

数学

卷 I (选择题)

一、选择题 (本大题有 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分, 请选出每小题中一个最符合题意的选项, 不选、多选、错选, 均不给分)

1. 计算 $2-3$ 的结果是 ()

- A. -1 B. -3 C. 1 D. 3

【答案】A

【解析】

【分析】根据有理数的减法法则进行计算即可.

【详解】解: $2-3=-1$,

故选: A.

【点睛】本题主要考查了有理数的减法, 解题的关键是掌握有理数的减法计算法则. 减去一个数等于加上它的相反数.

2. 据报道, 2023 年“五一”假期全国国内旅游出游合计 274000000 人次. 数字 274000000 用科学记数法表示是 ()

- A. 27.4×10^7 B. 2.74×10^8 C. 0.274×10^9 D. 2.74×10^9

【答案】B

【解析】

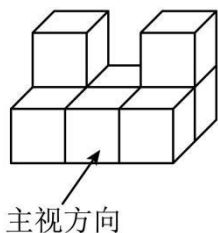
【分析】科学记数法的表现形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同, 由此进行求解即可得到答案.

【详解】解: $274000000 = 2.74 \times 10^8$,

故选 B.

【点睛】本题主要考查了科学记数法, 解题的关键在于能够熟练掌握科学记数法的定义.

3. 由 8 个相同的立方体搭成的几何体如图所示, 则它的主视图是 ()





【答案】D

【解析】

【分析】找到从正面看所得到的图形即可，注意所有的看到的棱都应表现在主视图中.

【详解】从正面看第一层是三个小正方形，第二层左边一个小正方形，中间没有，右边 1 个小正方形，故选：D.

【点睛】本题考查了三视图的知识，要求同学们掌握主视图是从物体的正面看得到的视图.

4. 下列计算正确的是 ()

A. $a^6 \div a^2 = a^3$ B. $(-a^2)^5 = -a$ C. $(a+1)(a-1) = a^2 - 1$ D. $(a+1)^2 = a^2 + 1$

【答案】C

【解析】

【分析】根据同底数幂相除法则判断选项 A；根据幂的乘方法则判断选项 B；根据平方差公式判断选项 C；根据完全平方公式判断选项 D 即可.

【详解】解：A. $a^6 \div a^2 = a^4 \neq a^3$ ，原计算错误，不符合题意；B. $(-a^2)^5 = -a^{10} \neq -a$ ，原计算错误，不符合题意；C. $(a+1)(a-1) = a^2 - 1$ ，原计算正确，符合题意；D. $(a+1)^2 = a^2 + 2a + 1 \neq a^2 + 1$ ，原计算错误，不符合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查了同底数幂相除法则、幂的乘方法则、平方差公式、完全平方公式等知识，熟练掌握各运算法则是解答本题的关键.

5. 在一个不透明的袋子里装有 2 个红球和 5 个白球，它们除颜色外都相同，从中任意摸出 1 个球，则摸出的球为红球的概率是 ()

A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{5}{7}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据概率的意义直接计算即可.

【详解】解：在一个不透明的袋子中装有 2 个红球和 5 个白球，它们除颜色外其他均相同，从中任意摸出 1

个球，共有 7 种可能，摸到红球的可能为 2 种，则摸出红球的概率是 $\frac{2}{7}$ ，

故选：C.

【点睛】本题考查了概率的计算，解题关键是熟练运用概率公式.

6. 《九章算术》中有一题：“今有大器五、小器一容三斛；大器一、小器五容二斛. 问大、小器各容几何？”

译文：今有大容器 5 个，小容器 1 个，总容量为 3 斛（斛：古代容是单位）；大容器 1 个，小容器 5 个，总容量为 2 斛. 问大容器、小容器的容量各是多少斛？设大容器的容量为 x 斛，小容器的容量为 y 斛，则可列方程组是（ ）

A. $\begin{cases} x+5y=3 \\ 5x+y=2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 5x+y=3 \\ x+5y=2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 5x=y+3 \\ x=5y+2 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 5x=y+2 \\ x=5y+3 \end{cases}$

【答案】B

【解析】

【分析】设大容器的容积为 x 斛，小容器的容积为 y 斛，根据“大容器 5 个，小容器 1 个，总容量为 3 斛；大容器 1 个，小容器 5 个，总容量为 2 斛”即可得出关于 x 、 y 的二元一次方程组.

【详解】解：设大容器的容积为 x 斛，小容器的容积为 y 斛，

根据题意得： $\begin{cases} 5x+y=3 \\ x+5y=2 \end{cases}$.

故选：B.

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组，根据数量关系列出关于 x 、 y 的二元一次方程组是解题的关键.

7. 在平面直角坐标系中，将点 (m, n) 先向右平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位，最后所得点的坐标是（ ）

A. $(m-2, n-1)$

B. $(m-2, n+1)$

C. $(m+2, n-1)$

D. $(m+2, n+1)$

【答案】D

【解析】

【分析】把 (m, n) 横坐标加 2，纵坐标加 1 即可得出结果.

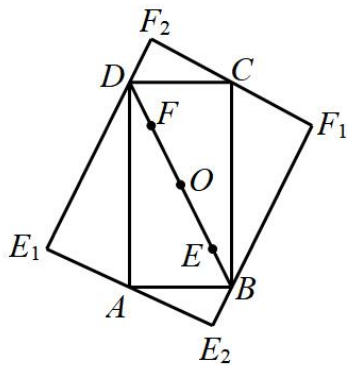
【详解】解：将点 (m, n) 先向右平移 2 个单位，再向上平移 1 个单位，最后所得点的坐标是 $(m+2, n+1)$.

故选：D.

【点睛】本题考查点的平移中坐标的变换，把 (a, b) 向上（或向下）平移 h 个单位，对应的纵坐标加上（或减去） h ，把 (a, b) 向右（或向左）平移 n 个单位，对应的横坐标加上（或减去） n . 掌握平移规律是解

题的关键.

8. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, O 为对角线 BD 的中点, $\angle ABD = 60^\circ$. 动点 E 在线段 OB 上, 动点 F 在线段 OD 上, 点 E, F 同时从点 O 出发, 分别向终点 B, D 运动, 且始终保持 $OE = OF$. 点 E 关于 AD, AB 的对称点为 E_1, E_2 ; 点 F 关于 BC, CD 的对称点为 F_1, F_2 . 在整个过程中, 四边形 $E_1E_2F_1F_2$ 形状的变化依次是 ()



- A. 菱形→平行四边形→矩形→平行四边形→菱形
 B. 菱形→正方形→平行四边形→菱形→平行四边形
 C. 平行四边形→矩形→平行四边形→菱形→平行四边形
 D. 平行四边形→菱形→正方形→平行四边形→菱形

【答案】A

【解析】

【分析】根据题意, 分别证明四边形 $E_1E_2F_1F_2$ 是菱形, 平行四边形, 矩形, 即可求解.

