

2023 年无锡市初中毕业升学考试数学试题

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的）

1. 实数 9 的算术平方根是（ ）

- A. 3 B. ± 3 C. $\frac{1}{9}$ D. -9

2. 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 中自变量 x 的取值范围是（ ）

- A. $x > 2$ B. $x \geq 2$ C. $x \neq 2$ D. $x < 2$

3. 下列 4 组数中，不是二元一次方程 $2x + y = 4$ 的解是（ ）

- A. $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2 \\ y=0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=0.5 \\ y=3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-2 \\ y=4 \end{cases}$

4. 下列运算正确的是（ ）

- A. $a^2 \times a^3 = a^6$ B. $a^2 + a^3 = a^5$ C. $(-2a)^2 = -4a^2$ D. $a^6 \div a^4 = a^2$

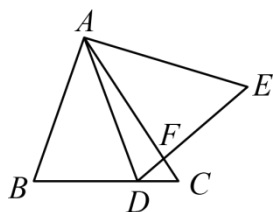
5. 将函数 $y = 2x + 1$ 的图像向下平移 2 个单位长度，所得图像对应的函数表达式是（ ）

- A. $y = 2x - 1$ B. $y = 2x + 3$ C. $y = 4x - 3$ D. $y = 4x + 5$

6. 2020 年—2022 年无锡居民人均可支配收入由 5.76 万元增长至 6.58 万元，设人均可支配收入的平均增长率为 x ，下列方程正确的是（ ）

- A. $5.76(1+x)^2 = 6.58$ B. $5.76(1+x^2) = 6.58$
C. $5.76(1+2x) = 6.58$ D. $5.76x^2 = 6.58$

7. 如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 55^\circ$ ，将 $\triangle ABC$ 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 55^\circ$)，得到 $\triangle ADE$ ， DE 交 AC 于 F ．当 $\alpha = 40^\circ$ 时，点 D 恰好落在 BC 上，此时 $\angle AFE$ 等于（ ）



- A. 80° B. 85° C. 90° D. 95°

8. 下列命题：①各边相等的多边形是正多边形；②正多边形是中心对称图形；③正六边形的外接圆半径与边长相等；④正 n 边形共有 n 条对称轴．其中真命题的个数是（ ）

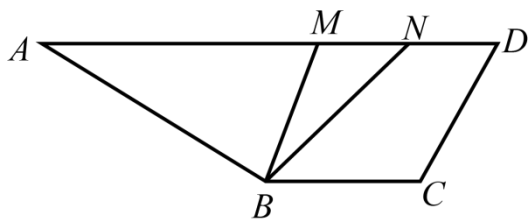
A. 4

B. 3

C. 2

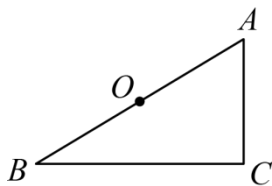
D. 1

9. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle DAB = 30^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$, $BC = CD = 2$, 若线段 MN 在边 AD 上运动, 且 $MN = 1$, 则 $BM^2 + 2BN^2$ 的最小值是 ()

A. $\frac{13}{2}$ B. $\frac{29}{3}$ C. $\frac{39}{4}$

D. 10

10. 如图 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 4$, $AC = x$, $\angle BAC = \alpha$, O 为 AB 中点, 若点 D 为直线 BC 下方一点, 且 $\triangle BCD$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 则下列结论: ①若 $\alpha = 45^\circ$, BC 与 OD 相交于 E , 则点 E 不一定是 $\triangle ABD$ 的重心; ②若 $\alpha = 60^\circ$, 则 AD 的最大值为 $2\sqrt{7}$; ③若 $\alpha = 60^\circ$, $\triangle ABC \sim \triangle CBD$, 则 OD 的长为 $2\sqrt{3}$; ④若 $\triangle ABC \sim \triangle BCD$, 则当 $x = 2$ 时, $AC + CD$ 取得最大值. 其中正确的为 ()



A. ①④

B. ②③

C. ①②④

D. ①③④

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分.)

11. 分解因式: $4 - 4x + x^2 =$ _____.

12. 废旧电池含有少量重金属, 随意丢弃会污染环境有资料表明, 一粒纽扣大的废旧电池, 大约会污染水 600000 L. 数据 600000 用科学记数法可表示 _____.

13. 方程 $\frac{3}{x-2} = \frac{2}{x-1}$ 的解是: $x =$ _____.

14. 若直三棱柱的上下底面为正三角形, 侧面展开图是边长为 6 的正方形, 则该直三棱柱的表面积为 _____.

15. 请写出一个函数的表达式, 使得它的图象经过点 $(2, 0)$: _____.

