

数学试题

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. 实数 -6 的相反数是（ ）

- A. $-\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{6}$ C. -6 D. 6

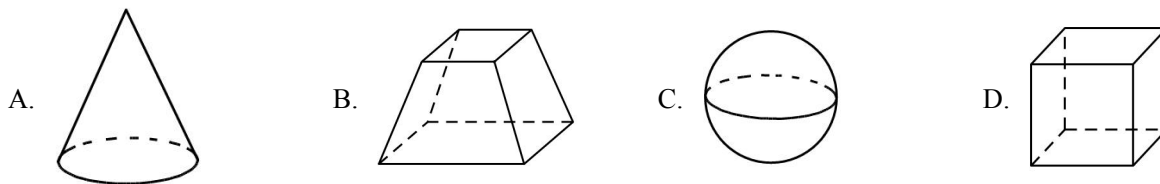
2. 在美术字中，有些汉字可以看成是轴对称图形．下列汉字中，是轴对称图形的是（ ）

- A. 我 B. 爱 C. 中 D. 国

3. 2023 年 4 月 26 日，第十二届江苏园艺博览会在我市隆重开幕．会场所在地园博园分为“山海韵”“丝路情”“田园画”三大片区，共占地约 2370000 平方米．其中数据“2370000”用科学记数法可表示为（ ）

- A. 2.37×10^6 B. 2.37×10^5 C. 0.237×10^7 D. 237×10^4

4. 下列水平放置的几何体中，主视图是圆形的是（ ）

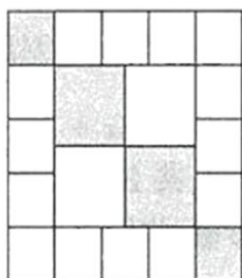


5. 如图，甲是由一条直径、一条弦及一段圆弧所围成的图形；乙是由两条半径与一段圆弧所围成的图形；丙是由不过圆心 O 的两条线段与一段圆弧所围成的图形，下列叙述正确的是（ ）



- A. 只有甲是扇形 B. 只有乙是扇形 C. 只有丙是扇形 D. 只有乙、丙是扇形

6. 如图是由 16 个相同的小正方形和 4 个相同的大正方形组成的图形，在这个图形内任取一点 P ，则点 P 落在阴影部分的概率为（ ）

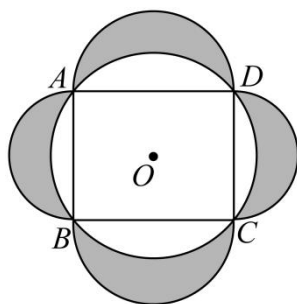


- A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{13}{50}$ C. $\frac{13}{32}$ D. $\frac{5}{16}$

7. 元朝朱世杰所著的《算学启蒙》中，记载了这样一道题：良马日行二百四十里，鸡马日行一百五十里，弩马先行一十二日，问良马几何日追及之？其大意是：快马每天行240里，慢马每天行150里，弩马先行12天，快马几天可追上慢马？若设快马 x 天可追上慢马，由题意得（ ）

- A. $\frac{x}{240} = \frac{x+12}{150}$ B. $\frac{x}{240} = \frac{x}{150} - 12$
C. $240(x-12) = 150x$ D. $240x = 150(x+12)$

8. 如图，矩形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，分别以 AB 、 BC 、 CD 、 AD 为直径向外作半圆。若 $AB=4$ ， $BC=5$ ，则阴影部分的面积是（ ）

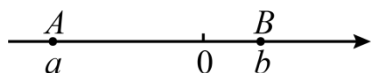


- A. $\frac{41}{4}\pi - 20$ B. $\frac{41}{2}\pi - 20$ C. 20π D. 20

二、填空题（本大题共8小题，每小题3分，共24分。不需要写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

9. 计算： $(\sqrt{5})^2 =$ _____.

