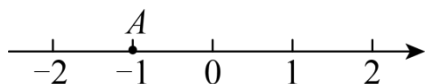


数学

卷 I

一、选择题（本题有 10 小题，第 1-5 小题，每小题 3 分，第 6-10 小题，每小题 4 分，共 35 分，每小题只有一个选项是正确的，不选、多选、错选，均不给分）

1. 如图，比数轴上点 A 表示的数大 3 的数是（ ）



- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

【答案】D

【解析】

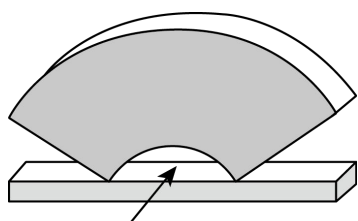
【分析】根据数轴及有理数的加法可进行求解.

【详解】解：由数轴可知点 A 表示的数是 -1 ，所以比 -1 大 3 的数是 $-1+3=2$ ；

故选 D.

【点睛】本题主要考查数轴及有理数的加法，熟练掌握数轴上有理数的表示及有理数的加法是解题的关键.

2. 截面为扇环的几何体与长方体组成的摆件如图所示，它的主视图是（ ）



主视方向

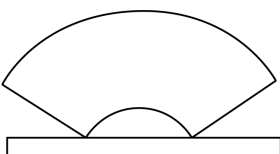
- A. B. C. D.

【答案】A

【解析】

【分析】根据几何体的三视图可进行求解.

【详解】解：由图可知该几何体的主视图是 ；



故选：A.

【点睛】本题主要考查三视图，熟练掌握三视图是解题的关键.

3. 苏步青来自“数学家之乡”，为纪念其卓越贡献，国际上将一颗距地球约 218000000 公里的行星命名为“苏步青星”. 数据 218000000 用科学记数法表示为 ()

- A. 0.218×10^9 B. 2.18×10^8 C. 21.8×10^7 D. 218×10^6

【答案】B

【解析】

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于或等于 10 时， n 是正整数；当原数的绝对值小于 1 时， n 是负整数.

【详解】解：数据 218000000 用科学记数法表示为 2.18×10^8 ；

故选 B.

【点睛】本题主要考查科学记数法，熟练掌握科学记数法是解题的关键.

4. 某校计划组织研学活动，现有四个地点可供选择：南麂岛、百丈漈、楠溪江、雁荡山. 若从中随机选择一个地点，则选中“南麂岛”或“百丈漈”的概率为 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据概率公式可直接求解.

【详解】解： $\because$ 有四个地点可供选择：南麂岛、百丈漈、楠溪江、雁荡山，

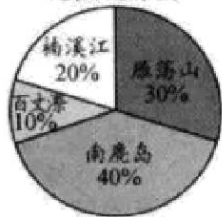
$\therefore$ 若从中随机选择一个地点，则选中“南麂岛”或“百丈漈”的概率为 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ；

故选：C.

【点睛】本题考查了根据概率公式求简单事件的概率，正确理解题意是关键.

5. 某校计划组织研学活动，现有四个地点可供选择：南麂岛、百丈漈、楠溪江、雁荡山. 为了解学生想法，校方进行问卷调查（每人选一个地点），并绘制成如图所示统计图. 已知选择雁荡山的有 270 人，那么选择楠溪江的有 ()

某校学生最想去的研学地点统计图



- A. 90 人 B. 180 人 C. 270 人 D. 360 人

【答案】B

【解析】

【分析】根据选择雁荡山的有 270 人，占比为 30%，求得总人数，进而即可求解。

【详解】解：∵ 雁荡山的有 270 人，占比为 30%，

$$\therefore \text{总人数为 } \frac{270}{30\%} = 900 \text{ 人}$$

$$\therefore \text{选择楠溪江的有 } 900 \times 20\% = 180 \text{ 人,}$$

故选：B.

【点睛】本题考查了扇形统计图，从统计图获取信息是解题的关键.

6. 化简 $a^4 \cdot (-a)^3$ 的结果是 ()

- A. a^{12} B. $-a^{12}$ C. a^7 D. $-a^7$

【答案】D

【解析】

【分析】根据积的乘方以及同底数幂的乘法进行计算即可求解.

$$\text{【详解】解： } a^4 \cdot (-a)^3 = a^4 \times (-a^3) = -a^7,$$

故选：D.

【点睛】本题考查了积的乘方以及同底数幂的乘法，熟练掌握积的乘方以及同底数幂的乘法的运算法则是解题的关键.

7. 一瓶牛奶的营养成分中，碳水化合物含量是蛋白质的 1.5 倍，碳水化合物、蛋白质与脂肪的含量共 30g. 设

蛋白质、脂肪的含量分别为 $x(\text{g})$ ， $y(\text{g})$ ，可列出方程为 ()

- A. $\frac{5}{2}x + y = 30$ B. $x + \frac{5}{2}y = 30$ C. $\frac{3}{2}x + y = 30$ D. $x + \frac{3}{2}y = 30$

【答案】A

【解析】

【分析】根据碳水化合物、蛋白质与脂肪的含量共 30g 列方程.

【详解】解：设蛋白质、脂肪的含量分别为 x g, y g, 则碳水化合物含量为 $(1.5x)$ g,

$$\text{则: } x + 1.5x + y = 30, \text{ 即 } \frac{5}{2}x + y = 30,$$

故选 A.

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出二元一次方程组, 解答本题的关键是读懂题意, 找出合适的等量关系, 列方程.

8. 图 1 是第七届国际数学教育大会 (ICME) 的会徽, 图 2 由其主体图案中相邻两个直角三角形组合而成. 作菱形 $CDEF$, 使点 D, E, F 分别在边 OC, OB, BC 上, 过点 E 作 $EH \perp AB$ 于点 H . 当 $AB = BC$, $\angle BOC = 30^\circ$, $DE = 2$ 时, EH 的长为 ()

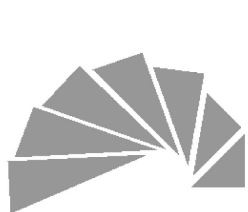


图1

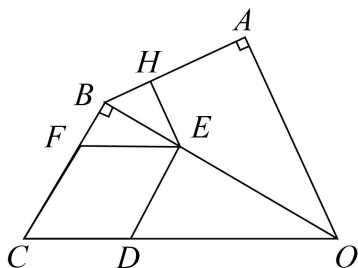


图2

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{4}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据菱形性质和解直角三角形求出 $OB = 3\sqrt{3}$, $BE = \sqrt{3}$, 继而 $OA = \sqrt{OB^2 - AB^2} = 3\sqrt{2}$ 求出再根据 $\sin \angle OBA = \frac{OA}{OB} = \frac{EH}{EB} = \frac{\sqrt{6}}{3}$, 即可求 $EH = EB \cdot \sin \angle OBA = \sqrt{2}$.