16. 《九章算术》中提出了如下问题: 今有户不知高、广, 竿不知长短, 横之不出四尺, 从之不出二尺, 邪之适出, 问户高、广、邪各几何? 这段话的意思是: 今有门不知其高宽: 有竿, 不知其长短, 横放, 竿比门宽长出 4 尺: 竖放, 竿比门高长出 2 尺: 斜放, 竿与门对角线恰好相等. 问门高、宽和对角线的长各是多少? 则该问题中的门高是 _____ 尺.

17. 已知曲线 C_1 、 C_2 分别是函数 $y = -\frac{2}{x} (x < 0)$, $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 的图像，边长为 6 的正 $\triangle ABC$ 的顶点 A 在 y 轴正半轴上，顶点 B 、 C 在 x 轴上 (B 在 C 的左侧)，现将 $\triangle ABC$ 绕原点 O 顺时针旋转，当点 B 在曲线 C_1 上时，点 A 恰好在曲线 C_2 上，则 k 的值为_____.

18. 二次函数 $y = a(x-1)(x-5) \left(a > \frac{1}{2} \right)$ 的图像与 x 轴交于点 A 、 B ，与 y 轴交于点 C ，过点 $M(3,1)$ 的直线将 $\triangle ABC$ 分成两部分，这两部分是三角形或梯形，且面积相等，则 a 的值为_____.

三、解答题 (本大题共 10 小题，共 90 分. 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

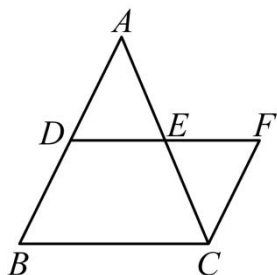
19. (1) 计算: $(-3)^2 - \sqrt{25} + |-4|$

(2) 化简: $(x+2y)(x-2y) - x(x-y)$

20. (1) 解方程: $2x^2 + x - 2 = 0$

(2) 解不等式组: $\begin{cases} x+3 > -2x \\ 2x-5 < 1 \end{cases}$

21. 如图， $\triangle ABC$ 中，点 D 、 E 分别为 AB 、 AC 的中点，延长 DE 到点 F ，使得 $EF = DE$ ，连接 CF 。求证:



(1) $\triangle CEF \cong \triangle AED$;

(2) 四边形 $DBCF$ 是平行四边形.

22. 为了深入推动大众旅游，满足人民群众美好生活需要，我市举办中国旅游日惠民周活动，活动主办方在活动现场提供免费门票抽奖箱，里面放有 4 张相同的卡片，分别写有景区: A . 宜兴竹海, B . 宜兴善卷洞, C . 阖闾城遗址博物馆, D . 锡惠公园. 抽奖规则如下: 搅匀后从抽奖箱中任意抽取一张卡片，记录后放回，根据抽奖的结果获得相应的景区免费门票.

(1) 小明获得一次抽奖机会，他恰好抽到景区 A 门票的概率是_____.

(2) 小亮获得两次抽奖机会，求他恰好抽到景区 A 和景区 B 门票的概率.

23. 2023 年 5 月 30 日，神州十六号载人飞船成功发射，为大力弘扬航天精神，普及航天知识，激发学生探索和创新热情，某初中在全校开展航天知识竞赛活动现采用简单随机抽样的方法从每个年级抽取相同数量

的学生答题成绩进行分析，绘制成下列图表，请根据图表提供的信息，解答下列问题：

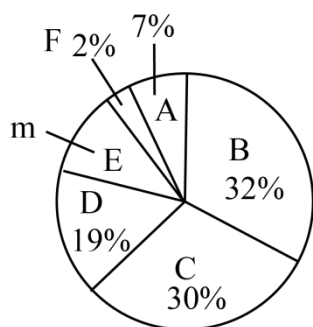
学生参加航天知识竞赛成绩频数分布表

竞赛成绩 x (组别)	$x < 75$ (A)	$75 \leq x < 80$ (B)	$80 \leq x < 85$ (C)	$85 \leq x < 90$ (D)	$90 \leq x < 95$ (E)	$95 \leq x \leq 100$ (F)
频数	21	96	a	57	b	6

