

2023 年杭州市初中学业水平考试

数学

考生须知：

1. 本试卷满分 120 分，考试时间 100 分钟。
2. 答题前，在答题纸上写姓名和准考证号，并在试卷首页的指定位置写上姓名和座位号。
3. 必须在答题纸的对应答题位置上答题，写在其他地方无效。答题方式详见答题纸上的说明。
4. 如需画图作答，必须用黑色字迹的钢笔或签字笔将图形线条描黑。
5. 考试结束后，试题卷和答题纸一并上交。

参考公式：

二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 图象的顶点坐标公式： $\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$ 。

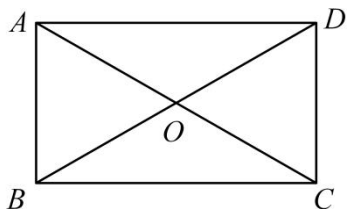
试题卷

一、选择题：(本大题有 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分)

1. 杭州奥体中心体育场又称“大莲花”，里面有 80800 个座位。数据 80800 用科学记数法表示为 ()



- A. 8.8×10^4 B. 8.08×10^4 C. 8.8×10^5 D. 8.08×10^5
2. $(-2)^2 + 2^2 =$ ()
- A. 0 B. 2 C. 4 D. 8
3. 分解因式： $4a^2 - 1 =$ ()
- A. $(2a-1)(2a+1)$ B. $(a-2)(a+2)$ C. $(a-4)(a+1)$ D. $(4a-1)(a+1)$
4. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O 。若 $\angle AOB = 60^\circ$ ，则 $\frac{AB}{BC} =$ ()

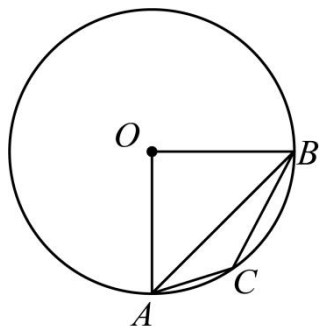


- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

5. 在直角坐标系中, 把点 $A(m, 2)$ 先向右平移 1 个单位, 再向上平移 3 个单位得到点 B . 若点 B 的横坐标和纵坐标相等, 则 $m =$ ()

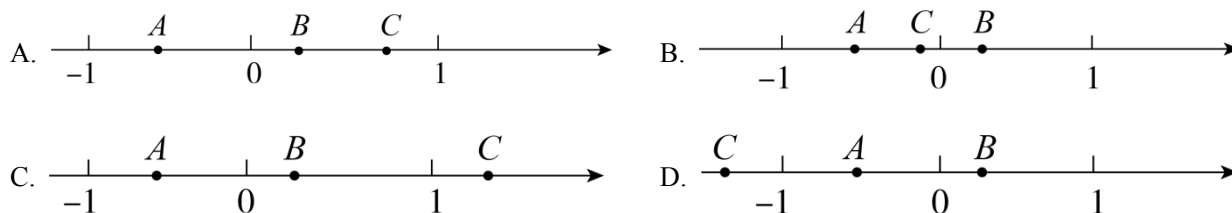
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

6. 如图, 在 $\odot O$ 中, 半径 OA, OB 互相垂直, 点 C 在劣弧 AB 上. 若 $\angle ABC = 19^\circ$, 则 $\angle BAC =$ ()



- A. 23° B. 24° C. 25° D. 26°

7. 已知数轴上的点 A, B 分别表示数 a, b , 其中 $-1 < a < 0$, $0 < b < 1$. 若 $a \times b = c$, 数 c 在数轴上用点 C 表示, 则点 A, B, C 在数轴上的位置可能是 ()



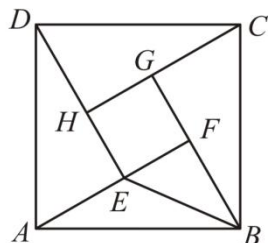
8. 设二次函数 $y = a(x-m)(x-m-k)$ ($a > 0, m, k$ 是实数), 则 ()

- A. 当 $k = 2$ 时, 函数 y 的最小值为 $-a$ B. 当 $k = 2$ 时, 函数 y 的最小值为 $-2a$
C. 当 $k = 4$ 时, 函数 y 的最小值为 $-a$ D. 当 $k = 4$ 时, 函数 y 的最小值为 $-2a$

9. 一枚质地均匀的正方体骰子 (六个面分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6), 投掷 5 次, 分别记录每次骰子向上的一面出现的数字. 根据下面的统计结果, 能判断记录的这 5 个数字中一定没有出现数字 6 的是 ()

