

2023 年广西初中学业水平考试

数 学

(全卷满分 120 分, 考试时间 120 分钟)

注意事项:

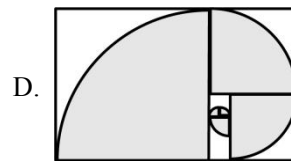
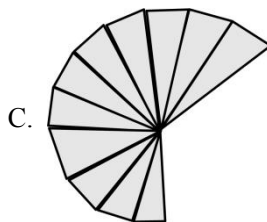
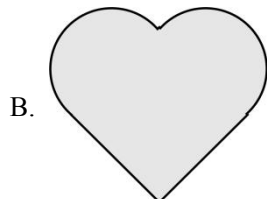
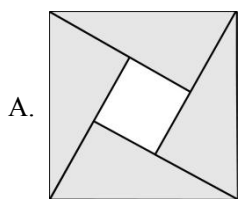
1. 答题前, 考生务必将姓名、准考证号填写在试卷和答题卡上.
2. 考生作答时, 请在答题卡上作答 (答题注意事项见答题卡), 在本试卷、草稿纸上作答无效.
3. 不能使用计算器.
4. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、单项选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分. 在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.)

1. 若零下 2 摄氏度记为 -2°C , 则零上 2 摄氏度记为 ()

A. -2°C B. 0°C C. $+2^{\circ}\text{C}$ D. $+4^{\circ}\text{C}$

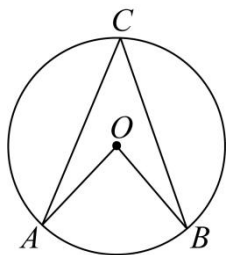
2. 下列数学经典图形中, 是中心对称图形的是 ()



3. 若分式 $\frac{1}{x+1}$ 有意义, 则 x 的取值范围是 ()

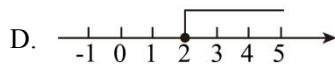
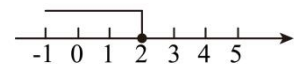
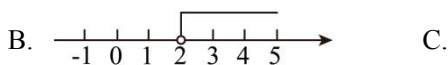
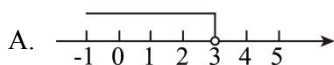
A. $x \neq -1$ B. $x \neq 0$ C. $x \neq 1$ D. $x \neq 2$

4. 如图, 点 A 、 B 、 C 在 $\odot O$ 上, $\angle C = 40^{\circ}$, 则 $\angle AOB$ 的度数是 ()



A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

5. $x \leq 2$ 在数轴上表示正确的是 ()

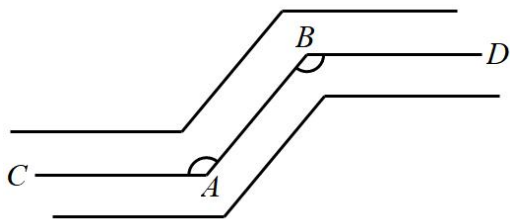


6. 甲、乙、丙、丁四名同学参加立定跳远训练, 他们成绩的平均数相同, 方差如下: $S_{\text{甲}}^2 = 2.1$, $S_{\text{乙}}^2 = 3.5$,

$S_{\text{丙}}^2 = 9$, $S_{\text{丁}}^2 = 0.7$, 则成绩最稳定的是 ()

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

7. 如图, 一条公路两次转弯后又回到与原来相同的方向, 如果 $\angle A = 130^\circ$, 那么 $\angle B$ 的度数是 ()



- A. 160° B. 150° C. 140° D. 130°

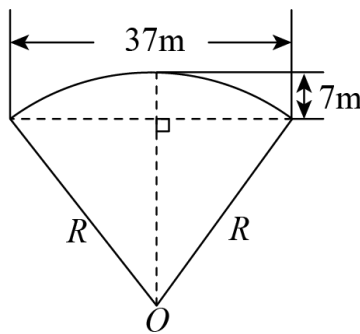
8. 下列计算正确的是 ()