学生参加航天知识竞赛成绩统计表

年级	平均数	众数	中位数
七年级	82.73	82	81
八年级	81.84	82	82
九年级	81.31	83	80

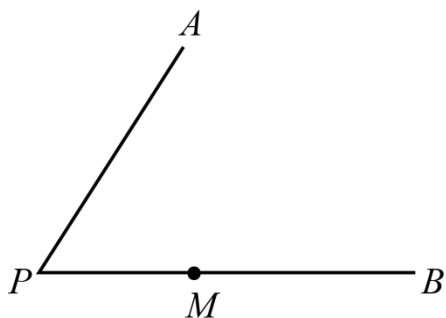
学生参加航天知识竞赛成绩扇形统计图



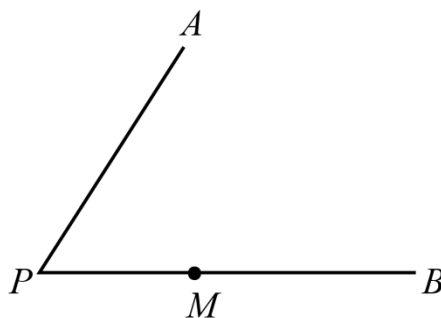
(1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$; $m = \underline{\hspace{2cm}}\%$;

(2) 请根据“学生参加航天知识竞赛成绩统计表”对本次竞赛中3个年级的总体情况做出评价，并说明理由.

24. 如图，已知 $\angle APB$ ，点 M 是 PB 上的一个定点.



(图1)

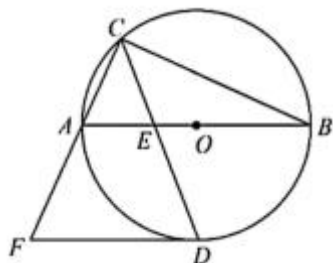


(图2)

(1) 尺规作图：请在图 1 中作 $\odot O$ ，使得 $\odot O$ 与射线 PB 相切于点 M ，同时与 PA 相切，切点记为 N ；

(2) 在 (1) 的条件下，若 $\angle APB = 60^\circ$ ， $PM = 3$ ，则所作的 $\odot O$ 的劣弧 $\widehat{MN}$ 与 PM 、 PN 所围成图形的面积是_____.

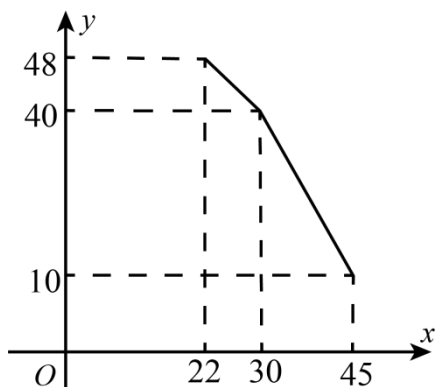
25. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， CD 与 AB 相交于点 E . 过点 D 的线 $DF \parallel AB$ ，交 CA 的延长线于点 F ， $CF = CD$.



(1) 求 $\angle F$ 的度数；

(2) 若 $DE \cdot DC = 8$ ，求 $\odot O$ 的半径.

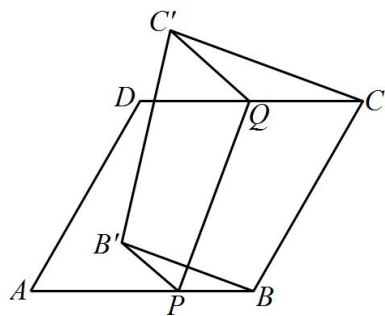
26. 某景区旅游商店以 20 元/kg 的价格采购一款旅游食品加工后出售，销售价格不低于 22 元/g，不高于 45 元/g，经市场调查发现每天的销售量 y (kg) 与销售价格 x (元/g) 之间的函数关系如图所示.



(1) 求 y 关于 x 的函数表达式：

(2) 当销售价格定为多少时，该商店销售这款食品每天获得的销售利润最大？最大销售利润是多少？【销售利润 = (销售价格 - 采购价格) × 销售量】

27. 如图，四边形 $ABCD$ 是边长为 4 的菱形， $\angle A = 60^\circ$ ，点 Q 为 CD 的中点， P 为线段 AB 上的动点，现将四边形 $PBCQ$ 沿 PQ 翻折得到四边形 $PB'C'Q$.



(1) 当 $\angle QPB = 45^\circ$ 时，求四边形 $BB'C'C$ 的面积；

(2) 当点 P 在线段 AB 上移动时，设 $BP = x$ ，四边形 $BB'C'C$ 的面积为 S ，求 S 关于 x 的函数表达式.

28. 已知二次函数 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}(x^2 + bx + c)$ 的图像与 y 轴交于点 A ，且经过点 $B(4, \sqrt{2})$ 和点 $C(-1, \sqrt{2})$.

(1) 请直接写出 b ， c 的值；

(2) 直线 BC 交 y 轴于点 D ，点 E 是二次函数 $y = \frac{\sqrt{2}}{2}(x^2 + bx + c)$ 图像上位于直线 AB 下方的动点，过

点 E 作直线 AB 的垂线，垂足为 F .

①求 EF 的最大值；

②若 $\triangle AEF$ 中有一个内角是 $\angle ABC$ 的两倍，求点 E 的横坐标.

