

数学

卷 I (选择题)

一、选择题 (本大题有 10 小题, 每小题 4 分, 共 40 分, 请选出每小题中一个最符合题意的选项, 不选、多选、错选, 均不给分)

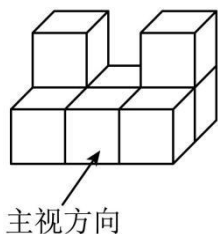
1. 计算 2^{-3} 的结果是 ()

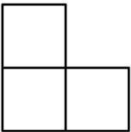
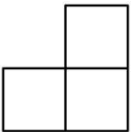
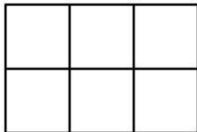
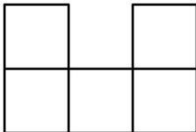
- A. -1 B. -3 C. 1 D. 3

2. 据报道, 2023 年“五一”假期全国国内旅游出游合计 274000000 人次. 数字 274000000 用科学记数法表示是 ()

- A. 27.4×10^7 B. 2.74×10^8 C. 0.274×10^9 D. 2.74×10^9

3. 由 8 个相同的立方体搭成的几何体如图所示, 则它的主视图是 ()



- A.  B.  C.  D. 

4. 下列计算正确的是 ()

- A. $a^6 \div a^2 = a^3$ B. $(-a^2)^5 = -a$ C. $(a+1)(a-1) = a^2 - 1$ D. $(a+1)^2 = a^2 + 1$

5. 在一个不透明的袋子里装有 2 个红球和 5 个白球, 它们除颜色外都相同, 从中任意摸出 1 个球, 则摸出的球为红球的概率是 ()

- A. $\frac{2}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{5}{7}$

6. 《九章算术》中有一题: “今有大器五、小器一容三斛; 大器一、小器五容二斛. 问大、小器各容几何?”

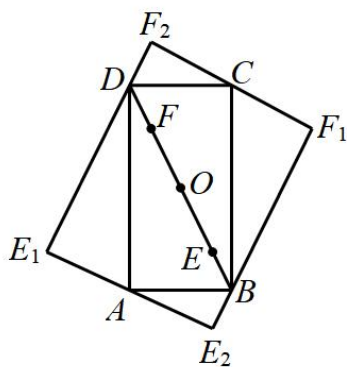
译文: 今有大容器 5 个, 小容器 1 个, 总容量为 3 斛 (斛: 古代容量单位); 大容器 1 个, 小容器 5 个, 总容量为 2 斛. 问大容器、小容器的容量各是多少斛? 设大容器的容量为 x 斛, 小容器的容量为 y 斛, 则可列方程组是 ()

- A. $\begin{cases} x+5y=3 \\ 5x+y=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 5x+y=3 \\ x+5y=2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} 5x=y+3 \\ x=5y+2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 5x=y+2 \\ x=5y+3 \end{cases}$

7. 在平面直角坐标系中, 将点 (m, n) 先向右平移 2 个单位, 再向上平移 1 个单位, 最后所得点的坐标是 ()