【详解】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AB \parallel CD, \angle BAD = \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle ABD = 60^\circ, \angle ADB = \angle CBD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\because OE = OF, OB = OD,$$

$$\therefore DF = EB$$

$\because$ 对称,

$$\therefore DF = DF_2, BF = BF_1, BE = BE_2, DE = DE_1$$

$$\therefore E_1F_2 = E_2F_1$$

$\because$ 对称,

$$\therefore \angle F_2DC = \angle CDF = 60^\circ, \angle EDA = \angle E_1DA = 30^\circ$$

$$\therefore \angle E_1DB = 60^\circ,$$

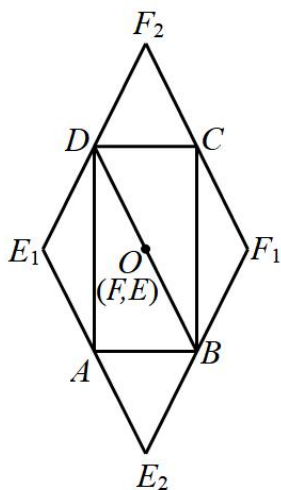
$$\text{同理 } \angle F_1BD = 60^\circ,$$

$$\therefore DE_1 \parallel BF_1$$

$$\therefore E_1F_2 \parallel E_2F_1$$

$$\therefore \text{四边形 } E_1E_2F_1F_2 \text{ 是平行四边形,}$$

如图所示,



$$\text{当 } E, F, O \text{ 三点重合时, } DO = BO,$$

$$\therefore DE_1 = DF_2 = AE_1 = AE_2$$

$$\text{即 } E_1E_2 = E_1F_2$$

$$\therefore \text{四边形 } E_1E_2F_1F_2 \text{ 是菱形,}$$

如图所示, 当 E, F 分别为 OD, OB 的中点时,

$$\text{设 } DB = 4, \text{ 则 } DF_2 = DF = 1, \quad DE_1 = DE = 3,$$

$$\text{在 Rt}\triangle ABD \text{ 中, } AB = 2, AD = 2\sqrt{3},$$

连接 AE , AO ,

$$\therefore \angle ABO = 60^\circ, \quad BO = 2 = AB,$$

$$\therefore \triangle ABO \text{ 是等边三角形,}$$

$$\therefore E \text{ 为 } OB \text{ 中点,}$$

$$\therefore AE \perp OB, \quad BE = 1,$$

$$\therefore AE = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3},$$

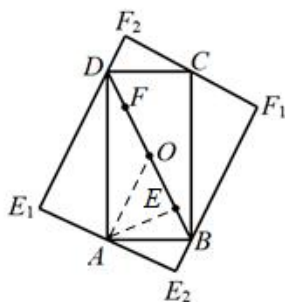
根据对称性可得 $AE_1 = AE = \sqrt{3}$,

$$\therefore AD^2 = 12, DE_1^2 = 9, AE_1^2 = 3,$$

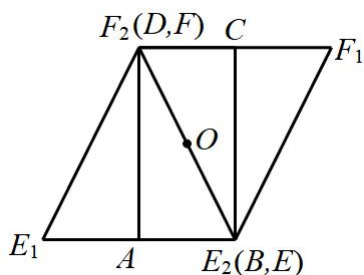
$$\therefore AD^2 = AE_1^2 + DE_1^2,$$

$\therefore \triangle DE_1A$ 是直角三角形, 且 $\angle E_1 = 90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $E_1E_2F_1F_2$ 是矩形,



当 F, E 分别与 D, B 重合时, $\triangle BE_1D, \triangle BDF_1$ 都是等边三角形, 则四边形 $E_1E_2F_1F_2$ 是菱形

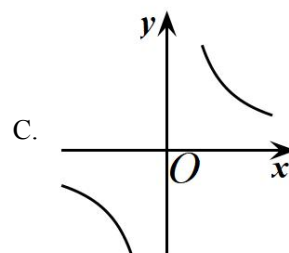
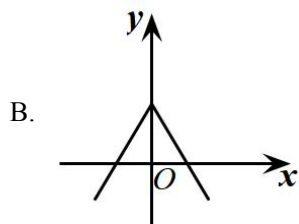
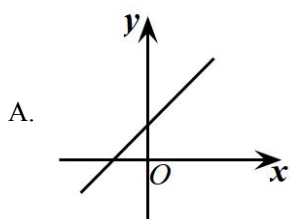


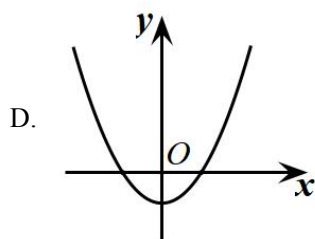
$\therefore$ 在整个过程中, 四边形 $E_1E_2F_1F_2$ 形状的变化依次是菱形 $\rightarrow$ 平行四边形 $\rightarrow$ 矩形 $\rightarrow$ 平行四边形 $\rightarrow$ 菱形,

故选: A.

【点睛】 本题考查了菱形的性质与判定, 平行四边形的性质与判定, 矩形的性质与判定, 勾股定理与勾股定理的逆定理, 轴对称的性质, 含 30° 度角的直角三角形的性质, 熟练掌握以上知识是解题的关键.

9. 已知点 $M(-4, a-2), N(-2, a), P(2, a)$ 在同一个函数图象上, 则这个函数图象可能是 ()





【答案】B

【解析】

【分析】点 $M(-4, a-2)$, $N(-2, a)$, $P(2, a)$ 在同一个函数图象上, 可得 N 、 P 关于 y 轴对称, 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大, 即可得出答案.

【详解】解: $\because N(-2, a), P(2, a)$,

$\therefore$ 得 N 、 P 关于 y 轴对称,

$\therefore$ 选项 A、C 错误,

$\because M(-4, a-2), N(-2, a)$ 在同一个函数图象上,

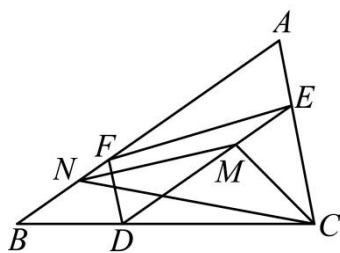
$\therefore$ 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而增大,

$\therefore$ 选项 D 错误, 选项 B 正确.