【详解】解: $\because$ 在菱形 $CDEF$ 中, $CD = DE = EF = CF = 2$, $DE \parallel BC$,
 $\therefore \angle CBO = \angle DEO = 90^\circ$,
 又 $\because \angle BOC = 30^\circ$,
 $\therefore OD = \frac{DE}{\sin \angle BOC} = \frac{2}{\sin 30^\circ} = 4$, $OE = OD \cdot \cos \angle BOC = 4 \times \cos 30^\circ = 2\sqrt{3}$,
 $\therefore OC = CD + OD = 2 + 4 = 6$,
 $\therefore BC = OC \cdot \sin \angle BOC = 6 \times \frac{1}{2} = 3$, $OB = OC \cdot \cos \angle BOC = 6 \times \cos 30^\circ = 3\sqrt{3}$,
 $\therefore BE = OB - OE = 3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = \sqrt{3}$

$$\because AB = BC = 3,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle OBA \text{ 中, } OA = \sqrt{OB^2 - AB^2} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2},$$

$$\because EH \perp AB,$$

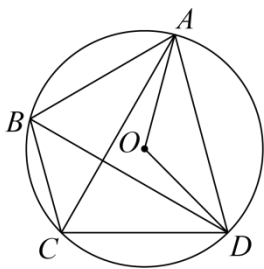
$$\therefore \sin \angle OBA = \frac{OA}{OB} = \frac{EH}{EB} = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3},$$

$$\therefore EH = EB \cdot \sin \angle OBA = \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \sqrt{2},$$

故选 C.

【点睛】 本题主要考查了解直角三角形、菱形的性质，根据菱形性质和解直角三角形求出 OC 、 OB 、 OA 是解题关键.

9. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， $BC \parallel AD$ ， $AC \perp BD$ ．若 $\angle AOD = 120^\circ$ ， $AD = \sqrt{3}$ ，则 $\angle CAO$ 的度数与 BC 的长分别为 ()



A. 10° , 1

B. 10° , $\sqrt{2}$

C. 15° , 1

D. 15° , $\sqrt{2}$

【答案】 C

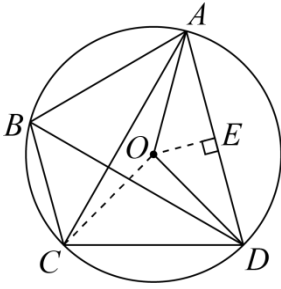
【解析】

【分析】 过点 O 作 $OE \perp AD$ 于点 E ，由题意易得 $\angle CAD = \angle ADB = 45^\circ = \angle CBD = \angle BCA$ ，然后可得

$$\angle OAD = \angle ODA = 30^\circ, \quad \angle ABD = \angle ACD = \frac{1}{2} \angle AOD = 60^\circ, \quad AE = \frac{1}{2} AD = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \text{进而可得}$$

$$CD = \sqrt{2} OC = \sqrt{2}, \quad CF = \frac{1}{2} CD = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \text{最后问题可求解.}$$

【详解】 解：过点 O 作 $OE \perp AD$ 于点 E ，如图所示：



$$\because BC \parallel AD,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle ADB,$$

$$\because \angle CBD = \angle CAD,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle ADB,$$

$$\because AC \perp BD,$$

$$\therefore \angle AFD = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CAD = \angle ADB = 45^\circ = \angle CBD = \angle BCA,$$

$$\because \angle AOD = 120^\circ, OA = OD, AD = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle OAD = \angle ODA = 30^\circ, \angle ABD = \angle ACD = \frac{1}{2} \angle AOD = 60^\circ, AE = \frac{1}{2} AD = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \angle CAO = \angle CAD - \angle OAD = 15^\circ, OA = \frac{AE}{\cos 30^\circ} = 1 = OC = OD, \angle BCD = \angle BCA + \angle ACD = 105^\circ,$$

$$\therefore \angle COD = 2\angle CAD = 90^\circ, \angle CDB = 180^\circ - \angle BCD - \angle CBD = 30^\circ,$$

$$\therefore CD = \sqrt{2}OC = \sqrt{2}, CF = \frac{1}{2}CD = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\therefore BC = \sqrt{2}CF = 1;$$

故选 C.

【点睛】本题主要考查平行线的性质、圆周角定理及三角函数，熟练掌握平行线的性质、圆周角定理及三角函数是解题的关键.

10. 【素材 1】某景区游览路线及方向如图 1 所示，①④⑥各路段路程相等，⑤⑦⑧各路段路程相等，②③两路段路程相等.

【素材 2】设游玩行走速度恒定，经过每个景点都停留 20 分钟. 小温游路线①④⑤⑥⑦⑧用时 3 小时 25 分钟；小州游路线①②⑧，他离入口的路程 s 与时间 t 的关系（部分数据）如图 2 所示，在 2100 米处，他到出口还要走 10 分钟.

【问题】路线①③⑥⑦⑧各路段路程之和为（ ）

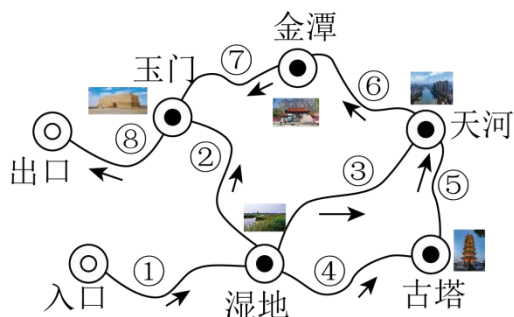


图1

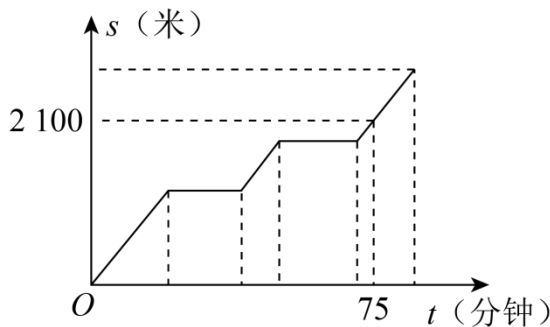


图2

A. 4200 米

B. 4800 米

C. 5200 米

D. 5400 米

【答案】B

【解析】

【分析】设①④⑥各路段路程为 x 米，⑤⑦⑧各路段路程为 y 米，②③各路段路程为 z 米，由题意及图象可知 $\frac{x+y+z}{45} = \frac{x+y+z-2100}{10}$ ，然后根据“游玩行走速度恒定，经过每个景点都停留 20 分钟，小温游路线①④⑤⑥⑦⑧用时 3 小时 25 分钟”可进行求解。

【详解】解：由图象可知：小州游玩行走的时间为 $75+10-40=45$ （分钟），小温游玩行走的时间为 $205-100=105$ （分钟）；

设①④⑥各路段路程为 x 米，⑤⑦⑧各路段路程为 y 米，②③各路段路程为 z 米，由图象可得：

$$\frac{x+y+z}{45} = \frac{x+y+z-2100}{10},$$

解得： $x+y+z=2700$ ，

$\therefore$ 游玩行走的速度为 $(2700-2100) \div 10 = 60$ （米/秒），

由于游玩行走速度恒定，则小温游路线①④⑤⑥⑦⑧的路程为 $3x+3y=105 \times 60 = 6300$ ，

$\therefore x+y=2100$ ，

$\therefore$ 路线①③⑥⑦⑧各路段路程之和为 $2x+2y+z=x+y+z+x+y=2700+2100=4800$ （米）；

故选 B.