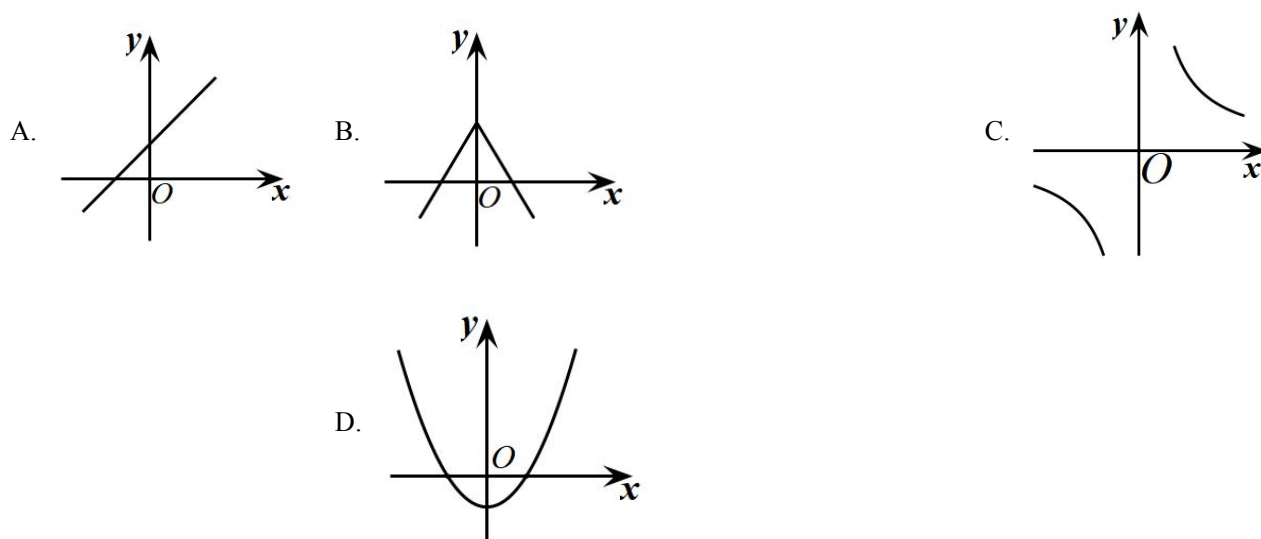
- A. $(m-2, n-1)$ B. $(m-2, n+1)$ C. $(m+2, n-1)$ D. $(m+2, n+1)$

8. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， O 为对角线 BD 的中点， $\angle ABD = 60^\circ$ ．动点 E 在线段 OB 上，动点 F 在线段 OD 上，点 E, F 同时从点 O 出发，分别向终点 B, D 运动，且始终保持 $OE = OF$ ．点 E 关于 AD, AB 的对称点为 E_1, E_2 ；点 F 关于 BC, CD 的对称点为 F_1, F_2 ．在整个过程中，四边形 $E_1E_2F_1F_2$ 形状的变化依次是 ()

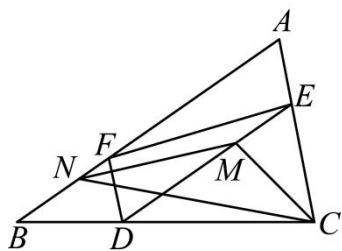


- A. 菱形→平行四边形→矩形→平行四边形→菱形
 B. 菱形→正方形→平行四边形→菱形→平行四边形
 C. 平行四边形→矩形→平行四边形→菱形→平行四边形
 D. 平行四边形→菱形→正方形→平行四边形→菱形

9. 已知点 $M(-4, a-2)$, $N(-2, a)$, $P(2, a)$ 在同一个函数图象上，则这个函数图象可能是 ()

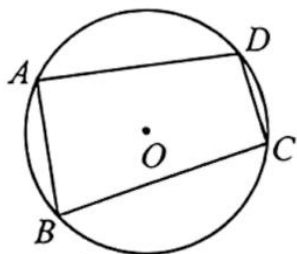
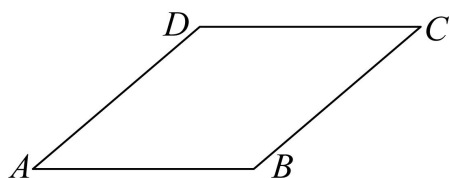


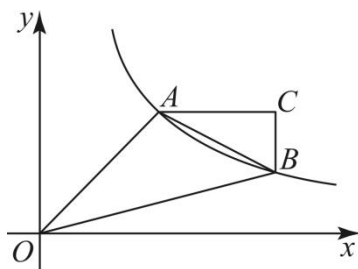
10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是边 BC 上的点 (不与点 B, C 重合)．过点 D 作 $DE \parallel AB$ 交 AC 于点 E ；过点 D 作 $DF \parallel AC$ 交 AB 于点 F ． N 是线段 BF 上的点， $BN = 2NF$ ； M 是线段 DE 上的点， $DM = 2ME$ ．若已知 $\triangle CMN$ 的面积，则一定能求出 ()