故选: B.

【点睛】此题考查了函数的图象. 注意掌握排除法在选择题中的应用是解此题的关键.

10. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是边 BC 上的点 (不与点 B, C 重合). 过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交 AC 于点 E ; 过点 D 作 $DF \parallel AC$ 交 AB 于点 F . N 是线段 BF 上的点, $BN = 2NF$; M 是线段 DE 上的点, $DM = 2ME$. 若已知 $\triangle CMN$ 的面积, 则一定能求出 ()



A. $\triangle AFE$ 的面积

B. $\triangle BDF$ 的面积

C. $\triangle BCN$ 的面积

D. $\triangle DCE$ 的面积

【答案】D

【解析】

【分析】如图所示，连接 ND ，证明 $\triangle FBD \sim \triangle EDC$ ，得出 $\frac{FB}{ED} = \frac{FD}{EC}$ ，由已知得出 $\frac{NF}{ME} = \frac{BF}{DE}$ ，则 $\frac{FD}{EC} = \frac{NF}{ME}$ ，又 $\angle NFD = \angle MEC$ ，则 $\triangle NFD \sim \triangle MEC$ ，进而得出 $\angle MCD = \angle NDB$ ，可得 $MC \parallel ND$ ，结合题意得出 $S_{\triangle EMC} = \frac{1}{2}S_{\triangle DMC} = \frac{1}{2}S_{\triangle MNC}$ ，即可求解。

【详解】解：如图所示，连接 ND ，

$$\because DE \parallel AB, DF \parallel AC,$$

$$\therefore \angle ECD = \angle FDB, \angle FBD = \angle EDC, \angle BFD = \angle A, \angle A = \angle DEC.$$

$$\therefore \triangle FBD \sim \triangle EDC, \angle NFD = \angle MEC.$$

$$\therefore \frac{FB}{ED} = \frac{FD}{EC}.$$

$$\because DM = 2ME, BN = 2NF,$$

$$\therefore NF = \frac{1}{3}BF, ME = \frac{1}{3}DE,$$

$$\therefore \frac{NF}{ME} = \frac{BF}{DE}.$$

$$\therefore \frac{FD}{EC} = \frac{NF}{ME}.$$

$$\text{又} \because \angle NFD = \angle MEC,$$

$$\therefore \triangle NFD \sim \triangle MEC.$$

$$\therefore \angle ECM = \angle FDN.$$

$$\because \angle FDB = \angle ECD$$

$$\therefore \angle MCD = \angle NDB.$$

$$\therefore MC \parallel ND.$$

$$\therefore S_{\triangle MNC} = S_{\triangle MDC}.$$

$$\because DM = 2ME,$$

$$\therefore S_{\triangle EMC} = \frac{1}{2}S_{\triangle DMC} = \frac{1}{2}S_{\triangle MNC}.$$

故选：D.

【点睛】本题考查了相似三角形的性质与判定，证明 $MC \parallel ND$ 是解题的关键。

卷 II（非选择题）

二、填空题（本大题有 6 小题，每小题 5 分，共 30 分）

11. 因式分解： $m^2 - 3m = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $m(m-3)$

【解析】

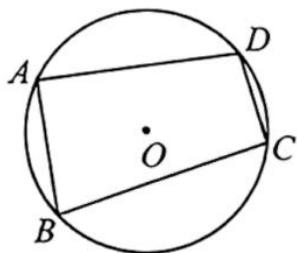
【分析】题中二项式中各项都含有公因式 m ，利用提公因式法因式分解即可得到答案.

【详解】解： $m^2 - 3m = m(m - 3)$,

故答案为： $m(m - 3)$.

【点睛】本题考查整式运算中的因式分解，熟练掌握因式分解的方法技巧是解决问题的关键.

12. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于圆 O ，若 $\angle D = 100^\circ$ ，则 $\angle B$ 的度数是_____.



【答案】 80° ##80 度

【解析】

【分析】根据圆内接四边形的性质：对角互补，即可解答.

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$,

$\therefore \angle B + \angle D = 180^\circ$,

$\because \angle D = 100^\circ$,

$\therefore \angle B = 180^\circ - \angle D = 80^\circ$.

故答案为： 80° .

【点睛】本题主要考查了圆内接四边形的性质，掌握圆内接四边形的对角互补是解答本题的关键.

13. 方程 $\frac{3x}{x+1} = \frac{9}{x+1}$ 的解是_____.

【答案】 $x = 3$

【解析】

【分析】先去分母，左右两边同时乘以 $(x+1)$ ，再根据解一元一次方程的方法和步骤进行解答，最后进行检验即可.

【详解】解：去分母，得： $3x = 9$,

化系数为 1，得： $x = 3$.

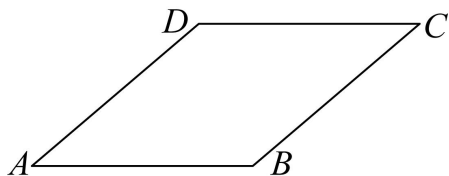
检验：当 $x = 3$ 时， $x + 1 \neq 0$,

$\therefore x = 3$ 是原分式方程的解.

故答案为： $x = 3$.

【点睛】 本题主要考查了解分式方程，解题的关键是掌握解分式方程的方法和步骤，正确找出最简公分母，注意解分式方程要进行检验.

14. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle DAB = 40^\circ$ ，连接 AC ，以点 A 为圆心， AC 长为半径作弧，交直线 AD 于点 E ，连接 CE ，则 $\angle AEC$ 的度数是_____.



【答案】 10° 或 80°

【解析】

【分析】 根据题意画出图形，结合菱形的性质可得 $\angle CAD = \frac{1}{2} \angle DAB = 20^\circ$ ，再进行分类讨论：当点 E 在点 A 上方时，当点 E 在点 A 下方时，即可进行解答.