【点睛】 本题主要考查三元一次方程组的应用及函数图象，解题的关键是理解题中所给信息，找到它们之间的等量关系。

卷 II

二、填空题（本题有 6 小题，第 11—15 小题，每小题 4 分，第 16 小题 5 分，共 25 分）

11. 分解因式： $2a^2 - 2a =$ _____ .

【答案】 $2a(a-1)$.

【解析】

【分析】利用提公因式法进行解题，即可得到答案.

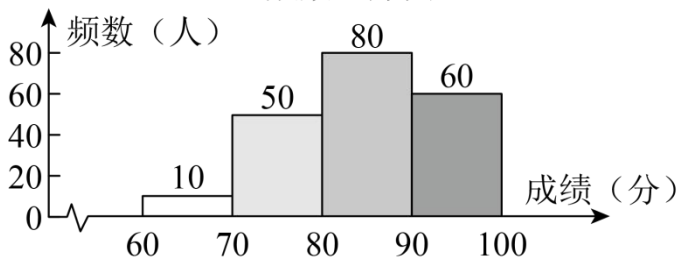
【详解】解： $2a^2 - 2a = 2a(a - 1)$.

故答案为： $2a(a - 1)$.

【点睛】本题考查了因式分解，解题的关键是掌握提公因式法进行解题.

12. 某校学生“亚运知识”竞赛成绩的频数直方图(每一组含前一个边界值，不含后一个边界值)如图所示，其中成绩在80分及以上的学生有_____人.

某校学生“亚运知识”竞赛成绩的
频数直方图



【答案】 140

【解析】

【分析】根据频数直方图，直接可得结论.

【详解】解：依题意，其中成绩在80分及以上的学生有 $80 + 60 = 140$ 人，

故答案为： 140.

【点睛】本题考查了频数直方图，从统计图获取信息是解题的关键.

13. 不等式组 $\begin{cases} x + 3 \geq 2 \\ \frac{3x - 1}{2} < 4 \end{cases}$ 的解是_____.

【答案】 $-1 \leq x < 3$

【解析】

【分析】根据不等式的性质先求出每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分即可.

【详解】解不等式组： $\begin{cases} x + 3 \geq 2 \text{ ①} \\ \frac{3x - 1}{2} < 4 \text{ ②} \end{cases}$

解：由①得， $x \geq -1$;

由②得， $x < 3$

所以， $-1 \leq x < 3$.

故答案为： $-1 \leq x < 3$.

【点睛】 本题主要考查解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知求公共解的原则是解题关键.

14. 若扇形的圆心角为 40° ，半径为18，则它的弧长为_____.

【答案】 4π

【解析】

【分析】 根据弧长公式 $l = \frac{n\pi r}{180}$ 即可求解.

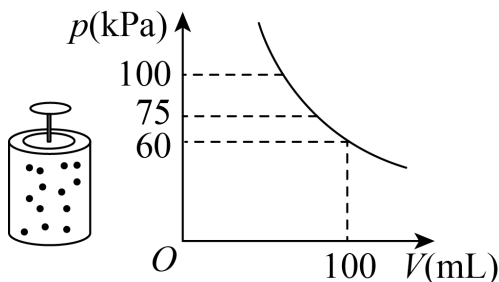
【详解】 解： 扇形的圆心角为 40° ，半径为18，

$\therefore$ 它的弧长为 $\frac{40}{180} \times 18\pi = 4\pi$,

故答案为： 4π .

【点睛】 本题考查了求弧长，熟练掌握弧长公式是解题的关键.

15. 在温度不变的条件下，通过一次又一次地对汽缸顶部的活塞加压，加压后气体对汽缸壁所产生的压强 P (kPa) 与汽缸内气体的体积 V (mL) 成反比例， P 关于 V 的函数图象如图所示. 若压强由 75kPa 加压到 100kPa，则气体体积压缩了_____ mL .



【答案】 20

【解析】

【分析】 由图象易得 P 关于 V 的函数解析式为 $P = \frac{6000}{V}$ ，然后问题可求解.

【详解】 解： 设 P 关于 V 的函数解析式为 $P = \frac{k}{V}$ ，由图象可把点 $(100, 60)$ 代入得： $k = 6000$ ，

$\therefore P$ 关于 V 的函数解析式为 $P = \frac{6000}{V}$ ，

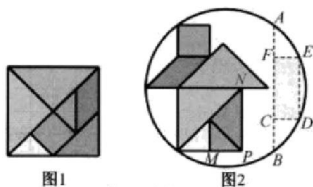
$\therefore$ 当 $P = 75\text{kPa}$ 时，则 $V = \frac{6000}{75} = 80$ ，

$\therefore$ 压强由 75kPa 加压到 100kPa，则气体体积压缩了 $100 - 80 = 20\text{mL}$ ；

故答案为 20.

【点睛】 本题主要考查反比例函数的应用，熟练掌握反比例函数的应用是解题的关键.

16. 图1是 4×4 方格绘成的七巧板图案，每个小方格的边长为 $\sqrt{2}$ ，现将它剪拼成一个“房子”造型(如图2)，过左侧的三个端点作圆，并在圆内右侧部分留出矩形 $CDEF$ 作为题字区域(点 A, E, D, B 在圆上，点 C, F 在 AB 上)，形成一幅装饰画，则圆的半径为_____。若点 A, N, M 在同一直线上， $AB \parallel PN$ ， $DE = \sqrt{6}EF$ ，则题字区域的面积为_____。



【答案】 ①. 5 ②. $\frac{64}{25}\sqrt{6}$

【解析】

【分析】根据不共线三点确定一个圆，根据对称性得出圆心的位置，进而垂径定理、勾股定理求得 r ，连接 OE ，取 ED 的中点 T ，连接 OT ，在 $\text{Rt}\triangle OET$ 中，根据勾股定理即可求解。