- A. $a^3 + a^4 = a^7$ B. $a^3 \cdot a^4 = a^7$ C. $a^4 \div a^3 = a^7$ D. $(a^3)^4 = a^7$

9. 将抛物线 $y = x^2$ 向右平移 3 个单位, 再向上平移 4 个单位, 得到的抛物线是 ()

- A. $y = (x-3)^2 + 4$ B. $y = (x+3)^2 + 4$
C. $y = (x+3)^2 - 4$ D. $y = (x-3)^2 - 4$

10. 赵州桥是当今世界上建造最早, 保存最完整的中国古代单孔敞肩石拱桥. 如图, 主桥拱呈圆弧形, 跨度约为 37m, 拱高约为 7m, 则赵州桥主桥拱半径 R 约为 ()



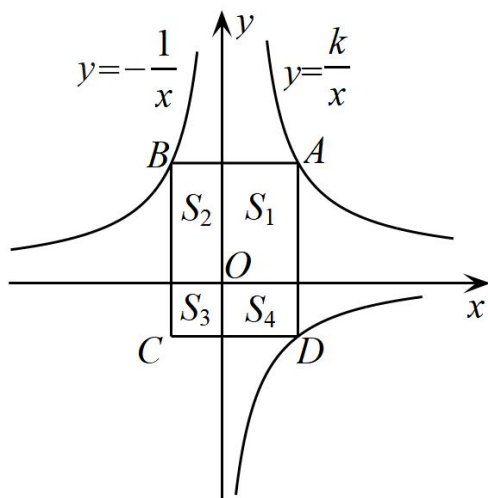
- A. 20m B. 28m C. 35m D. 40m

11. 据国家统计局发布的《2022 年国民经济和社会发展统计公报》显示, 2020 年和 2022 年全国居民人均可支配收入分别为 3.2 万元和 3.7 万元. 设 2020 年至 2022 年全国居民人均可支配收入的年平均增长率为 x , 依题意可列方程为 ()

- A. $3.2(1-x)^2 = 3.7$ B. $3.2(1+x)^2 = 3.7$
C. $3.7(1-x)^2 = 3.2$ D. $3.7(1+x)^2 = 3.2$

12. 如图, 过 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上点 A , 分别作 x 轴, y 轴的平行线交 $y = -\frac{1}{x}$ 的图象于 B, D 两点, 以 AB ,

AD 为邻边的矩形 $ABCD$ 被坐标轴分割成四个小矩形，面积分别记为 S_1, S_2, S_3, S_4 ，若 $S_2 + S_3 + S_4 = \frac{5}{2}$ ，则 k 的值为（ ）



- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分.）

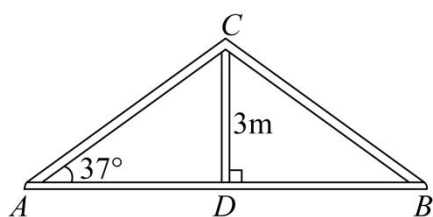
13. 化简： $\sqrt{9} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 分解因式： $a^2 + 5a = \underline{\hspace{2cm}}$.

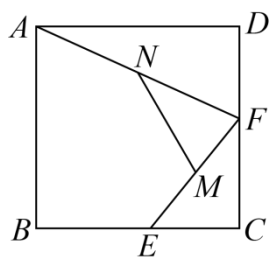
15. 函数 $y = kx + 3$ 的图象经过点 $(2, 5)$ ，则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 某班开展“梦想未来、青春有我”主题班会，第一小组有 2 位男同学和 3 位女同学，现从中随机抽取 1 位同学分享个人感悟，则抽到男同学的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

17. 如图，焊接一个钢架，包括底角为 37° 的等腰三角形外框和 3m 高的支柱，则共需钢材约 $\underline{\hspace{2cm}}$ m（结果取整数）。（参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ）



18. 如图，在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中， E, F 分别是 BC, CD 上的动点， M, N 分别是 EF, AF 的中点，则 MN 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

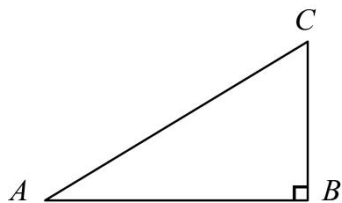


三、解答题（本大题共 8 小题，共 72 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

19. 计算： $(-1) \times (-4) + 2^2 \div (7-5)$.