A. $\triangle AFE$ 的面积B. BDF 的面积C. $\triangle BCN$ 的面积D. $\triangle DCE$ 的面积

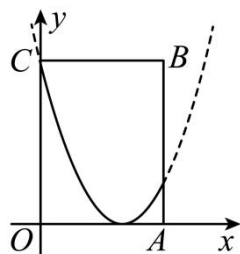
卷 II (非选择题)

二、填空题 (本大题有 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分)

11. 因式分解: $m^2 - 3m =$ _____.12. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于圆 O , 若 $\angle D = 100^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数是_____.13. 方程 $\frac{3x}{x+1} = \frac{9}{x+1}$ 的解是_____.14. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle DAB = 40^\circ$, 连接 AC , 以点 A 为圆心, AC 长为半径作弧, 交直线 AD 于点 E , 连接 CE , 则 $\angle AEC$ 的度数是_____.15. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = \frac{k}{x}$ (k 为大于 0 的常数, $x > 0$) 图象上的两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 满足 $x_2 = 2x_1$. $\triangle ABC$ 的边 $AC \parallel x$ 轴, 边 $BC \parallel y$ 轴, 若 $\triangle OAB$ 的面积为 6, 则 $\triangle ABC$ 的面积是_____.



16. 在平面直角坐标系 xOy 中，一个图形上的点都在一边平行于 x 轴的矩形内部（包括边界），这些矩形中面积最小的矩形称为该图形的关联矩形．例如：如图，函数 $y = (x - 2)^2$ ($0 \leq x \leq 3$) 的图象（抛物线中的实线部分），它的关联矩形为矩形 $OABC$ ．若二次函数 $y = \frac{1}{4}x^2 + bx + c$ ($0 \leq x \leq 3$) 图象的关联矩形恰好也是矩形 $OABC$ ，则 $b =$ _____．



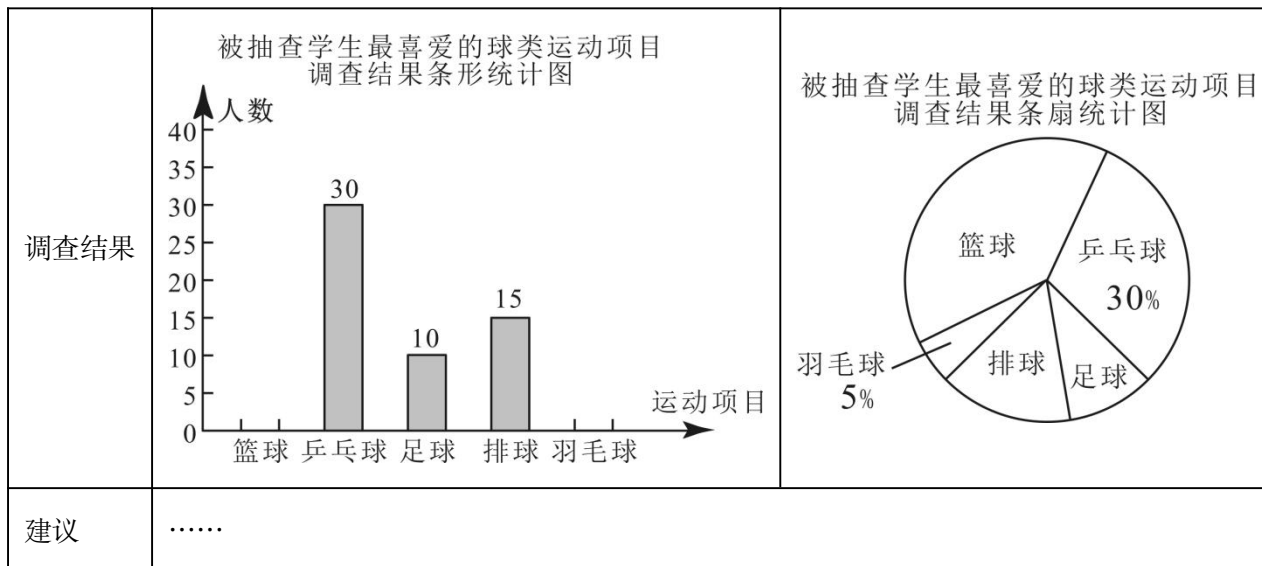
三、解答题（本大题有 8 小题，第 17~20 小题每小题 8 分，第 21 小题 10 分，第 22，23 小题每小题 12 分，第 24 小题 14 分，共 80 分．解答需写出必要的文字说明、演算步骤或证明过程）