【详解】 解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 为菱形， $\angle DAB = 40^\circ$ ，

$$\therefore \angle CAD = \frac{1}{2} \angle DAB = 20^\circ,$$

连接 CE ，

①当点 E 在点 A 上方时，如图 E_1 ，

$$\because AC = AE_1, \quad \angle CAE_1 = 20^\circ,$$

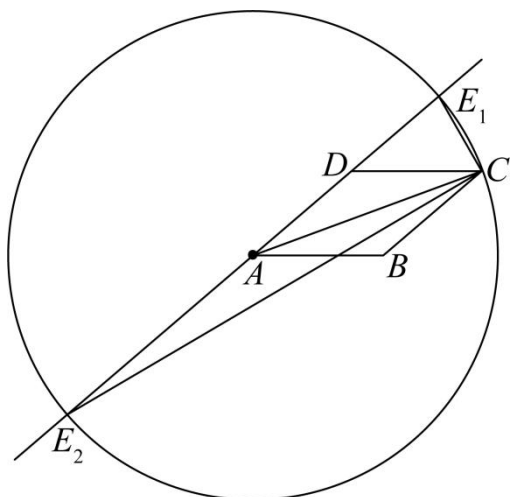
$$\therefore \angle AE_1C = \frac{1}{2} (180^\circ - 20^\circ) = 80^\circ,$$

②当点 E 在点 A 下方时，如图 E_2 ，

$$\because AC = AE_1, \quad \angle CAE_1 = 20^\circ,$$

$$\therefore \angle AE_2C = \frac{1}{2} \angle CAE_1 = 10^\circ,$$

故答案为： 10° 或 80° .

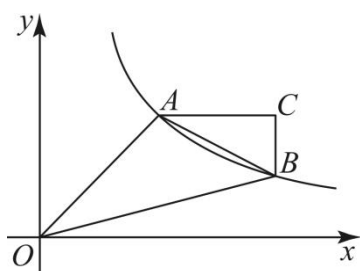


【点睛】 本题主要考查了菱形的性质，等腰三角形的性质，三

角形的内角和以及三角形的外角定理，解题的关键是掌握菱形的对角线平分内角；等腰三角形两底角相等，三角形的内角和为 180° ；三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角之和.

15. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为大于 0 的常数， $x > 0$) 图象上的两点

$A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 满足 $x_2 = 2x_1$. $\triangle ABC$ 的边 $AC \parallel x$ 轴, 边 $BC \parallel y$ 轴, 若 $\triangle OAB$ 的面积为 6, 则 $\triangle ABC$ 的面积是 _____.



【答案】 2

【解析】

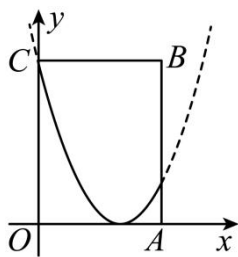
【分析】过点 A, B 作 $AF \perp y$ 轴于点 F , $AD \perp x$ 轴于点 D , $BE \perp x$ 于点 E , 利用

$$S_{\text{五边形}FABEO} = S_{\triangle AFO} + S_{\triangle ABO} + S_{\triangle BOE} = k + 6, \quad S_{\text{五边形}FABEO} = S_{\text{矩形}AFOD} + S_{\text{梯形}ADEB} = k + S_{\text{梯形}ADEB}, \quad \text{得到}$$

$S_{\text{梯形}ADEB}=6$ ，结合梯形的面积公式解得 $x_1y_1=8$ ，再由三角形面积公式计算

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC \times BC = \frac{1}{2} (x_2 - x_1) \times (y_1 - y_2) = \frac{1}{2} x_1 \times \frac{1}{2} y_1 = \frac{1}{4} x_1 y_1, \text{ 即可解答.}$$

【详解】解：如图，过点 A, B 作 $AF \perp y$ 轴于点 F ， $AD \perp x$ 轴于点 D ， $BE \perp x$ 于点 E ，



【答案】 $\frac{7}{12}$ 或 $-\frac{25}{12}$

【解析】

【分析】根据题意求得点 $A(3,0)$ ， $B(3,4)$ ， $C(0,4)$ ，根据题意分两种情况，待定系数法求解析式即可求解.

【详解】由 $y = (x-2)^2$ ($0 \leq x \leq 3$)，当 $x=0$ 时， $y=4$ ，

$\therefore C(0,4)$ ，

$\therefore A(3,0)$ ，四边形 $ABCO$ 是矩形，

$\therefore B(3,4)$ ，

①当抛物线经过 O ， B 时，将点 $(0,0)$ ， $B(3,4)$ 代入 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ ($0 \leq x \leq 3$)，

$$\therefore \begin{cases} c = 0 \\ \frac{1}{4} \times 9 + 3b + c = 4 \end{cases}$$

解得： $b = \frac{7}{12}$

②当抛物线经过点 A ， C 时，将点 $A(3,0)$ ， $C(0,4)$ 代入 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ ($0 \leq x \leq 3$)，

$$\therefore \begin{cases} c = 4 \\ \frac{1}{4} \times 9 + 3b + c = 0 \end{cases}$$

解得： $b = -\frac{25}{12}$

综上所述， $b = \frac{7}{12}$ 或 $b = -\frac{25}{12}$ ，

故答案为： $\frac{7}{12}$ 或 $-\frac{25}{12}$.

【点睛】本题考查了待定系数法求抛物线解析式，理解新定义，最小矩形的限制条件是解题的关键.

三、解答题（本大题有 8 小题，第 17~20 小题每小题 8 分，第 21 小题 10 分，第 22，23 小题每小题 12 分，第 24 小题 14 分，共 80 分．解答需写出必要的文字说明、演算步骤或证明过程）

17. (1) 计算： $(\pi - 1)^0 - \sqrt{8} + |-2\sqrt{2}|$.

(2) 解不等式： $3x - 2 > x + 4$.

【答案】(1) 1；(2) $x > 3$

【解析】

【分析】(1) 根据零指数幂的性质、二次根式的化简、绝对值的性质依次解答；

(2) 先移项，再合并同类项，最后化系数为 1 即可解答.

【详解】解：(1) 原式 $= 1 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 1$.

