

数学

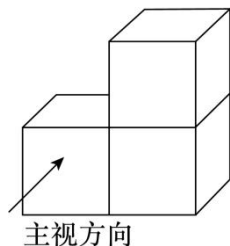
卷 I (选择题)

一、选择题 (本题有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分, 请选出各题中唯一的正确选项, 不选、多选, 错选, 均不得分)

1. -8 的立方根是 ()

- A. ± 2 B. 2 C. -2 D. 不存在

2. 如图的几何体由 3 个同样大小的正方体搭成, 它的俯视图是 ()



- A. B. C. D.

3. 在下面的调查中, 最适合用全面调查的是 ()

- A. 了解一批节能灯管的使用寿命 B. 了解某校 803 班学生的视力情况
C. 了解某省初中生每周上网时长情况 D. 了解京杭大运河中鱼的种类

4. 美术老师写的下列四个字中, 为轴对称图形的是 ()

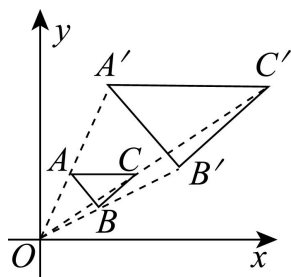
A. 美

B. 丽

C. 舟

D. 山

5. 如图, 在直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点分别为 $A(1,2)$, $B(2,1)$, $C(3,2)$, 现以原点 O 为位似中心, 在第一象限内作与 $\triangle ABC$ 的位似比为 2 的位似图形 $\triangle A'B'C'$, 则顶点 C' 的坐标是 ()



- A. $(2,4)$ B. $(4,2)$ C. $(6,4)$ D. $(5,4)$

6. 下面四个数中, 比 1 小的正无理数是 ()

A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{1}{3}$

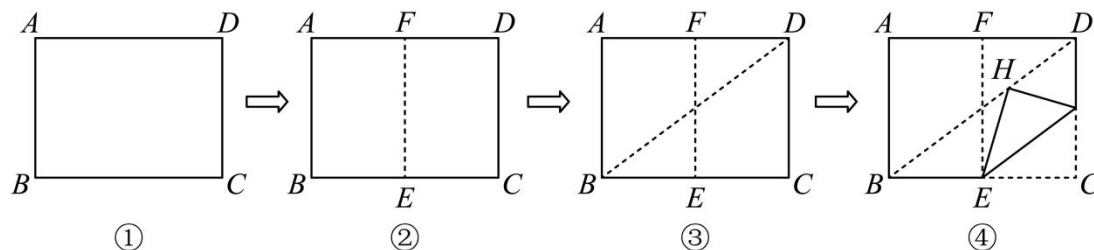
D. $\frac{\pi}{3}$

7. 如图，已知矩形纸片 $ABCD$ ，其中 $AB=3$ ， $BC=4$ ，现将纸片进行如下操作：

第一步，如图①将纸片对折，使 AB 与 DC 重合，折痕为 EF ，展开后如图②；

第二步，再将图②中的纸片沿对角线 BD 折叠，展开后如图③；

第三步，将图③中的纸片沿过点 E 的直线折叠，使点 C 落在对角线 BD 上的点 H 处，如图④。则 DH 的长为 ()



A. $\frac{3}{2}$

B. $\frac{8}{5}$

C. $\frac{5}{3}$

D. $\frac{9}{5}$

8. 已知点 $A(-2, y_1)$, $B(-1, y_2)$, $C(1, y_3)$ 均在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ 的图象上，则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是 ()

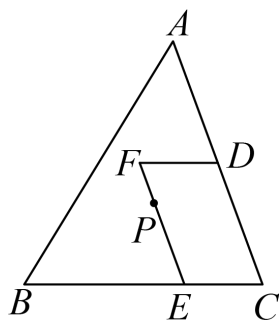
A. $y_1 < y_2 < y_3$

B. $y_2 < y_1 < y_3$

C. $y_3 < y_1 < y_2$

D. $y_3 < y_2 < y_1$

9. 如图，点 P 是 $\triangle ABC$ 的重心，点 D 是边 AC 的中点， $PE \parallel AC$ 交 BC 于点 E ， $DF \parallel BC$ 交 EP 于点 F ，若四边形 $CDFE$ 的面积为 6，则 $\triangle ABC$ 的面积为 ()