- A. 中位数是 3, 众数是 2 B. 平均数是 3, 中位数是 2
C. 平均数是 3, 方差是 2 D. 平均数是 3, 众数是 2

10. 第二十四届国际数学家大会会徽的设计基础是 1700 多年前中国古代数学家赵爽的“弦图”. 如图, 在由四个全等的直角三角形 ($\triangle DAE, \triangle ABF, \triangle BCG, \triangle CDH$) 和中间一个小正方形 $EFGH$ 拼成的大正方形 $ABCD$ 中, $\angle ABF > \angle BAF$, 连接 BE . 设 $\angle BAF = \alpha, \angle BEF = \beta$, 若正方形 $EFGH$ 与正方形 $ABCD$ 的面积之比为 $1:n$, $\tan \alpha = \tan^2 \beta$, 则 $n =$ ()



A. 5

B. 4

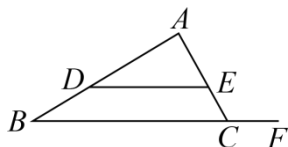
C. 3

D. 2

二、填空题: (本大题有 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

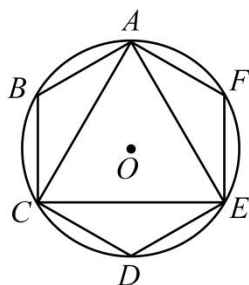
11. 计算: $\sqrt{2} - \sqrt{8} =$ _____

12. 如图, 点 D, E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AB, AC 上, 且 $DE \parallel BC$, 点 F 在线段 BC 的延长线上. 若 $\angle ADE = 28^\circ$, $\angle ACF = 118^\circ$, 则 $\angle A =$ _____.



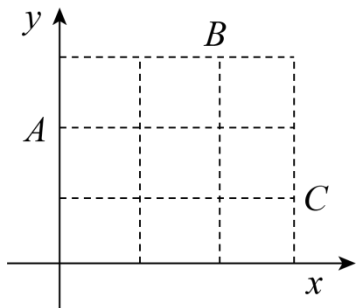
13. 一个仅装有球的不透明布袋里只有 6 个红球和 n 个白球 (仅有颜色不同). 若从中任意摸出一个球是红球的概率为 $\frac{2}{5}$, 则 $n =$ _____.

14. 如图, 六边形 $ABCDEF$ 是 $\odot O$ 的内接正六边形, 设正六边形 $ABCDEF$ 的面积为 S_1 , $\triangle ACE$ 的面积为 S_2 , 则 $\frac{S_1}{S_2} =$ _____.

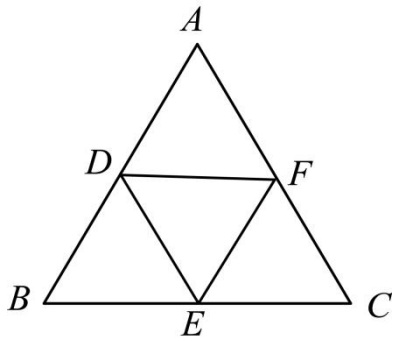


15. 在“探索一次函数 $y = kx + b$ 的系数 k, b 与图像的关系”活动中, 老师给出了直角坐标系中的三个点: $A(0, 2), B(2, 3), C(3, 1)$. 同学们画出了经过这三个点中每两个点的一次函数的图像, 并得到对应的函数

表达式 $y_1 = k_1x + b_1, y_2 = k_2x + b_2, y_3 = k_3x + b_3$. 分别计算 $k_1 + b_1, k_2 + b_2, k_3 + b_3$ 的值, 其中最大的值等于_____.



16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC, \angle A < 90^\circ$, 点 D, E, F 分别在边 AB, BC, CA 上, 连接 DE, EF, FD , 已知点 B 和点 F 关于直线 DE 对称. 设 $\frac{BC}{AB} = k$, 若 $AD = DF$, 则 $\frac{CF}{FA} =$ _____ (结果用含 k 的代数式表示).



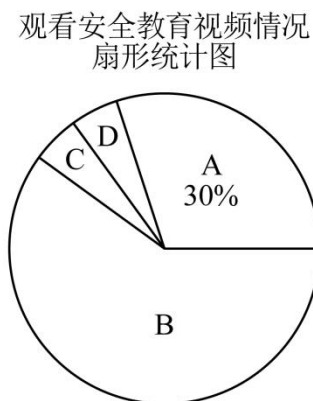
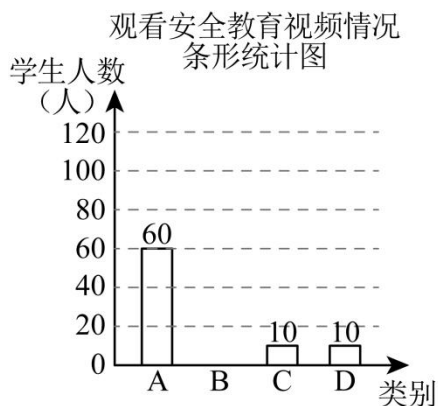
三、解答题: (本大题有 7 个小题, 共 66 分)

17. 设一元二次方程 $x^2 + bx + c = 0$. 在下面的四组条件中选择其中一组 b, c 的值, 使这个方程有两个不相等的实数根, 并解这个方程.

