

2023 年湖北省宜昌市初中学业水平考试

数学试题

一、选择题（下列各题中，只有一个选项是符合题目要求的，请在答题卡上指定的位置填涂符合要求的选项前面的字母代号。每题 3 分，计 33 分。）

1. 下列运算正确的个数是（ ）.

① $|2023| = 2023$; ② $2023^0 = 1$; ③ $2023^{-1} = \frac{1}{2023}$; ④ $\sqrt{2023^2} = 2023$.

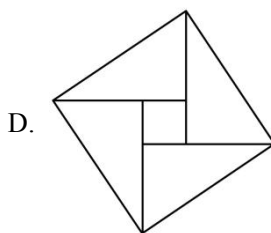
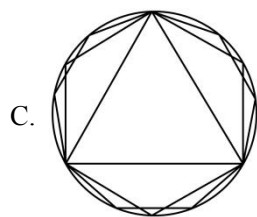
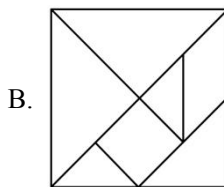
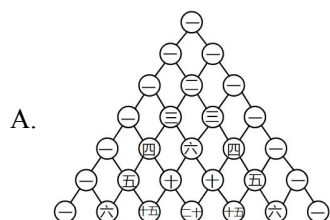
A. 4

B. 3

C. 2

D. 1

2. 我国古代数学的许多创新与发明都曾在世界上有重要影响. 下列图形“杨辉三角”“中国七巧板”“刘徽割圆术”“赵爽弦图”中，中心对称图形是（ ）.



3. “五一”假期，宜昌旅游市场接待游客 606.7 万人次，实现旅游总收入 41.5 亿元. 数据“41.5 亿”用科学记数法表示为（ ）.

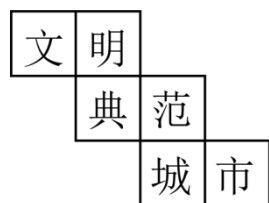
A. 415×10^7

B. 41.5×10^8

C. 4.15×10^9

D. 4.15×10^{10}

4. “争创全国文明典范城市，让文明成为宜昌人民的内在气质和城市的亮丽名片”. 如图，是一个正方体的平面展开图，把展开图折叠成正方体后，“城”字对面的字是（ ）.



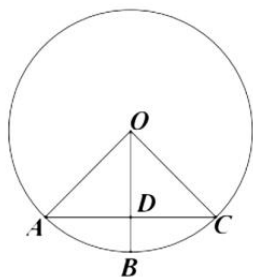
A. 文

B. 明

C. 典

D. 范

5. 如图， OA ， OB ， OC 都是 $\odot O$ 的半径， AC ， OB 交于点 D . 若 $AD = CD = 8$ ， $OD = 6$ ，则 BD 的长为（ ）.



- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

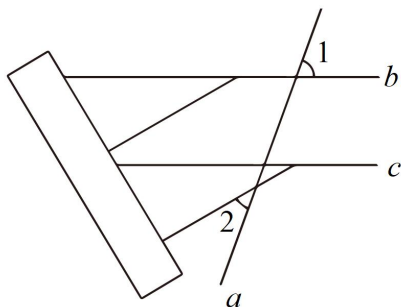
6. 下列运算正确的是 ().

- A. $2x^4 \div x^3 = 2x$ B. $(x^3)^4 = x^7$ C. $x^4 + x^3 = x^7$ D. $x^3 \cdot x^4 = x^{12}$

7. 某反比例函数图象上四个点的坐标分别为 $(-3, y_1), (-2, 3), (1, y_2), (2, y_3)$, 则, y_1, y_2, y_3 的大小关系为 ().