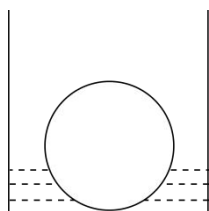
A. 12

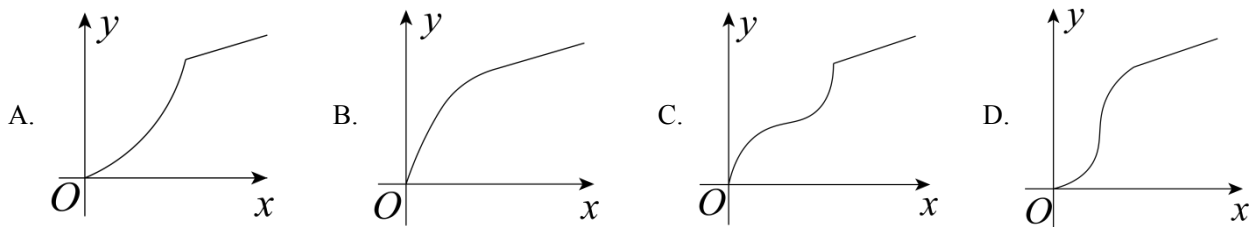
B. 14

C. 18

D. 24

10. 下图是底部放有一个实心铁球的长方体水槽轴截面示意图，现向水槽匀速注水，下列图象中能大致反映水槽中水的深度 (y) 与注水时间 (x) 关系的是 ()





卷 II (非选择题)

二、填空题 (本题有 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

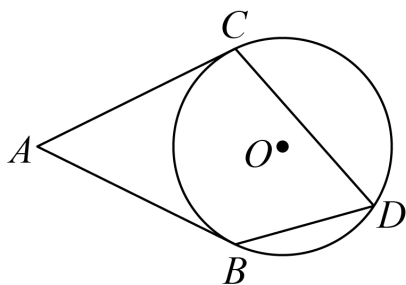
11. $|-2023| = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 一个多项式, 把它因式分解后有一个因式为 $(x+1)$, 请你写出一个符合条件的多项式: $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 现有三张正面印有 2023 年杭州亚运会吉祥物琮琚、宸宸和莲莲的不透明卡片, 卡片除正面图案不同外, 其余均相同, 将三张卡片正面向下洗匀, 从中随机抽取一张卡片, 则抽出的卡片图案是琮琚的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



14. 如图, 点 A 是 $\odot O$ 外一点, AB , AC 分别与 $\odot O$ 相切于点 B, C, 点 D 在 $\widehat{BDC}$ 上, 已知 $\angle A = 50^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



15. 我国古代数学名著《张丘建算经》中有这样一题: 一只公鸡值 5 钱, 一只母鸡值 3 钱, 3 只小鸡值 1 钱, 现花 100 钱买了 100 只鸡. 若公鸡有 8 只, 设母鸡有 x 只, 小鸡有 y 只, 可列方程组为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

16. 一副三角板 ABC 和 DEF 中, $\angle C = \angle D = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $\angle E = 45^\circ$, $BC = EF = 12$. 将它们叠合在一起, 边 BC 与 EF 重合, CD 与 AB 相交于点 G (如图 1), 此时线段 CG 的长是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 现将 $\triangle DEF$ 绕点 $C(F)$ 按顺时针方向旋转 (如图 2), 边 EF 与 AB 相交于点 H , 连结 DH , 在旋转 0° 到 60° 的过程中, 线段 DH 扫过的面积是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

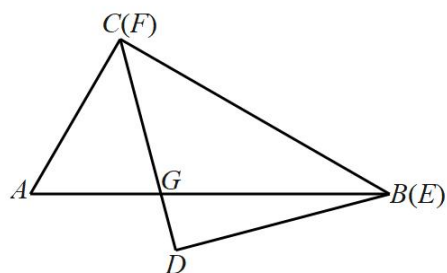


图1

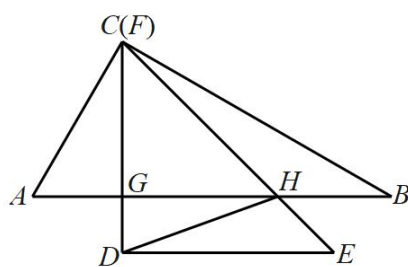


图2

三、解答题 (本题有 8 小题, 第 17~19 题每题 6 分, 第 20、21 题每题 8 分, 第 22、23 题每题 10 分, 第 24 题 12 分, 共 66 分)

17. (1) 解不等式: $2x - 3 > x + 1$.