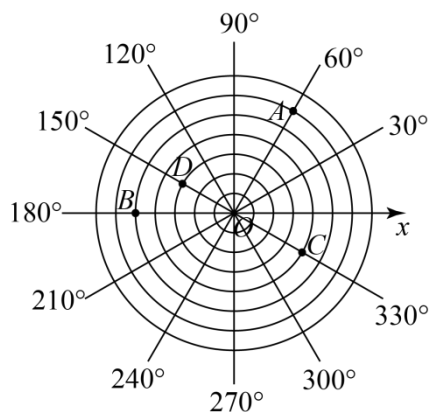
10. 如图，数轴上的点 A 、 B 分别对应实数 a 、 b ，则 $a+b$ _____0.(用“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”填空)



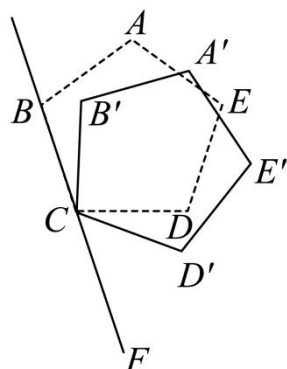
11. 一个三角形的两边长分别是3和5，则第三边长可以是_____。（只填一个即可）

12. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 有两个不相等的实数根，则 k 的取值范围是_____.

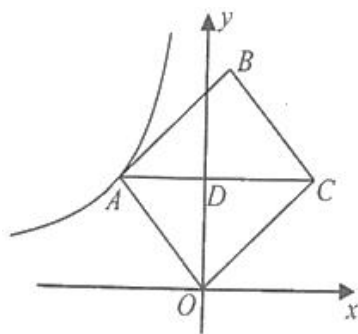
13. 画一条水平数轴，以原点 O 为圆心，过数轴上的每一刻度点画同心圆，过原点 O 按逆时针方向依次画出与正半轴的角度分别为 30° 、 60° 、 90° 、 120° 、 $\dots$ 、 330° 的射线，这样就建立了“圆”坐标系。如图，在建立的“圆”坐标系内，我们可以将点 A 、 B 、 C 的坐标分别表示为 $A(6, 60^\circ)$ 、 $B(5, 180^\circ)$ 、 $C(4, 330^\circ)$ ，则点 D 的坐标可以表示为_____.



14. 以正五边形 $ABCDE$ 的顶点 C 为旋转中心，按顺时针方向旋转，使得新五边形 $A'B'CD'E'$ 的顶点 D' 落在直线 BC 上，则正五边 $ABCDE$ 旋转的度数至少为_____°.



15. 如图，矩形 $OABC$ 的顶点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x < 0)$ 的图像上，顶点 B, C 在第一象限，对角线 $AC \parallel x$ 轴，交 y 轴于点 D . 若矩形 $OABC$ 的面积是 6, $\cos \angle OAC = \frac{2}{3}$, 则 $k =$ _____.



16. 若 $W = 5x^2 - 4xy + y^2 - 2y + 8x + 3$ (x, y 为实数), 则 W 的最小值为_____.

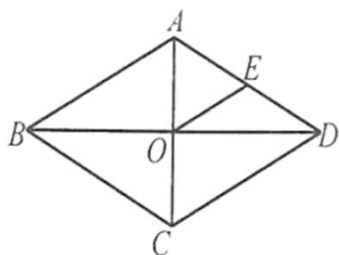
三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 102 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤, 作图过程需保留作图痕迹)

17. 计算 $|-4| + (\pi - \sqrt{2})^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

18. 解方程组
$$\begin{cases} 3x + y = 8 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

19. 解方程: $\frac{2x-5}{x-2} = \frac{3x-3}{x-2} - 3$.

20. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , E 为 AD 的中点, $AC = 4$, $OE = 2$. 求 OD 的长及 $\tan \angle EDO$ 的值.



21. 为了解本校八年级学生的暑期课外阅读情况, 某数学兴趣小组抽取了 50 名学生进行问卷调查.

(1) 下面的抽取方法中, 应该选择 ()

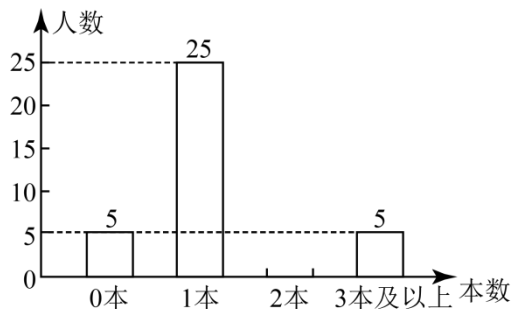
- A. 从八年级随机抽取一个班的 50 名学生
- B. 从八年级女生中随机抽取 50 名学生
- C. 从八年级所有学生中随机抽取 50 名学生

(2) 对调查数据进行整理, 得到下列两幅尚不完整的统计图表:

暑期课外阅读情况统计表

阅读数量 (本)	人数
0	5
1	25
2	a
3 本及以上	5
合计	50

暑期课外阅读情况条形统计图



统计表中的 $a =$ _____, 补全条形统计图;

- (3) 若八年级共有 800 名学生，估计八年级学生暑期课外阅读数量达到 2 本及以上的学生人数；
- (4) 根据上述调查情况，写一条你的看法。

22. 如图，有 4 张分别印有 Q 版西游图案的卡片：A 唐僧、B 孙悟空、C 猪八戒、D 沙悟净。



A 唐僧



B 孙悟空



C 猪八戒



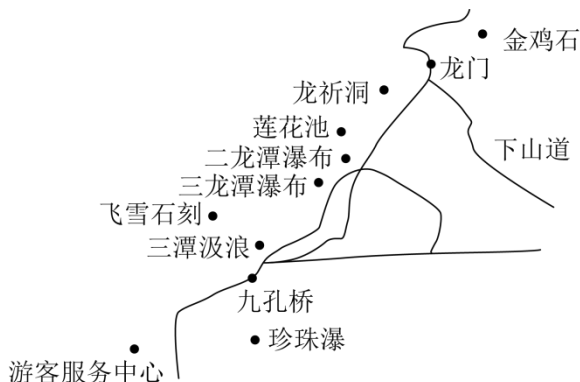
D 沙悟净

现将这 4 张卡片（卡片的形状、大小、质地都相同）放在不透明的盒子中，搅匀后从中任意取出 1 张卡片，记录后放回、搅匀，再从中任意取出 1 张卡片求下列事件发生的概率：

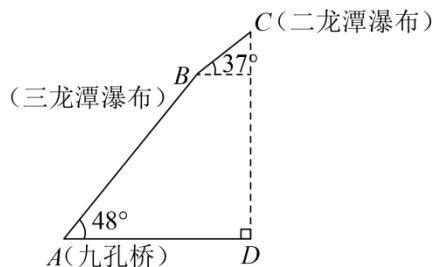
- (1) 第一次取出的卡片图案为“B 孙悟空”的概率为_____；
- (2) 用画树状图或列表的方法，求两次取出的 2 张卡片中至少有 1 张图案为“A 唐僧”的概率。

23. 渔湾是国家“AAAA”级风景区，图 1 是景区游览的部分示意图。如图 2，小卓从九孔桥 A 处出发，沿着坡角为 48° 的山坡向上走了 92m 到达 B 处的三龙潭瀑布，再沿坡角为 37° 的山坡向上走了 30m 到达 C 处的二龙潭瀑布。求小卓从 A 处的九孔桥到 C 处的二龙潭瀑布上升的高度 DC 为多少米？（结果精确到 0.1m）

（参考数据： $\sin 48^\circ \approx 0.74$ ， $\cos 48^\circ \approx 0.67$ ， $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ）

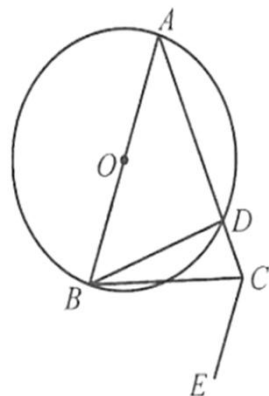


(图1)



(图2)

24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 交边 AC 于点 D ，连接 BD ，过点 C 作 $CE \parallel AB$ 。



- (1) 请用无刻度的直尺和圆规作图：过点 B 作 $\odot O$ 的切线，交 CE 于点 F ；（不写作法，保留作图痕迹，

标明字母)

(2) 在 (1) 的条件下, 求证: $BD = BF$.

25. 目前, 我市对市区居民用气户的燃气收费, 以户为基础、年为计算周期设定了如下表的三个气量阶梯:

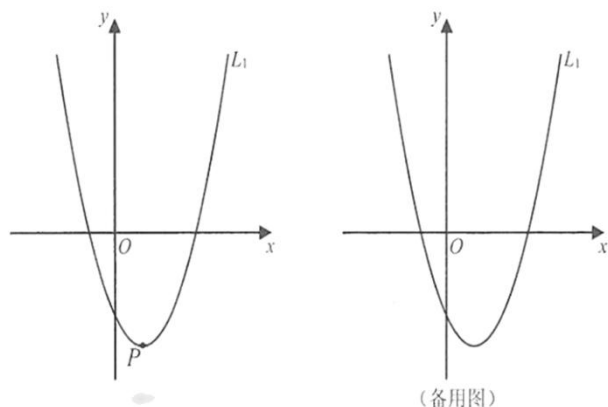
阶梯	年用气量	销售价格	备注
第一阶梯	$0 \sim 400\text{m}^3$ (含 400) 的部分	2.67 元/ m^3	若家庭人口超过 4 人的, 每增加 1 人, 第一、二阶梯年用气量的上限分别增加 100m^3 、 200m^3 .
第二阶梯	$400 \sim 1200\text{m}^3$ (含 1200) 的部分	3.15 元/ m^3	
第三阶梯	1200m^3 以上的部分	3.63 元/ m^3	

(1) 一户家庭人口为 3 人, 年用气量为 200m^3 , 则该年此户需缴纳燃气费用为_____元;

(2) 一户家庭人口不超过 4 人, 年用气量为 $x\text{m}^3$ ($x > 1200$), 该年此户需缴纳燃气费用为 y 元, 求 y 与 x 的函数表达式;

(3) 甲户家庭人口为 3 人, 乙户家庭人口为 5 人, 某年甲户、乙户缴纳的燃气费用均为 3855 元, 求该年乙户比甲户多用多少立方米的燃气? (结果精确到 1m^3)

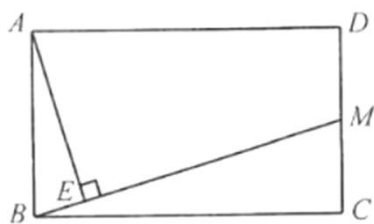
26. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $L_1: y = x^2 - 2x - 3$ 的顶点为 P . 直线 l 过点 $M(0, m)$ ($m \geq -3$), 且平行于 x 轴, 与抛物线 L_1 交于 A, B 两点 (B 在 A 的右侧). 将抛物线 L_1 沿直线 l 翻折得到抛物线 L_2 , 抛物线 L_2 交 y 轴于点 C , 顶点为 D .



- (1) 当 $m = 1$ 时, 求点 D 的坐标;
- (2) 连接 BC 、 CD 、 DB , 若 $\triangle BCD$ 为直角三角形, 求此时 L_2 所对应的函数表达式;
- (3) 在 (2) 的条件下, 若 $\triangle BCD$ 的面积为 3, E 、 F 两点分别在边 BC 、 CD 上运动, 且 $EF = CD$, 以 EF 为一边作正方形 $EFGH$, 连接 CG , 写出 CG 长度的最小值, 并简要说明理由.

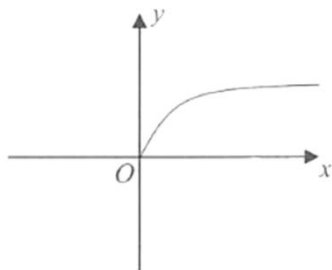
27. 【问题情境 建构函数】

- (1) 如图 1, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, M 是 CD 的中点, $AE \perp BM$, 垂足为 E . 设 $BC = x$, $AE = y$, 试用含 x 的代数式表示 y .



【由数想形 新知初探】

- (2) 在上述表达式中, y 与 x 成函数关系, 其图像如图 2 所示. 若 x 取任意实数, 此时的函数图像是否具有对称性? 若有, 请说明理由, 并在图 2 上补全函数图像.



【数形结合 深度探究】

- (3) 在 “ x 取任意实数” 的条件下, 对上述函数继续探究, 得出以下结论: ①函数值 y 随 x 的增大而增大;
- ②函数值 y 的取值范围是 $-4\sqrt{2} < y < 4\sqrt{2}$; ③存在一条直线与该函数图像有四个交点; ④在图像上存在四

点 A 、 B 、 C 、 D ，使得四边形 $ABCD$ 是平行四边形. 其中正确的是_____. (写出所有正确结论的序号)

【抽象回归 拓展总结】

(4) 若将 (1) 中的 “ $AB = 4$ ” 改成 “ $AB = 2k$ ”，此时 y 关于 x 的函数表达式是_____；一般地，当 $k \neq 0$, x 取任意实数时，类比一次函数、反比例函数、二次函数的研究过程，探究此类函数的相关性质 (直接写出 3 条即可).

