6m，则该校的旗杆高约为_____m. ($\sqrt{3} \approx 1.73$ ，结果精确到0.1)



16. 如图，点 $A(2,2)$ 在双曲线 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 上，将直线OA向上平移若干个单位长度交y轴于点B，交双曲线于点C. 若 $BC = 2$ ，则点C的坐标是_____.



三、解答题 (本大题共有8个小题，共72分)

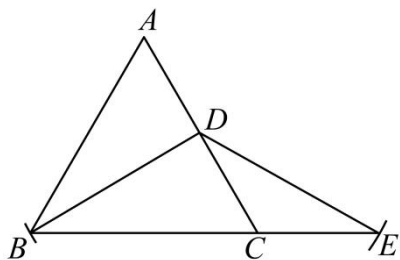
17. 先化简，再求值： $\left(\frac{2x-y}{x+y} - \frac{x^2-2xy+y^2}{x^2-y^2} \right) \div \frac{x-y}{x+y}$ ，其中 $x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ ， $y = (-2023)^0$.

18. 已知关于 x 的一元二次方程 $kx^2 - (2k+4)x + k-6 = 0$ 有两个不相等的实数根.

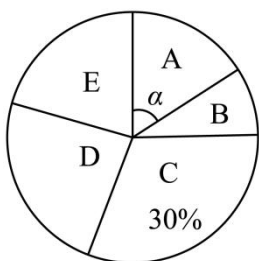
- (1) 求 k 的取值范围;
- (2) 当 $k=1$ 时，用配方法解方程.

19. 如图，BD是等边 $\triangle ABC$ 的中线，以D为圆心，DB的长为半径画弧，交BC的延长线于E，连接DE. 求

证: $CD = CE$.



20. 首届楚文化节在荆州举办前, 主办方为使参与服务的志愿者队伍整齐, 随机抽取了部分志愿者, 对其身高进行调查, 将身高 (单位: cm) 数据分 A, B, C, D, E 五组制成了如下的统计图表 (不完整).

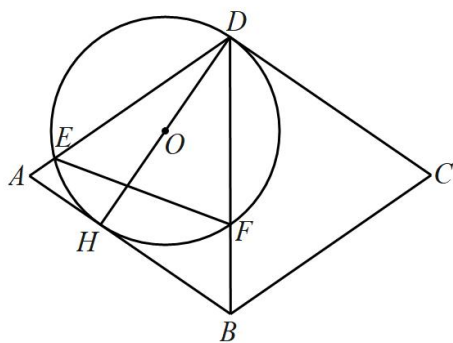


组别	身高分组	人数
A	$155 \leq x < 160$	3
B	$160 \leq x < 165$	2
C	$165 \leq x < 170$	m
D	$170 \leq x < 175$	5
E	$175 \leq x < 180$	4

根据以上信息回答:

- (1) 这次被调查身高的志愿者有 _____ 人, 表中的 $m =$ _____, 扇形统计图中 α 的度数是 _____;
- (2) 若 E 组的 4 人中, 男女各有 2 人, 以抽签方式从中随机抽取两人担任组长. 请列表或画树状图, 求刚好抽中两名女志愿者的概率.

21. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $DH \perp AB$ 于 H , 以 DH 为直径的 $\odot O$ 分别交 AD, BD 于点 E, F , 连接 EF .



(1) 求证:

① CD 是 $\odot O$ 的切线;

$$\textcircled{2} \triangle DEF \simeq \triangle DBA;$$

(2) 若 $AB=5$, $DB=6$, 求 $\sin \angle DFE$.

22. 荆州古城旁“荆街”某商铺打算购进 A、B 两种文创饰品对游客销售. 已知 1400 元采购 A 种的件数是 630 元采购 B 种件数的 2 倍, A 种的进价比 B 种的进价每件多 1 元, 两种饰品的售价均为每件 15 元; 计划采购这两种饰品共 600 件, 采购 B 种的件数不低于 390 件, 不超过 A 种件数的 4 倍.

(1) 求 A, B 饰品每件的进价分别为多少元?