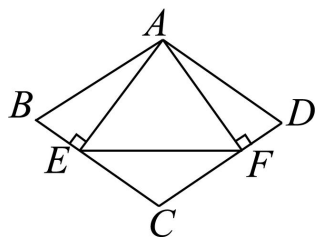
(2) 已知 $a^2 + 3ab = 5$, 求 $(a+b)(a+2b) - 2b^2$ 的值.

18. 小丁和小迪分别解方程 $\frac{x}{x-2} - \frac{x-3}{2-x} = 1$ 过程如下:

小丁:	小迪:
解: 去分母, 得 $x - (x-3) = x-2$	解: 去分母, 得 $x + (x-3) = 1$
去括号, 得 $x - x + 3 = x-2$	去括号得 $x + x - 3 = 1$
合并同类项, 得 $3 = x-2$	合并同类项得 $2x - 3 = 1$
解得 $x = 5$	解得 $x = 2$
$\therefore$ 原方程的解是 $x = 5$	经检验, $x = 2$ 是方程的增根, 原方程无解

你认为小丁和小迪的解法是否正确? 若正确, 请在框内打“√”; 若错误, 请在框内打“×”, 并写出你的解答过程.

19. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AE \perp BC$ 于点 E , $AF \perp CD$ 于点 F , 连接 EF



(1) 求证: $AE = AF$;

(2) 若 $\angle B = 60^\circ$, 求 $\angle AEF$ 的度数.

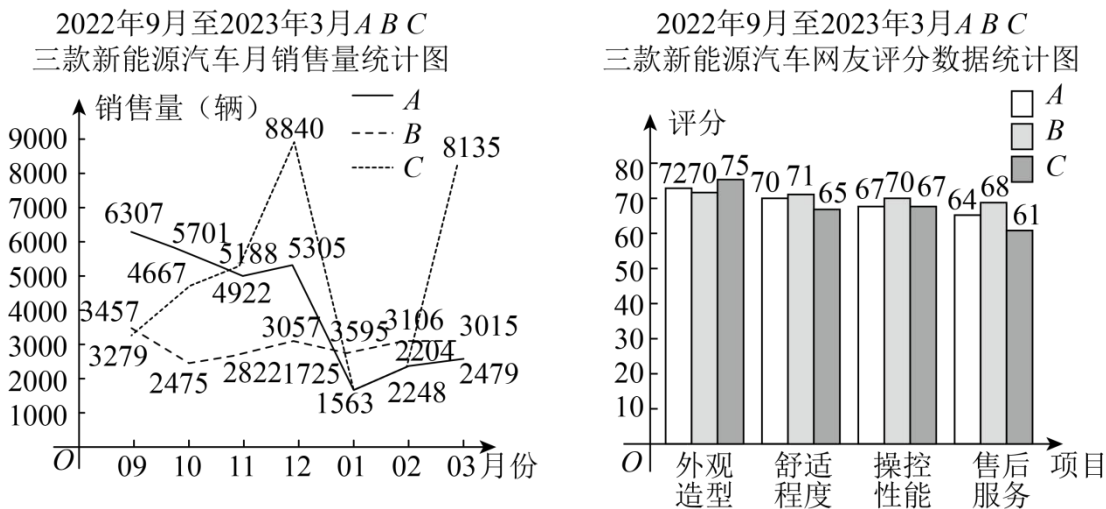
20. 观察下面的等式: $3^2 - 1^2 = 8 \times 1, 5^2 - 3^2 = 8 \times 2, 7^2 - 5^2 = 8 \times 3, 9^2 - 7^2 = 8 \times 4, \dots$

(1) 写出 $19^2 - 17^2$ 的结果.

(2) 按上面的规律归纳出一个一般的结论 (用含 n 的等式表示, n 为正整数)

(3) 请运用有关知识，推理说明这个结论是正确的.