17. (1) 计算： $(\pi - 1)^0 - \sqrt{8} + |-2\sqrt{2}|$ ．

(2) 解不等式： $3x - 2 > x + 4$ ．

18. 某校兴趣小组通过调查，形成了如下调查报告（不完整）．

调查目的	1. 了解本校初中生最喜爱的球类运动项目 2. 给学校提出更合理地配置体育运动器材和场地的建议		
调查方式	随机抽样调查	调查对象	部分初中生
调查内容	你最喜爱的一个球类运动项目（必选） A. 篮球 B. 乒乓球 C. 足球 D. 排球 E. 羽毛球		



结合调查信息，回答下列问题：

- (1) 本次调查共抽查了多少名学生？
- (2) 估计该校 900 名初中生中最喜爱篮球项目的人数.
- (3) 假如你是小组成员，请你向该校提一条合理建议.

19. 图 1 是某款篮球架，图 2 是其示意图，立柱 OA 垂直地面 OB ，支架 CD 与 OA 交于点 A ，支架 $CG \perp CD$ 交 OA 于点 G ，支架 DE 平行地面 OB ，篮筐 EF 与支架 DE 在同一直线上， $OA = 2.5$ 米， $AD = 0.8$ 米， $\angle AGC = 32^\circ$.



图1

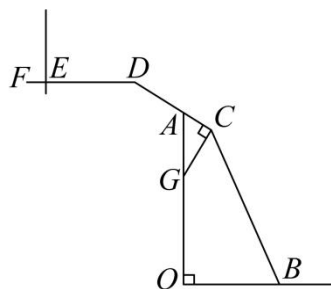
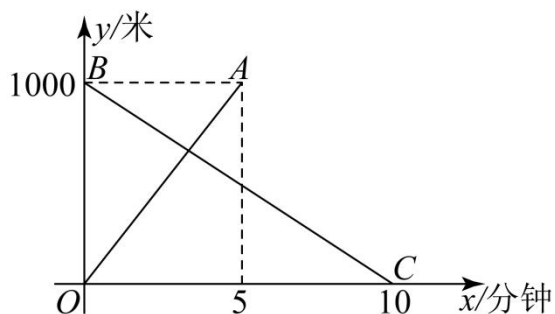