【详解】解：如图所示，依题意， $GH = 2 = GQ$ ，

$\therefore$ 过左侧的三个端点 Q, K, L 作圆， $QH = HL = 4$ ，

又 $NK \perp QL$ ，

$\therefore O$ 在 KN 上，连接 OQ ，则 OQ 为半径，

$\therefore OH = r - KH = r - 2$ ，

在 $\text{Rt}\triangle OHQ$ 中， $OH^2 + QH^2 = QO^2$

$$\therefore (r-2)^2 + 4^2 = r^2$$

解得： $r = 5$ ；

连接 OE ，取 ED 的中点 T ，连接 OT ，交 AB 于点 S ，连接 PB ， AM ，

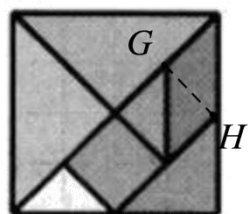


图1

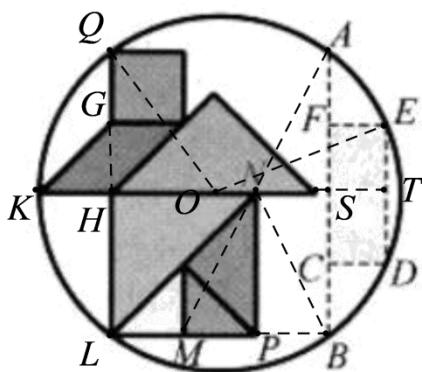


图2

$$\because AB \parallel PN,$$

$$\therefore AB \perp OT,$$

$$\therefore AS = SB,$$

$\because$ 点 A, N, M 在同一直线上,

$$\therefore \frac{AN}{NM} = \frac{AS}{SB},$$

$$\therefore MN = AN,$$

又 $NB = NA$,

$$\therefore \angle ABM = 90^\circ$$

$$\because MN = NB, NP \perp MP$$

$$\therefore MP = PB = 2$$

$$\therefore NS = \frac{1}{2}MB = 2$$

$$\because KH + HN = 2 + 4 = 6$$

$$\therefore ON = 6 - 5 = 1$$

$$\therefore OS = 3,$$

$$\because DE = \sqrt{6}EF,$$

$$\text{设 } EF = ST = a, \text{ 则 } ET = \frac{1}{2}DE = \frac{\sqrt{6}}{2}a$$

$$\text{在 Rt}\triangle OET \text{ 中, } OE^2 = OT^2 + TE^2$$

$$\text{即 } 5^2 = (3+a)^2 + \left(\frac{\sqrt{6}}{2}a\right)^2$$

$$\text{整理得 } 5a^2 + 12a - 32 = 0$$

$$\text{即 } (a+4)(5a-8) = 0$$

$$\text{解得: } a = \frac{8}{5} \text{ 或 } a = -4$$

$$\therefore \text{题字区域的面积为 } \sqrt{6}a^2 = \frac{64}{25}\sqrt{6}$$

$$\text{故答案为: } 5; \frac{64}{25}\sqrt{6}.$$

【点睛】 本题考查了垂径定理，平行线分线段成比例，勾股定理，七巧板，熟练掌握以上知识是解题的关键.

三、解答题（本题有 8 小题，共 90 分．解答需写出必要的文字说明、演算步骤或证明过程）

17. 计算：

$$(1) \quad |-1| + \sqrt[3]{-8} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - (-4).$$

$$(2) \quad \frac{a^2+2}{a+1} - \frac{3}{1+a}.$$

$$\text{【答案】 } (1) \quad 12 \quad (2) \quad a-1$$

【解析】

【分析】 (1) 先计算绝对值、立方根、负整数指数，再计算加减；

(2) 根据同分母分式的加减法解答即可.

【小问 1 详解】

$$|-1| + \sqrt[3]{-8} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} - (-4)$$

$$= 1 - 2 + 9 + 4$$

$$= 12.$$

【小问 2 详解】

$$\frac{a^2+2}{a+1} - \frac{3}{1+a}$$

$$= \frac{a^2+2-3}{a+1}$$

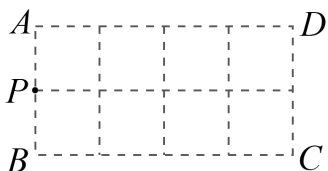
$$= \frac{a^2-1}{a+1}$$

$$= \frac{(a+1)(a-1)}{a+1}$$

$$= a-1.$$

【点睛】本题考查了实数的混合运算和同分母分式的加减，熟练掌握相关运算法则是解题的关键.

18. 如图，在 2×4 的方格纸 $ABCD$ 中，每个小方格的边长为 1. 已知格点 P ，请按要求画格点三角形（顶点均在格点上）.



(1) 在图中画一个等腰三角形 PEF ，使底边长为 $\sqrt{2}$ ，点 E 在 BC 上，点 F 在 AD 上，再画出该三角形绕矩形 $ABCD$ 的中心旋转 180° 后的图形.

(2) 在图中画一个 $\text{Rt}\triangle PQR$ ，使 $\angle P = 45^\circ$ ，点 Q 在 BC 上，点 R 在 AD 上，再画出该三角形向右平移 1 个单位后的图形.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

【解析】

【分析】(1) 底边长为 $\sqrt{2}$ 即底边为小方格的对角线，根据要求画出底边，再在其底边的垂直平分线找到在格点上的顶点即可得到等腰 $\triangle PEF$ ，然后根据中心旋转性质作出绕矩形 $ABCD$ 的中心旋转 180° 后的图形.

(2) 根据网格特点，按要求构造等腰直角三角形，然后按平移的规律作出平移后图形即可.

【小问 1 详解】

(1) 画法不唯一，如图 1 ($PF = \sqrt{2}$, $PE = EF = \sqrt{5}$)，或图 2 ($PE = \sqrt{2}$ $PF = EF = \sqrt{5}$).

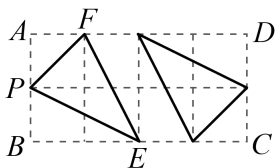


图1

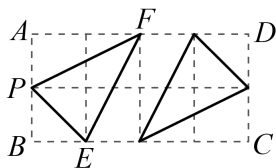


图2

【小问 2 详解】

画法不唯一，如图 3 或图 4.

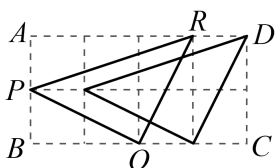


图3

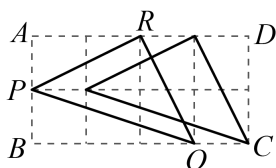


图4

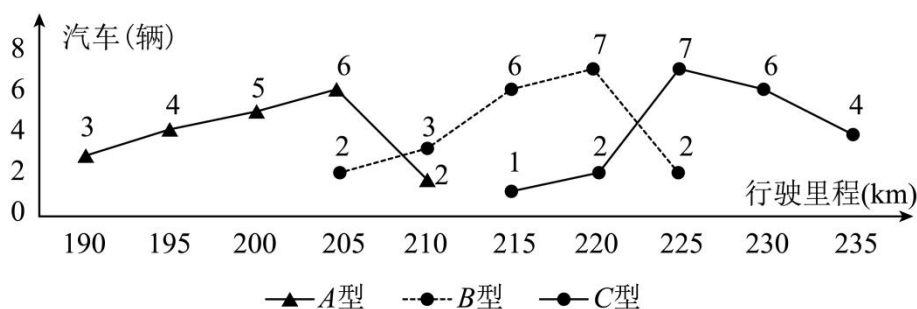
【点睛】本题主要考查了格点作图，解题关键是掌握

网格的特点，灵活画出相等的线段和互相垂直或平行的线段.

19. 某公司有 A, B, C 三种型号电动汽车出租, 每辆车每天费用分别为 300 元、380 元、500 元. 阳阳打算从该公司租一辆汽车外出旅游一天, 往返行程为 210km, 为了选择合适的型号, 通过网络调查, 获得三种型号汽车充满电后的里程数据如图所示.