21. 小明的爸爸准备购买一辆新能源汽车. 在爸爸的预算范围内, 小明收集了 A, B, C 三款汽车在 2022 年 9 月至 2023 年 3 月期间的国内销售量和网友对车辆的外观造型、舒适程度、操控性能、售后服务等四项评分数据, 统计如下:



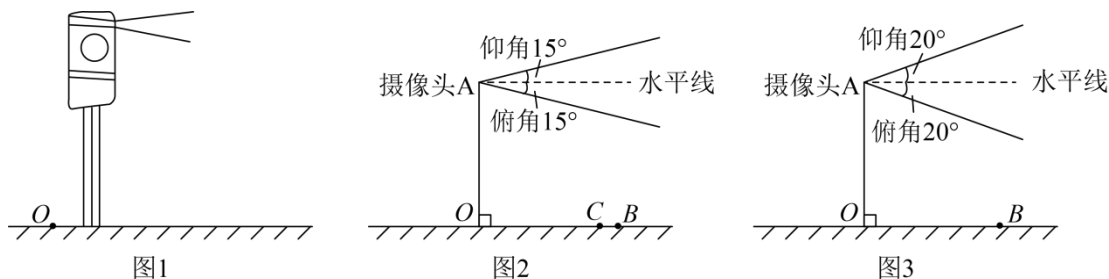
(1) 数据分析:

- ①求 B 款新能源汽车在 2022 年 9 月至 2023 年 3 月期间月销售量的中位数;
- ②若将车辆的外观造型, 舒适程度、操控性能, 售后服务等四项评分数据按 2:3:3:2 的比例统计, 求 A 款新能原汽车四项评分数据的平均数.

(2) 合理建议:

请按你认为的各项“重要程度”设计四项评分数据的比例, 并结合销售量, 以此为依据建议小明的爸爸购买哪款汽车? 说说你的理由.

22. 图 1 是某住宅单元楼的人脸识别系统 (整个头部需在摄像头视角围内才能被识别), 其示意图如图 2, 摄像头 A 的仰角、俯角均为 15° , 摄像头高度 $OA = 160\text{cm}$, 识别的最远水平距离 $OB = 150\text{cm}$.



(1) 身高 208cm 的小杜, 头部高度为 26cm , 他站在离摄像头水平距离 130cm 的点 C 处, 请问小杜最少需要下蹲多少厘米才能被识别.

(2) 身高 120cm 的小若, 头部高度为 15cm , 踮起脚尖可以增高 3cm , 但仍无法被识别. 社区及时将摄像头的仰角、俯角都调整为 20° (如图 3), 此时小若能被识别吗? 请计算说明. (精确到 0.1cm , 参考数据

$$\sin 15^\circ \approx 0.26, \cos 15^\circ \approx 0.97, \tan 15^\circ \approx 0.27, \sin 20^\circ \approx 0.34, \cos 20^\circ \approx 0.94, \tan 20^\circ \approx 0.36$$

23. 在二次函数 $y = x^2 - 2tx + 3 (t > 0)$ 中,

- (1) 若它的图象过点 $(2, 1)$, 则 t 的值为多少?
- (2) 当 $0 \leq x \leq 3$ 时, y 的最小值为 -2 , 求出 t 的值:
- (3) 如果 $A(m-2, a), B(4, b), C(m, a)$ 都在这个二次函数的图象上, 且 $a < b < 3$, 求 m 的取值范围.

24. 已知, AB 是半径为 1 的 $\odot O$ 的弦, $\odot O$ 的另一条弦 CD 满足 $CD = AB$, 且 $CD \perp AB$ 于点 H (其中点 H 在圆内, 且 $AH > BH, CH > DH$).

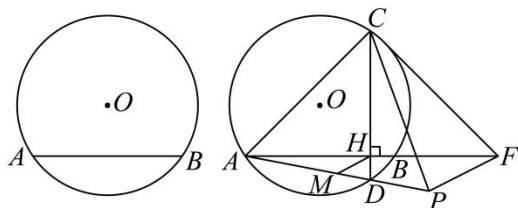


图1

图2

- (1) 在图 1 中用尺规作出弦 CD 与点 H (不写作法, 保留作图痕迹).
- (2) 连结 AD , 猜想, 当弦 AB 的长度发生变化时, 线段 AD 的长度是否变化? 若发生变化, 说明理由: 若不变, 求出 AD 的长度:
- (3) 如图 2, 延长 AH 至点 F , 使得 $HF = AH$, 连结 CF , $\angle HCF$ 的平分线 CP 交 AD 的延长线于点 P , 点 M 为 AP 的中点, 连结 HM , 若 $PD = \frac{1}{2} AD$. 求证: $MH \perp CP$.