- A. $y_2 < y_1 < y_3$ B. $y_3 < y_2 < y_1$ C. $y_2 < y_3 < y_1$ D. $y_1 < y_3 < y_2$

8. 如图, 小颖按如下方式操作直尺和含 30° 角的三角尺, 依次画出了直线 a, b, c . 如果 $\angle 1 = 70^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ().



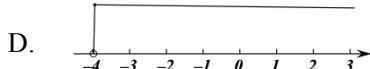
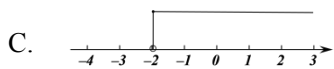
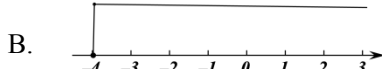
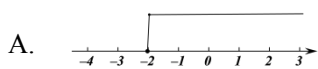
- A. 110° B. 70° C. 40° D. 30°

9. 在日历上, 某些数满足一定的规律. 如图是某年 8 月份的日历, 任意选择其中所示的含 4 个数字的方框部分, 设右上角的数字为 a , 则下列叙述中正确的是 ().

日	一	二	三	四	五	六
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

A. 左上角的数字为 $a+1$ B. 左下角的数字为 $a+7$ C. 右下角的数字为 $a+8$

D. 方框中 4 个位置的数相加，结果是 4 的倍数

10. 解不等式 $\frac{1+4x}{3} > x-1$ ，下列在数轴上表示的解集正确的是 ().

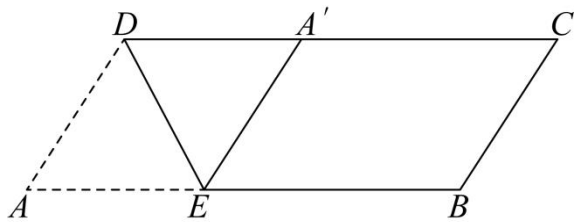
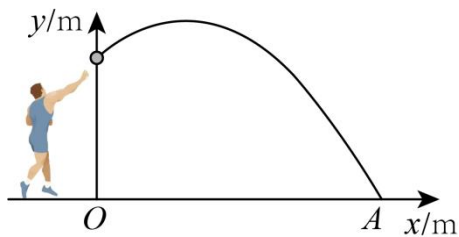
11. 某校学生去距离学校 12km 的博物馆参观，一部分学生骑自行车先走，过了 20min 后，其余学生乘汽车出发，结果他们同时到达。已知汽车的速度是骑车学生速度的 2 倍，汽车的速度是 ().

A. 0.2km/min

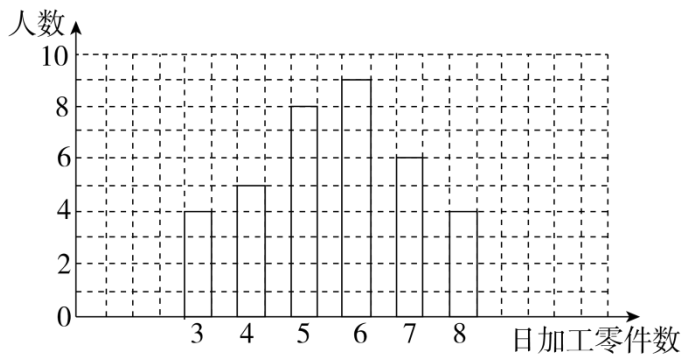
B. 0.3km/min

C. 0.4km/min

D. 0.6km/min

二、填空题（将答案写在答题卡上指定的位置。每题 3 分，计 12 分。）12. 如图，小宇将一张平行四边形纸片折叠，使点 A 落在长边 CD 上的点 A' 处，并得到折痕 DE，小宇测得长边 $CD = 8$ ，则四边形 $A'EBC$ 的周长为_____.13. 如图，一名学生推铅球，铅球行进高度 y (单位: m) 与水平距离 x (单位: m) 之间的关系是 $y = -\frac{1}{12}(x-10)(x+4)$ ，则铅球推出的距离 $OA =$ _____m.14. 已知 x_1 、 x_2 是方程 $2x^2 - 3x + 1 = 0$ 的两根，则代数式 $\frac{x_1 + x_2}{1 + x_1 x_2}$ 的值为_____.