型号	平均里程 (km)	中位数 (km)	众数 (km)
B	216	215	220
C	225	227.5	227.5

A, B, C 三种型号电动汽车充满电后能行驶里程的统计图



- (1) 阳阳已经对 B, C 型号汽车数据统计如表, 请继续求出 A 型号汽车的平均里程、中位数和众数.
- (2) 为了尽可能避免行程中充电耽误时间, 又能经济实惠地用车, 请你从相关统计量和符合行程要求的百分比等进行分析, 给出合理的用车型号建议.

【答案】 (1) 平均里程: 200km; 中位数: 200km, 众数: 205km

(2) 见解析

【解析】

【分析】 (1) 观察统计图, 根据平均数、中位数和众数的计算方法求解即可;

(2) 根据各型号汽车的平均里程、中位数、众数和租金方面进行分析.

【小问 1 详解】

解: 由统计图可知:

$$A \text{ 型号汽车的平均里程: } \bar{x}_A = \frac{3 \times 190 + 4 \times 195 + 5 \times 200 + 6 \times 205 + 2 \times 210}{3 + 4 + 5 + 6 + 2} = 200(\text{km}),$$

A 型号汽车的里程由小到大排序: 最中间的两个数 (第 10、11 个数据) 是 200、200, 故中位数

$$= \frac{200 + 200}{2} = 200(\text{km}),$$

出现充满电后的里程最多的是 205 公里, 共六次, 故众数为 205km.

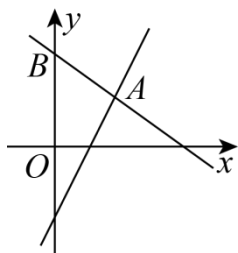
【小问 2 详解】

选择 B 型号汽车. 理由: A 型号汽车的平均里程、中位数、众数均低于 210km, 且只有 10% 的车辆能达到行程要求, 故不建议选择; B, C 型号汽车的平均里程、中位数、众数都超过 210km, 其中 B 型号汽车有

90%符合行程要求，很大程度上可以避免行程中充电耽误时间，且B型号汽车比C型号汽车更经济实惠，故建议选择B型号汽车.

【点睛】本题考查了统计量的选择，平均数、中位数和众数，熟练掌握平均数、方差、中位数的定义和意义是解题的关键.

20. 如图，在直角坐标系中，点 $A(2, m)$ 在直线 $y = 2x - \frac{5}{2}$ 上，过点 A 的直线交 y 轴于点 $B(0, 3)$.



(1) 求 m 的值和直线 AB 的函数表达式.

(2) 若点 $P(t, y_1)$ 在线段 AB 上，点 $Q(t-1, y_2)$ 在直线 $y = 2x - \frac{5}{2}$ 上，求 $y_1 - y_2$ 的最大值.

【答案】(1) $m = \frac{3}{2}$, $y = -\frac{3}{4}x + 3$

(2) $\frac{15}{2}$

【解析】

【分析】(1) 把点 A 的坐标代入直线解析式可求解 m ，然后设直线 AB 的函数解析式为 $y = kx + b$ ，进而根据待定系数法可进行求解函数解析式；

(2) 由 (1) 及题意易得 $y_1 = -\frac{3}{4}t + 3 (0 \leq t \leq 2)$ ， $y_2 = 2(t-1) - \frac{5}{2} = 2t - \frac{9}{2}$ ，则有 $y_1 - y_2 = -\frac{3}{4}t + 3 - \left(2t - \frac{9}{2}\right) = -\frac{11}{4}t + \frac{15}{2}$ ，然后根据一次函数的性质可进行求解.

【小问1详解】

解：把点 $A(2, m)$ 代入 $y = 2x - \frac{5}{2}$ ，得 $m = \frac{3}{2}$.

设直线 AB 的函数表达式为 $y = kx + b$ ，把点 $A\left(2, \frac{3}{2}\right)$ ， $B(0, 3)$ 代入得

$$\begin{cases} 2k + b = \frac{3}{2} \\ b = 3 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -\frac{3}{4} \\ b = 3 \end{cases}.$$

∴ 直线 AB 的函数表达式为 $y = -\frac{3}{4}x + 3$.

【小问 2 详解】

解：∵ 点 $P(t, y_1)$ 在线段 AB 上，点 $Q(t-1, y_2)$ 在直线 $y = 2x - \frac{5}{2}$ 上，

$$\therefore y_1 = -\frac{3}{4}t + 3 \quad (0 \leq t \leq 2), \quad y_2 = 2(t-1) - \frac{5}{2} = 2t - \frac{9}{2},$$

$$\therefore y_1 - y_2 = -\frac{3}{4}t + 3 - \left(2t - \frac{9}{2}\right) = -\frac{11}{4}t + \frac{15}{2}.$$

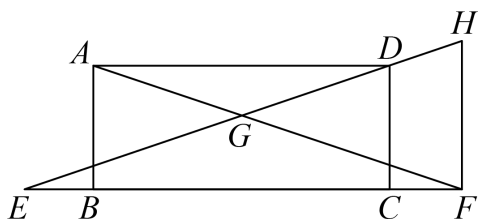
$$\therefore k = -\frac{11}{4} < 0,$$

∴ $y_1 - y_2$ 的值随 x 的增大而减小，

∴ 当 $t = 0$ 时， $y_1 - y_2$ 的最大值为 $\frac{15}{2}$.

【点睛】本题主要考查一次函数的图象与性质，熟练掌握一次函数的图象与性质是解题的关键.

21. 如图，已知矩形 $ABCD$ ，点 E 在 CB 延长线上，点 F 在 BC 延长线上，过点 D 作 $FH \perp EF$ 交 ED 的延长线于点 H ，连结 AF 交 EH 于点 G ， $GE = GH$.



(1) 求证： $BE = CF$.

(2) 当 $\frac{AB}{FH} = \frac{5}{6}$ ， $AD = 4$ 时，求 EF 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) $EF = 6$

【解析】

【分析】(1) 根据等边对等角得出 $\angle GFE = \angle E$ ，根据矩形的性质得出 $AB = CD$ ， $\angle ABC = \angle DCB = 90^\circ$ ，即可证明 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ (AAS)，根据全等三角形的性质得出 $BF = CE$ ，进而即可求解；

(2) 根据 $CD \parallel FH$ ，得出 $\triangle DCE \sim \triangle HFE$ ，设 $BE = CF = x$ ，则 $BC = AD = 4$ ， $CE = x + 4$ ， $EF = 2x + 4$ ，根据相似三角形的性质列出等式，解方程即可求解.