(2) 移项得 $3x - x > 6$,

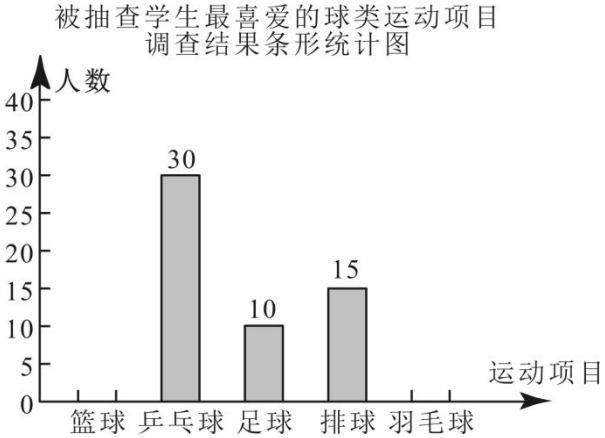
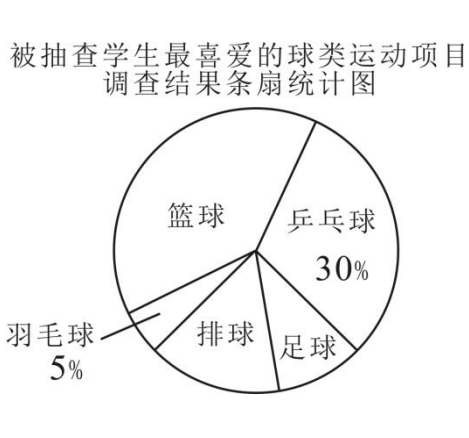
即 $2x > 6$,

$\therefore x > 3$.

$\therefore$ 原不等式的解是 $x > 3$.

【点睛】本题考查实数的混合运算、零指数幂、二次根式的化简和解一元一次不等式等知识，是基础考点，掌握相关知识是解题关键.

18. 某校兴趣小组通过调查，形成了如下调查报告（不完整）.

调查目的	1. 了解本校初中生最喜爱的球类运动项目 2. 给学校提出更合理地配置体育运动器材和场地的建议		
调查方式	随机抽样调查	调查对象	部分初中生
调查内容	你最喜爱的一个球类运动项目（必选） A. 篮球 B. 乒乓球 C. 足球 D. 排球 E. 羽毛球		
调查结果	被抽查学生最喜爱的球类运动项目 调查结果条形统计图  被抽查学生最喜爱的球类运动项目 调查结果条扇统计图 		

建议	
----	-------

结合调查信息，回答下列问题：

- (1) 本次调查共抽查了多少名学生？
- (2) 估计该校 900 名初中生中最喜爱篮球项目的人数.
- (3) 假如你是小组成员，请你向该校提一条合理建议.

【答案】(1) 100 (2) 360

- (3) 答案不唯一，见解析

【解析】

【分析】(1) 根据乒乓球人数和所占比例，求出抽查的学生数；

(2) 先求出喜爱篮球学生比例，再乘以总数即可；

(3) 从图中观察或计算得出，合理即可.

【小问 1 详解】

被抽查学生数： $30 \div 30\% = 100$,

答：本次调查共抽查了 100 名学生.

【小问 2 详解】

被抽查的 100 人中最喜爱羽毛球的人数为： $100 \times 5\% = 5$,

$\therefore$ 被抽查的 100 人中最喜爱篮球的人数为： $100 - 30 - 10 - 15 - 5 = 40$,

$\therefore 900 \times \frac{40}{100} = 360$ (人).

答：估计该校 900 名初中生中最喜爱篮球项目的人数为 360.

【小问 3 详解】

答案不唯一，如：因为喜欢篮球的学生较多，建议学校多配置篮球器材、增加篮球场地等.

【点睛】 本题考查从条形统计图和扇形统计图获取信息的能力，并用所获取的信息反映实际问题.

19. 图 1 是某款篮球架，图 2 是其示意图，立柱 OA 垂直地面 OB ，支架 CD 与 OA 交于点 A ，支架 $CG \perp CD$ 交 OA 于点 G ，支架 DE 平行地面 OB ，篮筐 EF 与支架 DE 在同一直线上， $OA = 2.5$ 米， $AD = 0.8$ 米， $\angle AGC = 32^\circ$.



图1

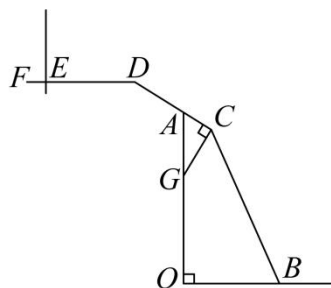


图2

(1) 求 $\angle GAC$ 的度数.

(2) 某运动员准备给篮筐挂上篮网, 如果他站在凳子上, 最高可以把篮网挂到离地面 3 米处, 那么他能挂上篮网吗? 请通过计算说明理由. (参考数据: $\sin 32^\circ \approx 0.53$, $\cos 32^\circ \approx 0.85$, $\tan 32^\circ \approx 0.62$)

【答案】(1) 58°

(2) 该运动员能挂上篮网, 理由见解析

【解析】

【分析】(1) 根据直角三角形的两个锐角互余即可求解;

(2) 延长 OA, ED 交于点 M , 根据题意得出 $\angle ADM = 32^\circ$, 解 $\text{Rt}\triangle ADM$, 求得 AM , 根据 $OM = OA + AM$ 与 3 比较即可求解.

【小问 1 详解】

解: $\because CG \perp CD$,

$$\therefore \angle ACG = 90^\circ,$$

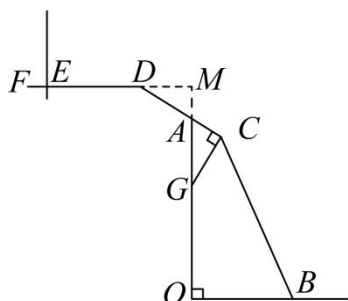
$$\because \angle AGC = 32^\circ,$$

$$\therefore \angle GAC = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ.$$

【小问 2 详解】

该运动员能挂上篮网, 理由如下.

如图, 延长 OA, ED 交于点 M ,



$$\because OA \perp OB, DE \parallel OB,$$

$$\therefore \angle DMA = 90^\circ,$$

又 $\because \angle DAM = \angle GAC = 58^\circ$,

$\therefore \angle ADM = 32^\circ$,

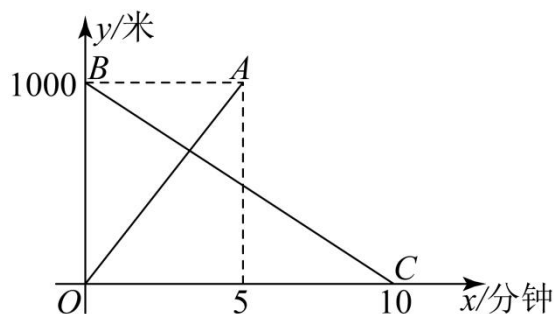
在 $\text{Rt}\triangle ADM$ 中, $AM = AD \sin 32^\circ \approx 0.8 \times 0.53 = 0.424$,

$\therefore OM = OA + AM = 2.5 + 0.424 = 2.924 < 3$,

$\therefore$ 该运动员能挂上篮网.