20. 解分式方程： $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{x}$.

21. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 30^\circ$ ， $\angle B = 90^\circ$.



(1) 在斜边 AC 上求作线段 AO ，使 $AO = BC$ ，连接 OB ；

(要求：尺规作图并保留作图痕迹，不写作法，标明字母)

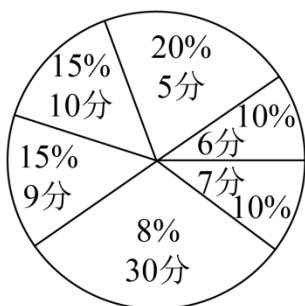
(2) 若 $OB = 2$ ，求 AB 的长.

22. 4 月 24 日是中国航天日，为激发青少年崇尚科学、探索未知的热情，航阳中学开展了“航空航天”知识问答系列活动.为了解活动效果，从七、八年级学生的知识问答成绩中，各随机抽取 20 名学生的成绩进行统计分析（6 分及 6 分以上为合格），数据整理如下：

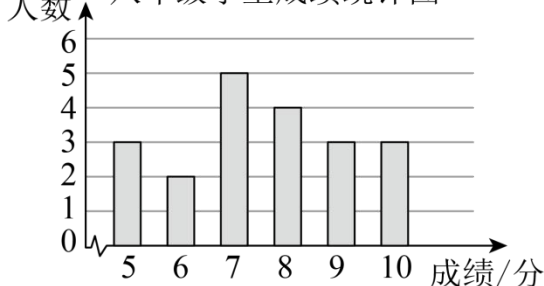
学生成绩统计表

	七年级	八年级
平均数	7.55	7.55
中位数	8	c
众数	a	7
合格率	b	85%

七年级学生成绩统计图



八年级学生成绩统计图



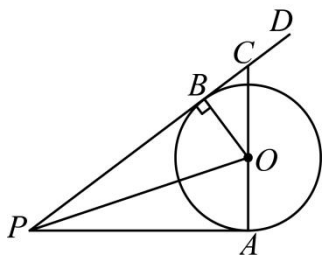
根据以上信息，解答下列问题：

(1) 写出统计表中 a ， b ， c 的值；

(2) 若该校八年级有 600 名学生，请估计该校八年级学生成绩合格的人数；

(3) 从中位数和众数中任选其一，说明其在本题中的实际意义.

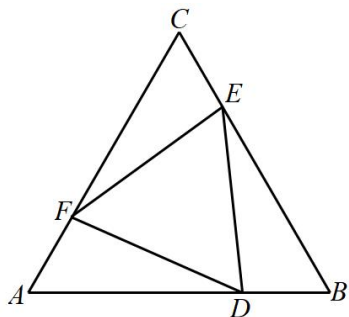
23. 如图， PO 平分 $\angle APD$ ， PA 与 $\odot O$ 相切于点 A ，延长 AO 交 PD 于点 C ，过点 O 作 $OB \perp PD$ ，垂足为 B .



(1) 求证： PB 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $\odot O$ 的半径为4， $OC = 5$ ，求 PA 的长.

24. 如图， $\triangle ABC$ 是边长为4的等边三角形，点 D, E, F 分别在边 AB, BC, CA 上运动，满足 $AD = BE = CF$.



(1) 求证： $\triangle ADF \cong \triangle BED$ ；

(2) 设 AD 的长为 x ， $\triangle DEF$ 的面积为 y ，求 y 关于 x 的函数解析式；

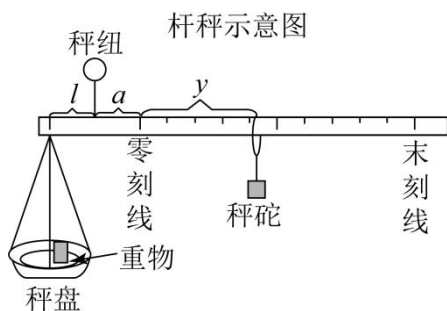
(3) 结合(2)所得的函数，描述 $\triangle DEF$ 的面积随 AD 的增大如何变化.