【小问 1 详解】

解：∵ $FH \perp EF$ ， $GE = GH$ ，

∴ $GE = GF = GH$ ，

$$\therefore \angle GFE = \angle E.$$

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore AB = CD, \angle ABC = \angle DCB = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle DCE (\text{AAS}),$$

$$\therefore BF = CE,$$

$$\therefore BF - BC = CE - BC, \text{ 即 } BE = CF.$$

【小问 2 详解】

$$\because CD \parallel FH,$$

$$\therefore \triangle DCE \sim \triangle HFE,$$

$$\therefore \frac{EC}{EF} = \frac{CD}{FH}.$$

$$\because CD = AB,$$

$$\therefore \frac{CD}{FH} = \frac{AB}{FH} = \frac{5}{6}.$$

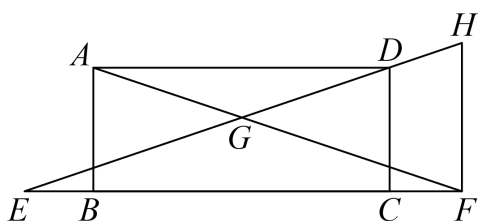
$$\text{设 } BE = CF = x, \because BC = AD = 4,$$

$$\therefore CE = x + 4, EF = 2x + 4,$$

$$\therefore \frac{x + 4}{2x + 4} = \frac{5}{6},$$

解得 $x = 1$,

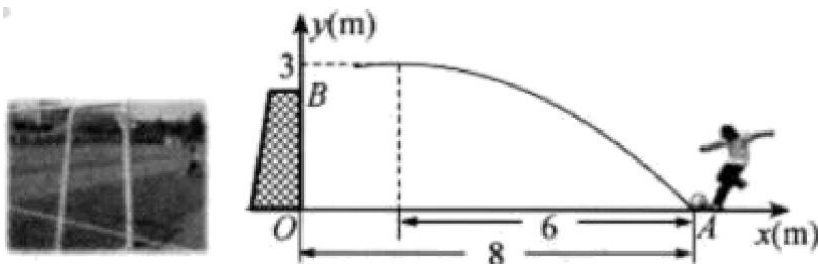
$$\therefore EF = 6.$$



【点睛】本题考查了矩形的性质，全等三角形的性质与判定，等腰

三角形的性质与判定，相似三角形的性质与判定，熟练掌握以上知识是解题的关键.

22. 一次足球训练中，小明从球门正前方 8m 的 A 处射门，球射向球门的路线呈抛物线. 当球飞行的水平距离为 6m 时，球达到最高点，此时球离地面 3m. 已知球门高 OB 为 2.44m，现以 O 为原点建立如图所示直角坐标系.



(1) 求抛物线的函数表达式，并通过计算判断球能否射进球门（忽略其他因素）.

(2) 对本次训练进行分析，若射门路线的形状、最大高度均保持不变，则当时他应该带球向正后方移动多少米射门，才能让足球经过点 O 正上方 2.25m 处？

【答案】(1) $y = -\frac{1}{12}(x-2)^2 + 3$ ，球不能射进球门

(2) 当时他应该带球向正后方移动 1 米射门

【解析】

【分析】(1) 根据建立的平面直角坐标系设抛物线解析式为顶点式，代入 A 点坐标求出 a 的值即可得到函数表达式，再把 $x=0$ 代入函数解析式，求出函数值，与球门高度比较即可得到结论；

(2) 根据二次函数平移的规律，设出平移后的解析式，然后将点 $(0, 2.25)$ 代入即可求解.

【小问 1 详解】

解：由题意得：抛物线的顶点坐标为 $(2, 3)$ ，

设抛物线解析式为 $y = a(x-2)^2 + 3$ ，

把点 $A(8, 0)$ 代入，得 $36a + 3 = 0$ ，

解得 $a = -\frac{1}{12}$ ，

$\therefore$ 抛物线的函数表达式为 $y = -\frac{1}{12}(x-2)^2 + 3$ ，

当 $x=0$ 时， $y = \frac{8}{3} > 2.44$ ，

$\therefore$ 球不能射进球门；

【小问 2 详解】

设小明带球向正后方移动 m 米，则移动后的抛物线为 $y = -\frac{1}{12}(x-2-m)^2 + 3$ ，

把点 $(0, 2.25)$ 代入得 $2.25 = -\frac{1}{12}(-2-m)^2 + 3$ ，

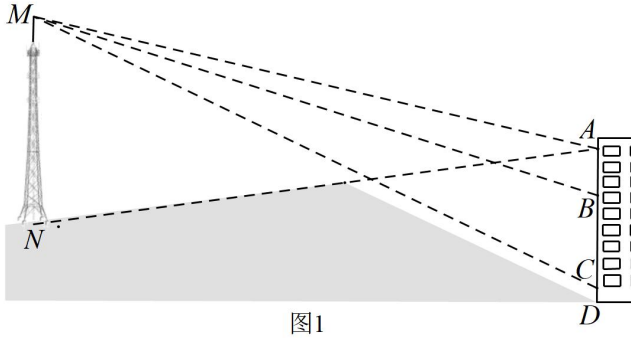
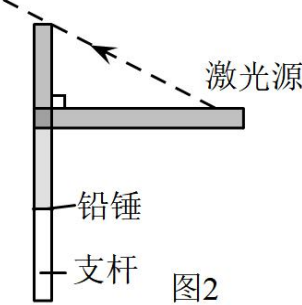
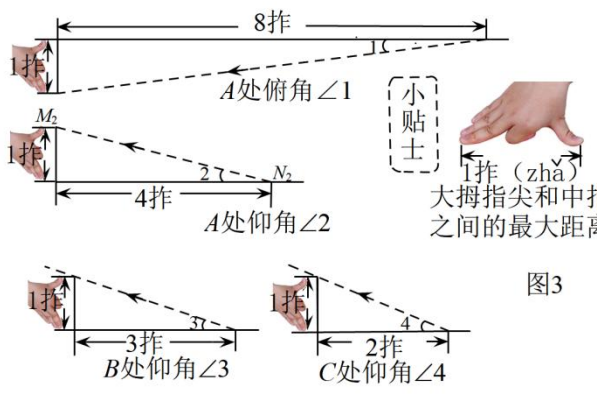
解得 $m_1 = -5$ (舍去)， $m_2 = 1$ ，

$\therefore$ 当时他应该带球向正后方移动 1 米射门.

【点睛】此题考查了二次函数的应用，待定系数法求函数解析式、二次函数图象的平移等知识，读懂题意，熟练掌握待定系数法是解题的关键.

23. 根据背景素材，探索解决问题.

测算发射塔的高度

背景素材	某兴趣小组在一幢楼房窗口测算远处小山坡上发射塔的高度 MN (如图 1). 他们通过自制的测倾仪 (如图 2) 在 A, B, C 三个位置观测, 测倾仪上的示数如图 3 所示.	
		
		
经讨论, 只需选择其中两个合适的位置, 通过测量、换算就能计算发射塔的高度.		
问题解决		
任务 1	分析规划	选择两个观测位置: 点_____和点_____
	获取数据	写出所选位置观测角的正切值, 并量出观测点之间的图上距离.
任务 2	推理计算	计算发射塔的图上高度 MN .
任务 3	换算高度	楼房实际宽度 DE 为 12 米, 请通过测量换算发射塔的实际高度.