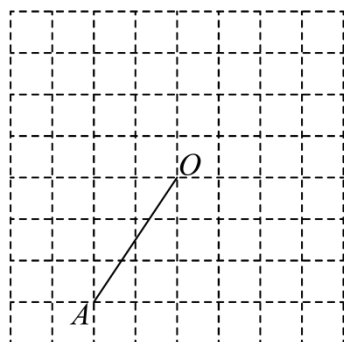
15. 如图，条形图描述了某车间工人日加工零件数的情况。这些工人日加工零件数的中位数是_____.



三、解答题（将解答过程写在答题卡上指定的位置。本大题共有 9 题，计 75 分。）

16. 先化简，再求值： $\frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 - 4} \div \frac{a - 2}{a^2 + 2a} + 3$ ，其中 $a = \sqrt{3} - 3$ 。

17. 如图，在方格纸中按要求画图，并完成填空。



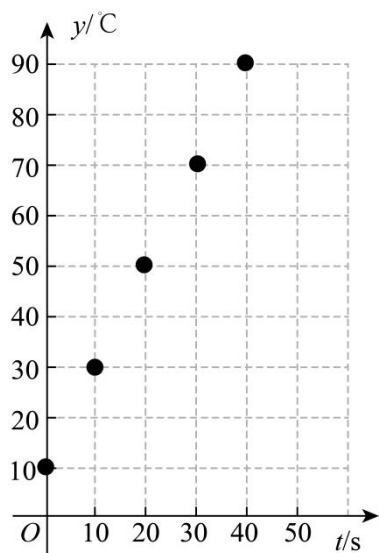
(1) 画出线段 OA 绕点 O 顺时针旋转 90° 后得到的线段 OB ，连接 AB ；

(2) 画出与 $\triangle AOB$ 关于直线 OB 对称的图形，点 A 的对称点是 C ；

(3) 填空： $\angle OCB$ 的度数为_____。

18. 某食用油的沸点温度远高于水的沸点温度。小聪想用刻度不超过 100°C 的温度计测算出这种食用油沸点的温度。在老师的指导下，他在锅中倒入一些这种食用油均匀加热，并每隔 10s 测量一次锅中油温，得到的数据记录如下：

时间 t/s	0	10	20	30	40
油温 $y/^\circ\text{C}$	10	30	50	70	90



(1) 小聪在直角坐标系中描出了表中数据对应的点. 经老师介绍, 在这种食用油达到沸点前, 锅中油温 y (单位: $^{\circ}\text{C}$) 与加热的时间 t (单位: s) 符合初中学习过的某种函数关系, 填空: 可能是_____函数关系 (请选填“正比例”“一次”“二次”“反比例”);

(2) 根据以上判断, 求 y 关于 t 的函数解析式;

(3) 当加热 110s 时, 油沸腾了, 请推算沸点的温度.

19. 2023 年 5 月 30 日, “神舟十六号” 航天飞船成功发射. 如图, 飞船在离地球大约 330km 的圆形轨道上, 当运行到地球表面 P 点的正上方 F 点时, 从中直接看到地球表面一个最远的点是点 Q . 在 $\text{Rt}\triangle OQF$ 中, $OP = OQ \approx 6400\text{km}$.