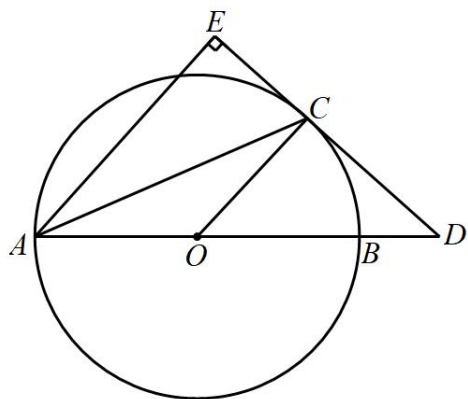
图2

- (1) 求 $\angle GAC$ 的度数.
 - (2) 某运动员准备给篮筐挂上篮网，如果他站在凳子上，最高可以把篮网挂到离地面 3 米处，那么他能挂上篮网吗？请通过计算说明理由. (参考数据: $\sin 32^\circ \approx 0.53$, $\cos 32^\circ \approx 0.85$, $\tan 32^\circ \approx 0.62$)
20. 一条笔直的路上依次有 M, P, N 三地，其中 M, N 两地相距 1000 米. 甲、乙两机器人分别从 M, N 两地同时出发，去目的地 N, M ，匀速而行. 图中 OA, BC 分别表示甲、乙机器人离 M 地的距离 y (米) 与行走时间 x (分钟) 的函数关系图象.

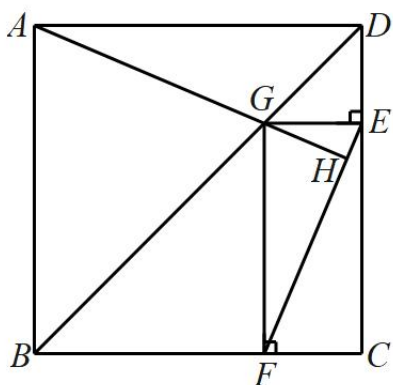


- (1) 求 OA 所在直线的表达式.
- (2) 出发后甲机器人行走多少时间, 与乙机器人相遇?
- (3) 甲机器人到 P 地后, 再经过 1 分钟乙机器人也到 P 地, 求 P, M 两地间的距离.

21. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线 CD , 交 AB 的延长线于点 D , 过点 A 作 $AE \perp CD$ 于点 E .



- (1) 若 $\angle EAC = 25^\circ$, 求 $\angle ACD$ 的度数.
 - (2) 若 $OB = 2, BD = 1$, 求 CE 的长.
22. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, G 是对角线 BD 上的一点 (与点 B, D 不重合), $GE \perp CD, GF \perp BC, E, F$ 分别为垂足. 连接 EF, AG , 并延长 AG 交 EF 于点 H .



- (1) 求证: $\angle DAG = \angle EGH$.
- (2) 判断 AH 与 EF 是否垂直, 并说明理由.

23. 已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$.

(1) 当 $b = 4, c = 3$ 时,

①求该函数图象的顶点坐标.

②当 $-1 \leq x \leq 3$ 时, 求 y 的取值范围.

(2) 当 $x \leq 0$ 时, y 的最大值为 2; 当 $x > 0$ 时, y 的最大值为 3, 求二次函数的表达式.

24. 在平行四边形 $ABCD$ 中 (顶点 A, B, C, D 按逆时针方向排列), $AB = 12, AD = 10, \angle B$ 为锐角, 且

$$\sin B = \frac{4}{5}.$$

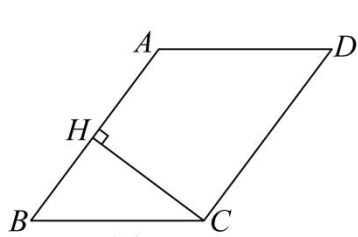


图1

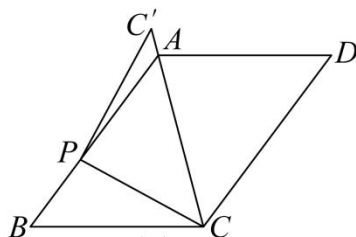
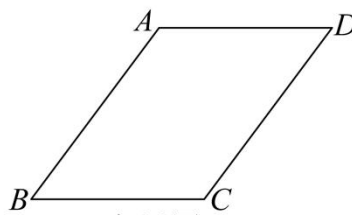


图2



备用图

(1) 如图 1, 求 AB 边上的高 CH 的长.

(2) P 是边 AB 上的一动点, 点 C, D 同时绕点 P 按逆时针方向旋转 90° 得点 C', D' .

①如图 2, 当点 C' 落在射线 CA 上时, 求 BP 的长.

②当 $\triangle AC'D'$ 是直角三角形时, 求 BP 的长.