【点睛】 本题考查了解直角三角形的应用, 直角三角形的两个锐角互余, 熟练掌握三角函数的定义是解题的关键.

20. 一条笔直的道路上依次有 M, P, N 三地, 其中 M, N 两地相距 1000 米. 甲、乙两机器人分别从 M, N 两地同时出发, 去目的地 N, M , 匀速而行. 图中 OA, BC 分别表示甲、乙机器人离 M 地的距离 y (米) 与行走时间 x (分钟) 的函数关系图象.



(1) 求 OA 所在直线的表达式.

(2) 出发后甲机器人行走多少时间, 与乙机器人相遇?

(3) 甲机器人到 P 地后, 再经过 1 分钟乙机器人也到 P 地, 求 P, M 两地间的距离.

【答案】 (1) $y = 200x$

(2) 出发后甲机器人行走 $\frac{10}{3}$ 分钟, 与乙机器人相遇

(3) P, M 两地间的距离为 600 米

【解析】

【分析】 (1) 利用待定系数法即可求解;

(2) 利用待定系数法求出 BC 所在直线的表达式, 再列方程组求出交点坐标, 即可;

(3) 列出方程即可解决.

【小问 1 详解】

$\because O(0,0), A(5,1000)$,

$\therefore OA$ 所在直线的表达式为 $y = 200x$.

【小问 2 详解】

设 BC 所在直线的表达式为 $y = kx + b$,

$$\therefore B(0, 1000), C(10, 0),$$

$$\therefore \begin{cases} 1000 = 0 + b, \\ 0 = 10k + b, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} k = -100, \\ b = 1000. \end{cases}$$

$$\therefore y = -100x + 1000.$$

甲、乙机器人相遇时, 即 $200x = -100x + 1000$, 解得 $x = \frac{10}{3}$,

$\therefore$ 出发后甲机器人行走 $\frac{10}{3}$ 分钟, 与乙机器人相遇.

【小问 3 详解】

设甲机器人行走 t 分钟时到 P 地, P 地与 M 地距离 $y = 200t$,

则乙机器人 $(t+1)$ 分钟后到 P 地, P 地与 M 地距离 $y = -100(t+1) + 1000$,

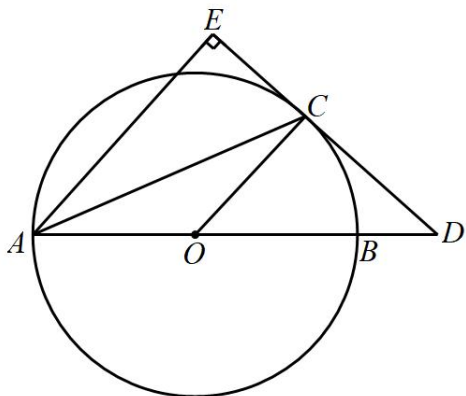
由 $200t = -100(t+1) + 1000$, 得 $t = 3$.

$$\therefore y = 600.$$

答: P, M 两地间的距离为 600 米.

【点睛】 本题考查了一次函数的图象与性质, 用待定系数法可求出函数表达式, 要利用方程组的解, 求出两个函数的交点坐标, 充分应用数形结合思想是解题的关键.

21. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线 CD , 交 AB 的延长线于点 D , 过点 A 作 $AE \perp CD$ 于点 E .



(1) 若 $\angle EAC = 25^\circ$, 求 $\angle ACD$ 的度数.

(2) 若 $OB = 2, BD = 1$, 求 CE 的长.

【答案】 (1) 115°

$$(2) CE = \frac{2}{3}\sqrt{5}$$

【解析】

【分析】(1) 根据三角形的外角的性质, $\angle ACD = \angle AEC + \angle EAC$ 即可求解.

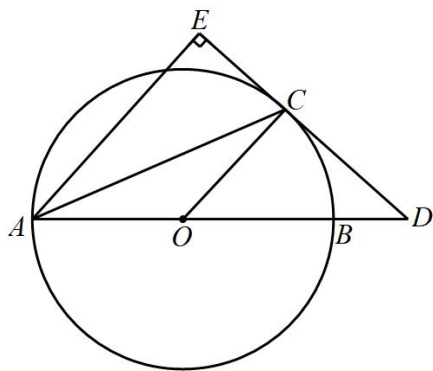
(2) 根据 CD 是 $\odot O$ 的切线, 可得 $\angle OCD = 90^\circ$, 在 $\text{Rt}\triangle OCD$ 中, 勾股定理求得 $CD = \sqrt{5}$, 根据 $OC \parallel AE$, 可得 $\frac{CD}{CE} = \frac{OD}{OA}$, 进而即可求解.

【小问 1 详解】

解: $\because AE \perp CD$ 于点 E ,

$$\therefore \angle AEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle AEC + \angle EAC = 90^\circ + 25^\circ = 115^\circ.$$



【小问 2 详解】

$\because CD$ 是 $\odot O$ 的切线, OC 是 $\odot O$ 的半径,

$$\therefore \angle OCD = 90^\circ.$$

在 $\text{Rt}\triangle OCD$ 中,

$$\because OC = OB = 2, OD = OB + BD = 3,$$

$$\therefore CD = \sqrt{OD^2 - OC^2} = \sqrt{5}.$$

$$\because \angle OCD = \angle AEC = 90^\circ,$$

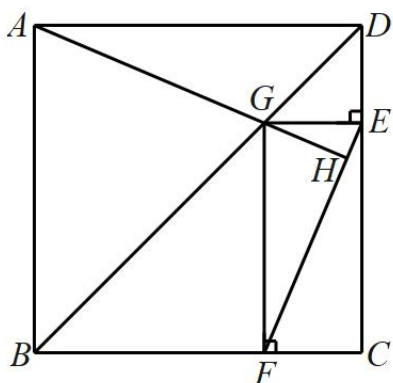
$$\therefore OC \parallel AE$$

$$\therefore \frac{CD}{CE} = \frac{OD}{OA}, \text{ 即 } \frac{\sqrt{5}}{CE} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore CE = \frac{2}{3}\sqrt{5}.$$

【点睛】本题考查了三角形外角的性质，切线的性质，勾股定理，平行线分线段成比例，熟练掌握以上知识是解题的关键.

22. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， G 是对角线 BD 上的一点（与点 B, D 不重合）， $GE \perp CD, GF \perp BC, E, F$ 分别为垂足. 连接 EF, AG ，并延长 AG 交 EF 于点 H .