25. 【综合与实践】

有言道：“杆秤一头称起人间生计，一头称起天地良心”. 某兴趣小组将利用物理学中杠杆原理制作简易杆秤. 小组先设计方案，然后动手制作，再结合实际进行调试，请完成下列方案设计中的任务.

【知识背景】如图，称重物时，移动秤砣可使杆秤平衡，根据杠杆原理推导得： $(m_0 + m) \cdot l = M \cdot (a + y)$.

其中秤盘质量 m_0 克，重物质量 m 克，秤砣质量 M 克，秤纽与秤盘的水平距离为 l 厘米，秤纽与零刻线的水平距离为 a 厘米，秤砣与零刻线的水平距离为 y 厘米.



【方案设计】

目标：设计简易杆秤．设定 $m_0 = 10$ ， $M = 50$ ，最大可称重物质量为 1000 克，零刻线与末刻线的距离定为 50 厘米．

任务一：确定 l 和 a 的值．

- (1) 当秤盘不放重物，秤砣在零刻线时，杆秤平衡，请列出关于 l ， a 的方程；
- (2) 当秤盘放入质量为 1000 克的重物，秤砣从零刻线移至末刻线时，杆秤平衡，请列出关于 l ， a 的方程；
- (3) 根据 (1) 和 (2) 所列方程，求出 l 和 a 的值．

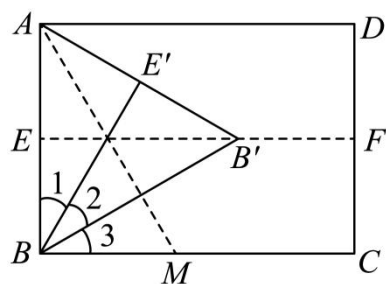
任务二：确定刻线的位置．

- (4) 根据任务一，求 y 关于 m 的函数解析式；
- (5) 从零刻线开始，每隔 100 克在秤杆上找到对应刻线，请写出相邻刻线间的距离．

26. 【探究与证明】

折纸，操作简单，富有数学趣味，我们可以通过折纸开展数学探究，探索数学奥秘．

【动手操作】如图 1，将矩形纸片 $ABCD$ 对折，使 AD 与 BC 重合，展平纸片，得到折痕 EF ；折叠纸片，使点 B 落在 EF 上，并使折痕经过点 A ，得到折痕 AM ，点 B ， E 的对应点分别为 B' ， E' ，展平纸片，连接 AB' ， BB' ， BE' ．

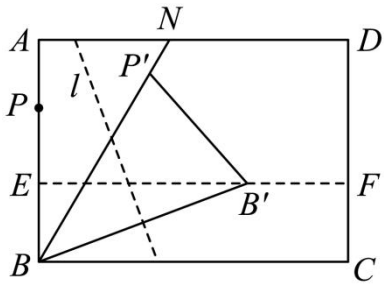


(图1)

请完成：

- (1) 观察图 1 中 $\angle 1$ ， $\angle 2$ 和 $\angle 3$ ，试猜想这三个角的大小关系；
- (2) 证明 (1) 中的猜想；

【类比操作】如图 2， N 为矩形纸片 $ABCD$ 的边 AD 上的一点，连接 BN ，在 AB 上取一点 P ，折叠纸片，使 B ， P 两点重合，展平纸片，得到折痕 EF ；折叠纸片，使点 B ， P 分别落在 EF ， BN 上，得到折痕 l ，点 B ， P 的对应点分别为 B' ， P' ，展平纸片，连接 $P'B'$ ．



(图2)

请完成:

- (3) 证明 BB' 是 $\angle NBC$ 的一条三等分线.