(参考数据: $\cos 16^{\circ} \approx 0.96, \cos 18^{\circ} \approx 0.95, \cos 20^{\circ} \approx 0.94, \cos 22^{\circ} \approx 0.93, \pi \approx 3.14$)

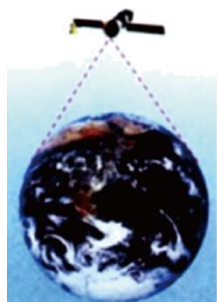


图 1

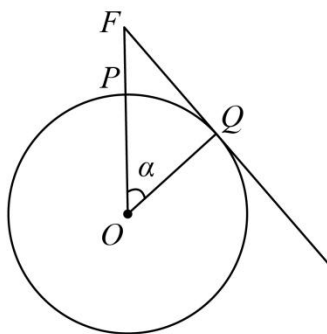


图 2

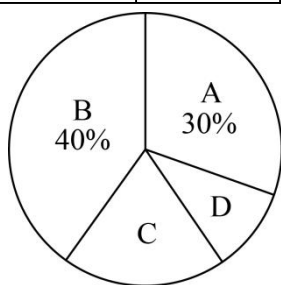
(1) 求 $\cos \alpha$ 的值 (精确到 0.01);

(2) 在 $\odot O$ 中, 求 $\widehat{PQ}$ 的长 (结果取整数).

20. “阅读新时代, 书香满宜昌”. 在“全民阅读月”活动中, 某校提供了四类适合学生阅读的书籍: A 文学类, B 科幻类, C 漫画类, D 数理类. 为了解学生阅读兴趣, 学校随机抽取了部分学生进行调查 (每位学

生仅选一类). 根据收集到的数据, 整理后得到下列不完整的图表:

书籍类别	学生人数
A 文学类	24
B 科幻类	m
C 漫画类	16
D 数理类	8



- (1) 本次抽查的学生人数是_____, 统计表中的 $m =$ _____;
- (2) 在扇形统计图中, “C 漫画类” 对应的圆心角的度数是_____;
- (3) 若该校共有 1200 名学生, 请你估计该校学生选择 “D 数理类” 书籍的学生人数;
- (4) 学校决定成立 “文学” “科幻” “漫画” “数理” 四个阅读社团. 若小文、小明随机选取四个社团中的一个, 请利用列表或画树状图的方法, 求他们选择同一社团的概率.

21. 如图 1, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, PB 是 $\odot O$ 的切线, PA 交 $\odot O$ 于点 C , $AB = 4$, $PB = 3$.

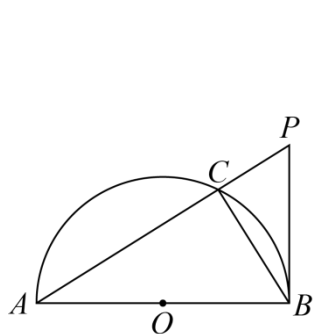


图1

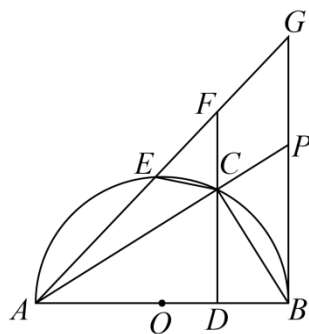


图2

- (1) 填空: $\angle PBA$ 的度数是_____, PA 的长为_____;
- (2) 求 $\triangle ABC$ 的面积;
- (3) 如图 2, $CD \perp AB$, 垂足为 D . E 是 $\widehat{AC}$ 上一点, $AE = 5EC$. 延长 AE , 与 DC , BP 的延长线分别交于点 F, G , 求 $\frac{EF}{FG}$ 的值.

22. 为纪念爱国诗人屈原，人们有了端午节吃粽子的习俗. 某顾客端午节前在超市购买豆沙粽 10 个，肉粽 12 个，共付款 136 元，已知肉粽单价是豆沙粽的 2 倍.