- (1) 求证: $\angle DAG = \angle EGH$.
 (2) 判断 AH 与 EF 是否垂直，并说明理由.

【答案】(1) 见解析 (2) AH 与 EF 垂直，理由见解析

【解析】

【分析】(1) 由正方形的性质，得到 $AD \perp CD$ ，结合垂直于同一条直线的两条直线平行，可得 $AD \parallel GE$ ，再根据平行线的性质解答即可；

(2) 连接 GC 交 EF 于点 O ，由 SAS 证明 $\triangle ADG \cong \triangle CDG$ ，再根据全等三角形对应角相等得到 $\angle DAG = \angle DCG$ ，继而证明四边形 $FCEG$ 为矩形，最后根据矩形的性质解答即可.

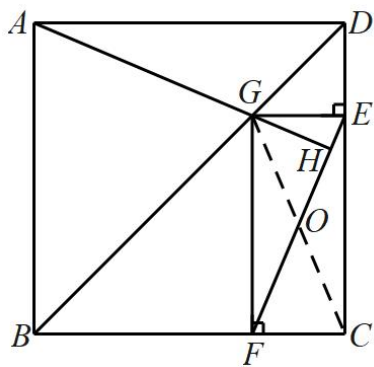
【小问 1 详解】

解：在正方形 $ABCD$ 中， $AD \perp CD$

$$\therefore GE \perp CD$$

$$\therefore AD \parallel GE,$$

$$\therefore \angle DAG = \angle EGH.$$



【小问 2 详解】

AH 与 EF 垂直，理由如下.

连接 GC 交 EF 于点 O .

$\because BD$ 为正方形 $ABCD$ 的对角线,

$\therefore \angle ADG = \angle CDG = 45^\circ$,

又 $\because DG = DG, AD = CD$,

$\therefore \triangle ADG \cong \triangle CDG$,

$\therefore \angle DAG = \angle DCG$.

在正方形 $ABCD$ 中, $\angle ECF = 90^\circ$,

又 $\because GE \perp CD, GF \perp BC$,

$\therefore$ 四边形 $FCEG$ 为矩形,

$\therefore OE = OC$,

$\therefore \angle OEC = \angle OCE$,

$\therefore \angle DAG = \angle OEC$.

又 $\because \angle DAG = \angle EGH$,

$\therefore \angle EGH + \angle GEH = \angle OEC + \angle GEH = \angle GEC = 90^\circ$,

$\therefore \angle GHE = 90^\circ$,

$\therefore AH \perp EF$.

【点睛】 本题考查正方形的性质、平行线的性质、全等三角形的判断与性质、矩形的判定与性质等知识, 综合性较强, 是重要考点, 掌握相关知识是解题关键.

23. 已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$.

(1) 当 $b = 4, c = 3$ 时,

①求该函数图象的顶点坐标.

②当 $-1 \leq x \leq 3$ 时, 求 y 的取值范围.

(2) 当 $x \leq 0$ 时, y 的最大值为 2; 当 $x > 0$ 时, y 的最大值为 3, 求二次函数的表达式.

【答案】(1) ① $(2, 7)$; ② 当 $-1 \leq x \leq 3$ 时, $-2 \leq y \leq 7$

(2) $y = -x^2 + 2x + 2$

【解析】

【分析】(1) ①将 $b = 4, c = 3$ 代入解析式, 化为顶点式, 即可求解;

②已知顶点 $(2, 7)$, 根据二次函数的增减性, 得出当 $x = 2$ 时, y 有最大值 7, 当 $x = -1$ 时取得最小值, 即可求解;

(2) 根据题意 $x \leq 0$ 时, y 的最大值为 2; $x > 0$ 时, y 的最大值为 3, 得出抛物线的对称轴 $x = \frac{b}{2}$ 在 y 轴的右侧, 即 $b > 0$, 由抛物线开口向下, $x \leq 0$ 时, y 的最大值为 2, 可知 $c = 2$, 根据顶点坐标的纵坐标为 3, 求出 $b = 2$, 即可得解.

【小问 1 详解】

解: ①当 $b = 4, c = 3$ 时, $y = -x^2 + 4x + 3 = -(x - 2)^2 + 7$,

$\therefore$ 顶点坐标为 $(2, 7)$.

② $\because$ 顶点坐标为 $(2, 7)$. 抛物线开口向下,

当 $-1 \leq x \leq 2$ 时, y 随 x 增大而增大,

当 $2 \leq x \leq 3$ 时, y 随 x 增大而减小,

$\therefore$ 当 $x = 2$ 时, y 有最大值 7.

又 $2 - (-1) > 3 - 2$

$\therefore$ 当 $x = -1$ 时取得最小值, 最小值 $y = -2$;

$\therefore$ 当 $-1 \leq x \leq 3$ 时, $-2 \leq y \leq 7$.

【小问 2 详解】

$\because x \leq 0$ 时, y 的最大值为 2; $x > 0$ 时, y 的最大值为 3,

$\therefore$ 抛物线的对称轴 $x = \frac{b}{2}$ 在 y 轴的右侧,

$\therefore b > 0$,

$\because$ 抛物线开口向下, $x \leq 0$ 时, y 的最大值为 2,

$$\therefore c = 2,$$

$$\text{又} \because \frac{4 \times (-1) \times c - b^2}{4 \times (-1)} = 3,$$

$$\therefore b = \pm 2,$$

$$\because b > 0,$$

$$\therefore b = 2,$$

$$\therefore \text{二次函数的表达式为 } y = -x^2 + 2x + 2.$$

【点睛】本题考查了待定系数法求二次函数解析式，顶点式，二次函数的最值问题，熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.

24. 在平行四边形 $ABCD$ 中（顶点 A, B, C, D 按逆时针方向排列）， $AB = 12, AD = 10, \angle B$ 为锐角，且

$$\sin B = \frac{4}{5}.$$

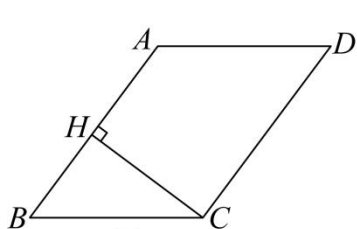


图1

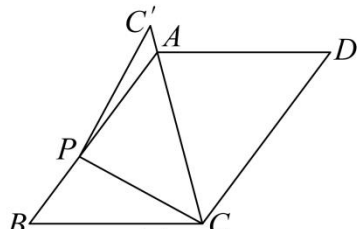
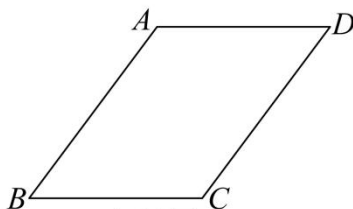


图2



备用图

(1) 如图 1，求 AB 边上的高 CH 的长.