注: 测量时, 以答题纸上的图上距离为准, 并精确到 1 mm.

【答案】规划一: [任务 1]选择点 A 和点 B ; $\tan \angle 1 = \frac{1}{8}$, $\tan \angle 2 = \frac{1}{4}$, $\tan \angle 3 = \frac{1}{3}$, 测得图上 $AB = 4\text{mm}$; [任务 2]18mm; [任务 3]发射塔的实际高度为 43.2 米; 规划二: [任务 1]选择点 A 和点 C . [任务 2]18mm;

[任务 3]发射塔的实际高度为 43.2 米；

【解析】

【分析】规划一：[任务 1]选择点 A 和点 B，根据正切的定义求得三个角的正切值，测得图上 $AB = 4\text{mm}$

[任务 2]如图 1，过点 A 作 $AF \perp MN$ 于点 F，过点 B 作 $BG \perp MN$ 于点 G，设 $MF = x(\text{mm})$ 。根据

$\tan \angle MAF = \frac{x}{AF} = \frac{1}{4}$ ， $\tan \angle MBG = \frac{x+4}{BG} = \frac{1}{3}$ ，得出 $AF = 4x$ ， $BG = 3x + 12$ 。由 $AF = BG$ ，解得 $x = 12$ ，根据 $\tan \angle FAN = \frac{FN}{48} = \frac{1}{8}$ ，得出 $FN = 6\text{mm}$ ，即可求解；

[任务 3]测得图上 $DE = 5\text{mm}$ ，设发射塔的实际高度为 h 米。由题意，得 $\frac{5}{12} = \frac{18}{h}$ ，解得 $h = 43.2$ ，

规划二：[任务 1]选择点 A 和点 C。根据正切的定义求得三个角的正切值，测得图上 $AC = 12\text{mm}$ ；

[任务 2]如图 2，过点 A 作 $AF \perp MN$ 于点 F，过点 C 作 $CG \perp MN$ ，交 MN 的延长线于点 G，则

$FG = AC = 12\text{mm}$ ，设 $MF = x(\text{mm})$ 。根据 $\tan \angle MAF = \frac{x}{AF} = \frac{1}{4}$ ， $\tan \angle MCG = \frac{x+12}{CG} = \frac{1}{2}$ ，得出 $AF = 4x$ ， $CG = 2x + 24$ 。根据 $AF = CG$ ，得出 $x = 12$ ，然后根据 $\tan \angle FAN = \frac{FN}{48} = \frac{1}{8}$ ，得出 $FN = 6\text{mm}$ ，进而即可求解。

[任务 3]测得图上 $DE = 5\text{mm}$ ，设发射塔的实际高度为 h 米。由题意，得 $\frac{5}{12} = \frac{18}{h}$ ，解得 $h = 43.2$ ，即可求解。

【详解】解：有以下两种规划，任选一种作答即可。

规划一：

[任务 1]选择点 A 和点 B。

$\tan \angle 1 = \frac{1}{8}$ ， $\tan \angle 2 = \frac{1}{4}$ ， $\tan \angle 3 = \frac{1}{3}$ ，测得图上 $AB = 4\text{mm}$ 。

[任务 2]如图 1，过点 A 作 $AF \perp MN$ 于点 F，过点 B 作 $BG \perp MN$ 于点 G，

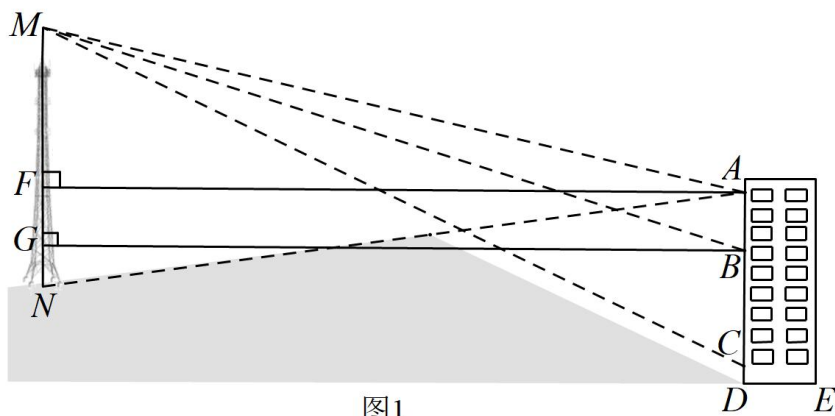


图1

则 $FG = AB = 4\text{mm}$ ，设 $MF = x(\text{mm})$ 。

$$\therefore \tan \angle MAF = \frac{x}{AF} = \frac{1}{4}, \quad \tan \angle MBG = \frac{x+4}{BG} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore AF = 4x, \quad BG = 3x + 12.$$

$$\therefore AF = BG,$$

$$\therefore 4x = 3x + 12$$

解得 $x = 12$,

$$\therefore AF = BG = 4x = 48\text{mm}.$$

$$\therefore \tan \angle FAN = \frac{FN}{48} = \frac{1}{8},$$

$$\therefore FN = 6\text{mm},$$

$$\therefore MN = MF + FN = 12 + 6 = 18\text{mm}.$$

[任务 3] 测得图上 $DE = 5\text{mm}$, 设发射塔的实际高度为 h 米.

$$\text{由题意, 得 } \frac{5}{12} = \frac{18}{h}, \text{ 解得 } h = 43.2,$$

$\therefore$ 发射塔的实际高度为 43.2 米.

规划二:

[任务 1] 选择点 A 和点 C.

$$\tan \angle 1 = \frac{1}{8}, \quad \tan \angle 2 = \frac{1}{4}, \quad \tan \angle 4 = \frac{1}{2}, \text{ 测得图上 } AC = 12\text{mm}.$$

[任务 2] 如图 2, 过点 A 作 $AF \perp MN$ 于点 F, 过点 C 作 $CG \perp MN$, 交 MN 的延长线于点 G, 则

$$FG = AC = 12\text{mm}, \text{ 设 } MF = x(\text{mm}).$$

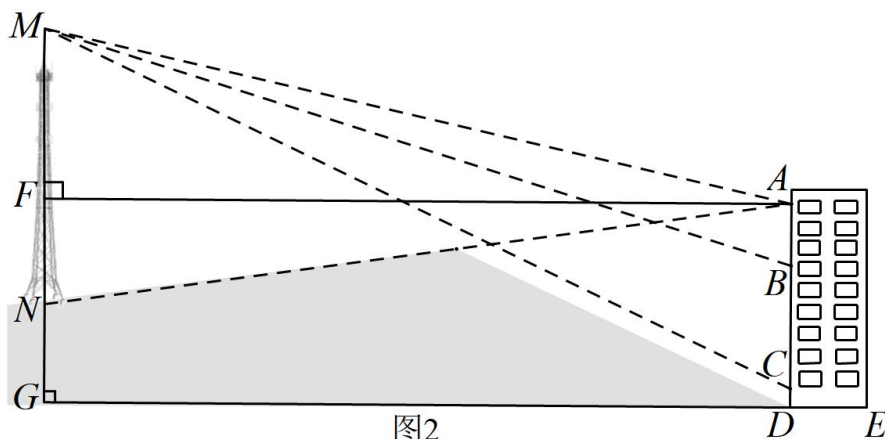


图2

$$\therefore \tan \angle MAF = \frac{x}{AF} = \frac{1}{4}, \quad \tan \angle MCG = \frac{x+12}{CG} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore AF = 4x, \quad CG = 2x + 24.$$

$$\therefore AF = CG,$$

$$\therefore 4x = 2x + 24, \text{ 解得 } x = 12,$$

$$\therefore AF = CG = 4x = 48\text{mm}.$$

$$\therefore \tan \angle FAN = \frac{FN}{48} = \frac{1}{8}, \therefore FN = 6\text{mm},$$

$$\therefore MN = MF + FN = 12 + 6 = 18\text{mm}.$$

[任务 3] 测得图上 $DE = 5\text{mm}$ ，设发射塔的实际高度为 h 米.