(2) 若采购这两种饰品只有一种情况可优惠, 即一次性采购 A 种超过 150 件时, A 种超过的部分按进价打 6 折. 设购进 A 种饰品 x 件.

①求 x 的取值范围;

②设计能让这次采购的饰品获利最大的方案,并求出最大利润.

23. 如图 1, 点 P 是线段 AB 上与点 A , 点 B 不重合的任意一点, 在 AB 的同侧分别以 A , P , B 为顶点作 $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$, 其中 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 的一边分别是射线 AB 和射线 BA , $\angle 2$ 的两边不在直线 AB 上, 我们规定这三个角互为等联角, 点 P 为等联点, 线段 AB 为等联线.

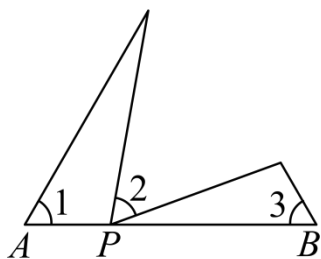


图 1

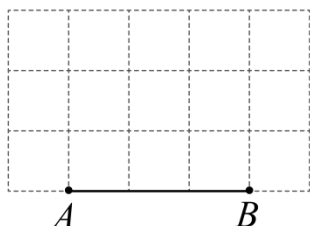


图2

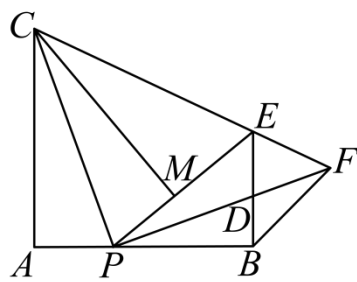


图3

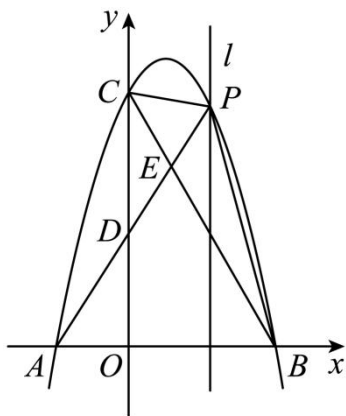
(1) 如图 2, 在 5×3 个方格的纸上, 小正方形的顶点为格点、边长均为 1, AB 为端点在格点的已知线段. 请用三种不同连接格点的方法, 作出以线段 AB 为等联线、某格点 P 为等联点的等联角, 并标出等联角, 保留作图痕迹;

(2) 如图 3, 在 $\text{Rt}\triangle APC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AC > AP$, 延长 AP 至点 B , 使 $AB = AC$, 作 $\angle A$ 的等联角 $\angle CPD$ 和 $\angle PBD$. 将 $\triangle APC$ 沿 PC 折叠, 使点 A 落在点 M 处, 得到 $\triangle MPC$, 再延长 PM 交 BD 的延长线于 E , 连接 CE 并延长交 PD 的延长线于 F , 连接 BF .

①确定 $\triangle PCF$ 的形状, 并说明理由;

②若 $AP:PB = 1:2$, $BF = \sqrt{2}k$, 求等联线 AB 和线段 PE 的长 (用含 k 的式子表示).

24. 已知: y 关于 x 的函数 $y = (a-2)x^2 + (a+1)x + b$.



(1) 若函数的图象与坐标轴有两个公共点, 且 $a = 4b$, 则 a 的值是_____;

(2) 如图, 若函数的图象为抛物线, 与 x 轴有两个公共点 $A(-2, 0)$, $B(4, 0)$, 并与动直线 $l: x = m (0 < m < 4)$ 交于点 P , 连接 PA , PB , PC , BC , 其中 PA 交 y 轴于点 D , 交 BC 于点 E . 设 $\triangle PBE$ 的面积为 S_1 , $\triangle CDE$ 的面积为 S_2 .

①当点 P 为抛物线顶点时, 求 $\triangle PBC$ 的面积;

②探究直线 l 在运动过程中, $S_1 - S_2$ 是否存在最大值? 若存在, 求出这个最大值; 若不存在, 说明理由.