(2) P 是边 AB 上的一动点，点 C, D 同时绕点 P 按逆时针方向旋转 90° 得点 C', D' .

①如图 2，当点 C' 落在射线 CA 上时，求 BP 的长.

②当 $\triangle AC'D'$ 是直角三角形时，求 BP 的长.

【答案】(1) 8 (2) ① $BP = \frac{34}{7}$; ② $BP = 6$ 或 $8 \pm \sqrt{2}$

【解析】

【分析】(1) 利用正弦的定义即可求得答案;

(2) ①先证明 $\triangle PQC' \cong \triangle CHP$ ，再证明 $\triangle AQC' \sim \triangle AHC$ ，最后利用相似三角形对应边成比例列出方程即可;

②分三种情况讨论完成，第一种： C' 为直角顶点；第二种： A 为直角顶点；第三种， D' 为直角顶点，但此种情况不成立，故最终有两个答案.

【小问 1 详解】

在 $ABCD$ 中, $BC = AD = 10$,

在 $Rt\triangle BCH$ 中, $CH = BC \sin B = 10 \times \frac{4}{5} = 8$.

【小问 2 详解】

①如图 1, 作 $CH \perp BA$ 于点 H , 由 (1) 得, $BH = \sqrt{BC^2 - CH^2} = 6$, 则 $AH = 12 - 6 = 6$,

作 $C'Q \perp BA$ 交 BA 延长线于点 Q , 则 $\angle CHP = \angle PQC' = 90^\circ$,

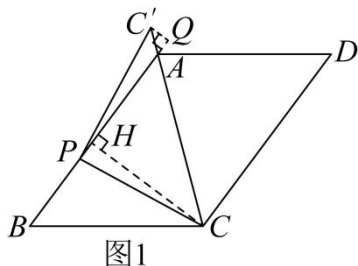


图1

$$\therefore \angle C'PQ + \angle PC'Q = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle C'PQ + \angle CPH = 90^\circ$$

$$\therefore \angle PC'Q = \angle CPH.$$

由旋转知 $PC' = PC$,

$$\therefore \triangle PQC' \cong \triangle CHP.$$

设 $BP = x$, 则 $PQ = CH = 8, C'Q = PH = 6 - x, QA = PQ - PA = x - 4$.

$$\therefore C'Q \perp AB, CH \perp AB,$$

$$\therefore C'Q \parallel CH,$$

$$\therefore \triangle AQC' \sim \triangle AHC,$$

$$\therefore \frac{C'Q}{CH} = \frac{QA}{HA}, \text{ 即 } \frac{6-x}{8} = \frac{x-4}{6},$$

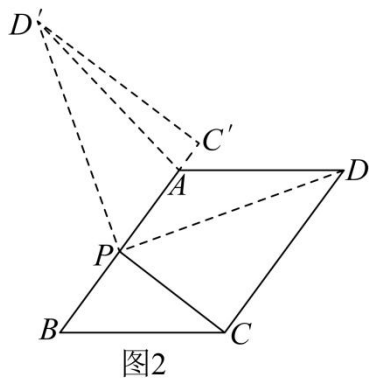
$$\therefore x = \frac{34}{7},$$

$$\therefore BP = \frac{34}{7}.$$

②由旋转得 $\triangle PCD \cong \triangle PC'D', CD = C'D', CD \perp C'D'$,

又因为 $AB \parallel CD$ ，所以 $C'D' \perp AB$ 。

情况一：当以 C' 为直角顶点时，如图 2。



$$\because C'D' \perp AB,$$

$\therefore C'$ 落在线段 BA 延长线上。

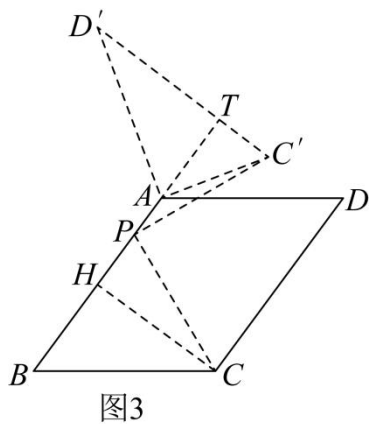
$$\because PC \perp PC',$$

$$\therefore PC \perp AB,$$

由 (1) 知， $PC = 8$ ，

$$\therefore BP = 6.$$

情况二：当以 A 为直角顶点时，如图 3。



设 $C'D'$ 与射线 BA 的交点为 T ，

作 $CH \perp AB$ 于点 H 。

$$\because PC \perp PC',$$

$$\therefore \angle CPH + \angle TPC' = 90^\circ,$$

$$\because C'D' \perp AT,$$

$$\therefore \angle PC'T + \angle TPC' = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CPH = \angle PC'T.$$

$$\text{又} \because \angle CHP = \angle PTC' = 90^\circ, PC = C'P,$$

$$\therefore \triangle CPH \cong \triangle PC'T,$$

$$\therefore C'T = PH, PT = CH = 8.$$

$$\text{设 } C'T = PH = t, \text{ 则 } AP = 6 - t,$$

$$\therefore AT = PT - PA = 2 + t$$

$$\because \angle C'AD' = 90^\circ, C'D' \perp AB,$$

$$\therefore \triangle ATD' \sim \triangle C'TA,$$

$$\therefore \frac{AT}{TD'} = \frac{C'T}{TA},$$

$$\therefore AT^2 = C'T \cdot TD',$$

$$\therefore (2+t)^2 = t(12-t),$$

$$\text{化简得 } t^2 - 4t + 2 = 0,$$

$$\text{解得 } t = 2 \pm \sqrt{2},$$

$$\therefore BP = BH + HP = 8 \pm \sqrt{2}.$$

情况三：当以 D' 为直角顶点时，

点 P 落在 BA 的延长线上，不符合题意.

综上所述， $BP = 6$ 或 $8 \pm \sqrt{2}$.

【点睛】 本题考查了平行四边形的性质，正弦的定义，全等的判定及性质，相似的判定及性质，理解记忆相关定义，判定，性质是解题的关键.