(1) 求豆沙粽和肉粽的单价；

(2) 超市为了促销，购买粽子达 20 个及以上时实行优惠，下表列出了小欢妈妈、小乐妈妈的购买数量（单位：个）和付款金额（单位：元）：

	豆沙粽数量	肉粽数量	付款金额
小欢妈妈	20	30	270
小乐妈妈	30	20	230

①根据上表，求豆沙粽和肉粽优惠后的单价；

②为进一步提升粽子的销量，超市将两种粽子打包成 A 、 B 两种包装销售，每包都是 40 个粽子（包装成本忽略不计），每包的销售价格按其中每个粽子优惠后的单价合计. A 、 B 两种包装中分别有 m 个豆沙粽， m 个肉粽， A 包装中的豆沙粽数量不超过肉粽的一半. 端午节当天统计发现， A 、 B 两种包装的销量分别为 $(80-4m)$ 包， $(4m+8)$ 包， A 、 B 两种包装的销售总额为 17280 元. 求 m 的值.

23. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E 、 F 分别是边 AD 、 AB 上的点，连接 CE 、 EF 、 CF .

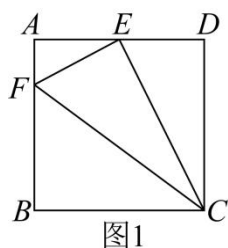


图1

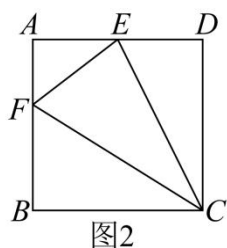


图2

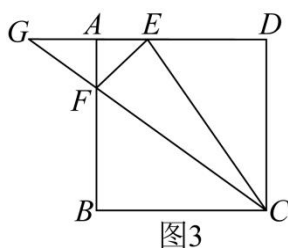


图3

(1) 若正方形 $ABCD$ 的边长为 2， E 是 AD 的中点.

①如图 1，当 $\angle FEC = 90^\circ$ 时，求证： $\triangle AEF \sim \triangle DCE$ ；

②如图 2，当 $\tan \angle FCE = \frac{2}{3}$ 时，求 AF 的长；

(2) 如图 3，延长 CF ， DA 交于点 G ，当 $GE = DE$ ， $\sin \angle FCE = \frac{1}{3}$ 时，求证： $AE = AF$.

24. 如图，已知 $A(0,2)$ 、 $B(2,0)$. 点 E 位于第二象限且在直线 $y = -2x$ 上， $\angle EOD = 90^\circ$ ， $OD = OE$ ，连接 AB 、 DE 、 AE 、 DB .

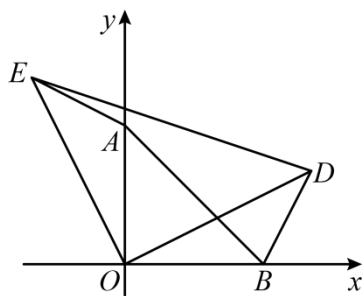


图1

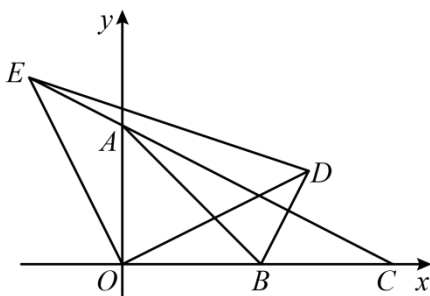


图2

- (1) 直接判断 $\triangle AOB$ 的形状: $\triangle AOB$ 是_____三角形;
- (2) 求证: $\triangle AOE \cong \triangle BOD$;
- (3) 直线 EA 交 x 轴于点 $C(t, 0), t > 2$. 将经过 B, C 两点的抛物线 $y_1 = ax^2 + bx - 4$ 向左平移 2 个单位, 得到抛物线 y_2 .
- ①若直线 EA 与抛物线 y_1 有唯一交点, 求 t 的值;
- ②若抛物线 y_2 的顶点 P 在直线 EA 上, 求 t 的值;
- ③将抛物线 y_2 再向下平移, $\frac{2}{(t-1)^2}$ 个单位, 得到抛物线 y_3 . 若点 D 在抛物线 y_3 上, 求点 D 的坐标.