$$\text{由题意, 得 } \frac{5}{12} = \frac{18}{h}, \text{ 解得 } h = 43.2.$$

$\therefore$ 发射塔的实际高度为 43.2 米.

【点睛】 本题考查了解直角三角形的应用，熟练掌握三角函数关系是解题的关键.

24. 如图 1, AB 为半圆 O 的直径, C 为 BA 延长线上一点, CD 切半圆于点 D , $BE \perp CD$, 交 CD 延长线于点 E , 交半圆于点 F , 已知 $OA = \frac{3}{2}$, $AC = 1$. 如图 2, 连接 AF , P 为线段 AF 上一点, 过点 P 作 BC 的平行线分别交 CE , BE 于点 M , N , 过点 P 作 $PH \perp AB$ 于点 H . 设 $PH = x$, $MN = y$.

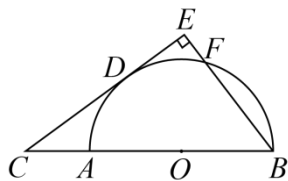


图1

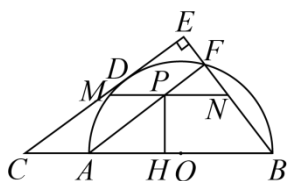


图2

(1) 求 CE 的长和 y 关于 x 的函数表达式.

(2) 当 $PH < PN$, 且长度分别等于 PH , PN , a 的三条线段组成的三角形与 $\triangle BCE$ 相似时, 求 a 的值.

(3) 延长 PN 交半圆 O 于点 Q , 当 $NQ = \frac{15}{4}x - 3$ 时, 求 MN 的长.

【答案】 (1) $CE = \frac{16}{5}$, $y = -\frac{25}{12}x + 4$

(2) $\frac{16}{15}$ 或 $\frac{27}{40}$ 或 $\frac{60}{41}$

(3) $\frac{17}{8}$

【解析】

【分析】 (1) 如图 1, 连接 OD , 根据切线的性质得出 $OD \perp CE$, 证明 $OD \parallel BE$, 得出 $\frac{CD}{CE} = \frac{CO}{CB}$, 即可得出 $CE = \frac{16}{5}$; 证明四边形 $APMC$ 是平行四边形, 得出 $\frac{MN}{BC} = \frac{ME}{CE}$, 代入数据可得 $y = -\frac{25}{12}x + 4$;

(2) 根据 $\triangle BCE$ 三边之比为 $3:4:5$, 可分为三种情况. 当 $PH:PN = 3:5$ 时, 当 $PH:PN = 4:5$ 时, 当 $PH:PN = 3:4$ 时, 分别列出比例式, 进而即可求解.

(3) 连接 AQ , BQ , 过点 Q 作 $QG \perp AB$ 于点 G , 根据 $\tan \angle BQG = \tan \angle QAB = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$, 得出 $BG = \frac{1}{3}QG = \frac{1}{3}x$, 由 $AB = AG + BG = \frac{10}{3}x = 3$, 可得 $x = \frac{9}{10}$, 代入 (1) 中解析式, 即可求解.

【小问 1 详解】

解: 如图 1, 连接 OD .

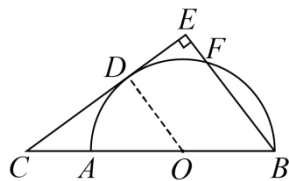


图1

$\because CD$ 切半圆 O 于点 D ,

$\therefore OD \perp CE$.

$\because OA = \frac{3}{2}$, $AC = 1$,

$\therefore OC = \frac{5}{2}$,

$\therefore CD = 2$.

$\because BE \perp CE$,

$\therefore OD \parallel BE$,

$\therefore \frac{CD}{CE} = \frac{CO}{CB}$,

即 $\frac{2}{CE} = \frac{5}{4}$,

$\therefore CE = \frac{16}{5}$.

如图 2, $\angle AFB = \angle E = 90^\circ$,

$\therefore AF \parallel CE$.

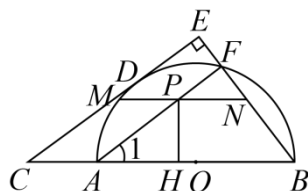


图2

$\because MN \parallel CB$,

$\therefore$ 四边形 $APMC$ 是平行四边形,

$$\therefore CM = PA = \frac{PH}{\sin \angle 1} = \frac{PH}{\sin C} = \frac{x}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{3}x.$$

$$\therefore \frac{MN}{BC} = \frac{ME}{CE},$$

$$\therefore \frac{y}{4} = \frac{\frac{16}{5} - \frac{5}{3}x}{\frac{16}{5}},$$

$$\therefore y = -\frac{25}{12}x + 4.$$

【小问 2 详解】

$$\therefore PN = y - 1 = -\frac{25}{12}x + 3, \quad PH < PN, \quad \triangle BCE \text{ 三边之比为 } 3:4:5 \text{ (如图 2),}$$

$\therefore$ 可分为三种情况.

i) 当 $PH : PN = 3 : 5$ 时,

$$PN = \frac{5}{3}PH, \quad -\frac{25}{12}x + 3 = \frac{5}{3}x,$$

$$\text{解得 } x = \frac{4}{5},$$

$$\therefore a = \frac{4}{3}x = \frac{16}{15}.$$

ii) 当 $PH : PN = 4 : 5$ 时,

$$PN = \frac{5}{4}PH, \quad -\frac{25}{12}x + 3 = \frac{5}{4}x,$$

$$\text{解得 } x = \frac{9}{10},$$

$$\therefore a = \frac{3}{4}x = \frac{27}{40}.$$

iii) 当 $PH : PN = 3 : 4$ 时,

$$PN = \frac{4}{3}PH, \quad -\frac{25}{12}x + 3 = \frac{4}{3}x,$$

$$\text{解得 } x = \frac{36}{41},$$

$$\therefore a = \frac{5}{3}x = \frac{60}{41}.$$

【小问 3 详解】

如图 3, 连接 AQ , BQ , 过点 Q 作 $QG \perp AB$ 于点 G ,