① $b = 2, c = 1$; ② $b = 3, c = 1$; ③ $b = 3, c = -1$; ④ $b = 2, c = 2$.

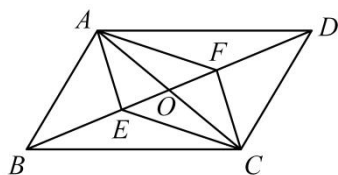
注: 如果选择多组条件分别作答, 按第一个解答计分.

18. 某校为了了解家长和学生观看安全教育视频的情况, 随机抽取本校部分学生作调查, 把收集的数据按照 A, B, C, D 四类 (A 表示仅学生参与; B 表示家长和学生一起参与; C 表示仅家长参与; D 表示其他) 进行统计, 得到每一类的学生人数, 并把统计结果绘制成如图所示的未完成的条形统计图和扇形统计图.

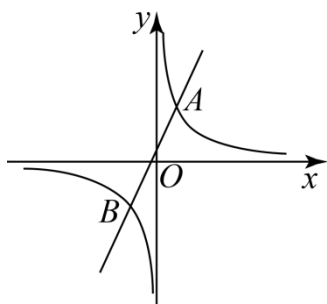


- (1) 在这次抽样调查中，共调查了多少名学生？
- (2) 补全条形统计图.
- (3) 已知该校共有 1000 名学生，估计 B 类的学生人数.

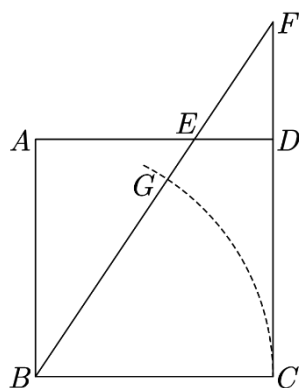
19. 如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线 AC, BD 相交于点 O ，点 E, F 在对角线 BD 上，且 $BE = EF = FD$ ，连接 AE, EC, CF, FA .



- (1) 求证：四边形 $AECF$ 是平行四边形.
 - (2) 若 $\triangle ABE$ 的面积等于 2，求 $\triangle CFO$ 的面积.
20. 在直角坐标系中，已知 $k_1 k_2 \neq 0$ ，设函数 $y_1 = \frac{k_1}{x}$ 与函数 $y_2 = k_2(x-2) + 5$ 的图象交于点 A 和点 B 。已知点 A 的横坐标是 2，点 B 的纵坐标是 -4 。



- (1) 求 k_1, k_2 的值.
 - (2) 过点 A 作 y 轴的垂线，过点 B 作 x 轴的垂线，在第二象限交于点 C ；过点 A 作 x 轴的垂线，过点 B 作 y 轴的垂线，在第四象限交于点 D 。求证：直线 CD 经过原点.
21. 在边长为 1 的正方形 $ABCD$ 中，点 E 在边 AD 上 (不与点 A, D 重合)，射线 BE 与射线 CD 交于点 F 。



(1) 若 $ED = \frac{1}{3}$, 求 DF 的长.

(2) 求证: $AE \cdot CF = 1$.

(3) 以点 B 为圆心, BC 长为半径画弧, 交线段 BE 于点 G . 若 $EG = ED$, 求 ED 的长.

22. 设二次函数 $y = ax^2 + bx + 1$, ($a \neq 0$, b 是实数). 已知函数值 y 和自变量 x 的部分对应取值如下表所示:

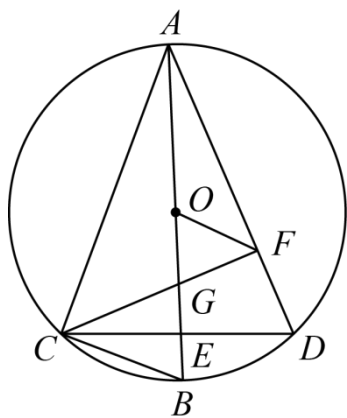
x	...	-1	0	1	2	3	...
y	...	m	1	n	1	p	...

(1) 若 $m = 4$, 求二次函数的表达式;

(2) 写出一个符合条件的 x 的取值范围, 使得 y 随 x 的增大而减小.

(3) 若在 m, n, p 这三个实数中, 只有一个是正数, 求 a 的取值范围.

23. 如图, 在 $\odot O$ 中, 直径 AB 垂直弦 CD 于点 E , 连接 AC, AD, BC , 作 $CF \perp AD$ 于点 F , 交线段 OB 于点 G (不与点 O, B 重合), 连接 OF .



(1) 若 $BE = 1$, 求 GE 的长.

- (2) 求证: $BC^2 = BG \cdot BO$.
- (3) 若 $FO = FG$, 猜想 $\angle CAD$ 的度数, 并证明你的结论.

