

2023 年菏泽市初中学业水平考试

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的，请把正确选项的序号涂在答题卡的相应位置。）

1. 剪纸文化是我国最古老的民间艺术之一，下列剪纸图案中既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



2. 下列运算正确的是（ ）

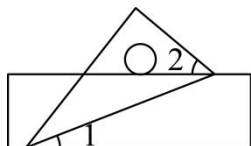
A. $a^6 \div a^3 = a^2$

B. $a^2 \cdot a^3 = a^5$

C. $(2a^3)^2 = 2a^6$

D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$

3. 一把直尺和一个含 30° 角的直角三角板按如图方式放置，若 $\angle 1 = 20^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ （ ）



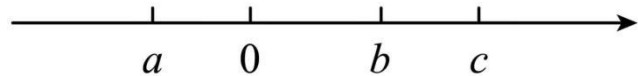
A. 30°

B. 40°

C. 50°

D. 60°

4. 实数 a , b , c 在数轴上对应点的位置如图所示，下列式子正确的是（ ）



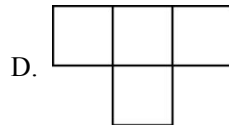
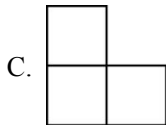
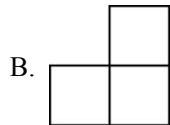
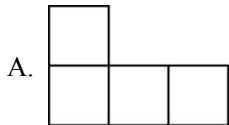
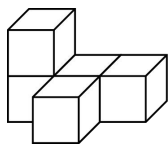
A. $c(b-a) < 0$

B. $b(c-a) < 0$

C. $a(b-c) > 0$

D. $a(c+b) > 0$

5. 如图所示的几何体是由 5 个大小相同的小正方体组成的，它的主视图是（ ）



6. 一元二次方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的两根为 x_1 , x_2 ，则 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ 的值为（ ）

A. $\frac{3}{2}$

B. -3

C. 3

D. $-\frac{3}{2}$

7. $\triangle ABC$ 的三边长 a , b , c 满足 $(a-b)^2 + \sqrt{2a-b-3} + |c-3\sqrt{2}| = 0$ ，则 $\triangle ABC$ 是（ ）

A. 等腰三角形

B. 直角三角形

C. 锐角三角形

D. 等腰直角三角形

8. 若一个点的纵坐标是横坐标的 3 倍，则称这个点为“三倍点”，如： $A(1,3)$, $B(-2,-6)$, $C(0,0)$ 等都是三

倍点”，在 $-3 < x < 1$ 的范围内，若二次函数 $y = -x^2 - x + c$ 的图象上至少存在一个“三倍点”，则 c 的取值范围是（ ）

- A. $-\frac{1}{4} \leq c < 1$ B. $-4 \leq c < -3$ C. $-\frac{1}{4} < c < 5$ D. $-4 \leq c < 5$

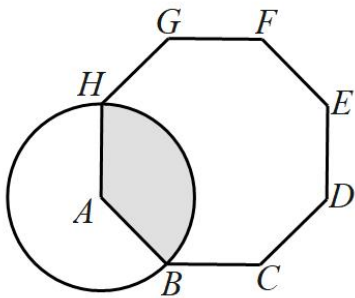
二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分，只要求把最后结果填写在答题卡的相应区域内.）

9. 因式分解： $m^2 - 4m = \underline{\hspace{2cm}}$.

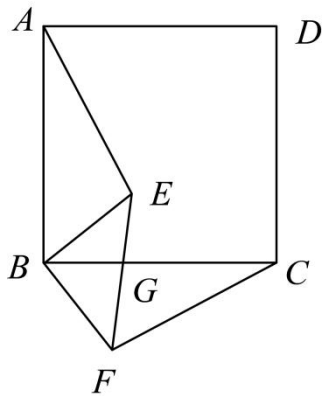
10. 计算： $|\sqrt{3} - 2| + 2\sin 60^\circ - 2023^0 = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 用数字 0, 1, 2, 3 组成个位数字与十位数字不同的两位数，其中是偶数的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

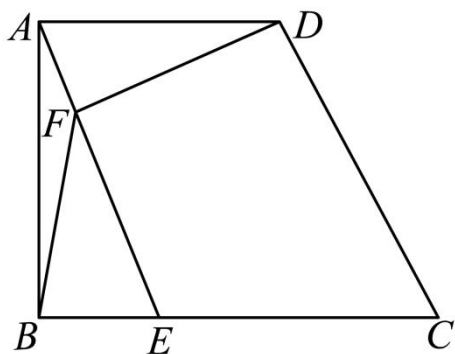
12. 如图，正八边形 $ABCDEFGH$ 的边长为 4，以顶点 A 为圆心， AB 的长为半径画圆，则阴影部分的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$ （结果保留 π ）.



13. 如图，点 E 是正方形 $ABCD$ 内的一点，将 $\triangle ABE$ 绕点 B 按顺时针方向旋转 90° 得到 $\triangle CBF$. 若 $\angle ABE = 55^\circ$ ，则 $\angle EGC = \underline{\hspace{2cm}}$ 度.



14. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $\angle ABC = \angle BAD = 90^\circ$, $AB = 5$, $AD = 4$, $AD < BC$ ，点 E 在线段 BC 上运动，点 F 在线段 AE 上， $\angle ADF = \angle BAE$ ，则线段 BF 的最小值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

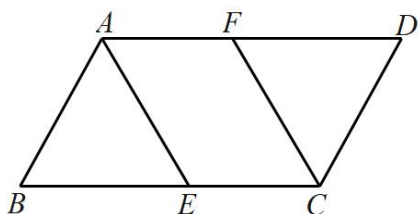


三、解答题（本题共 78 分，把解答或证明过程写在答题卡的相应区域内.）

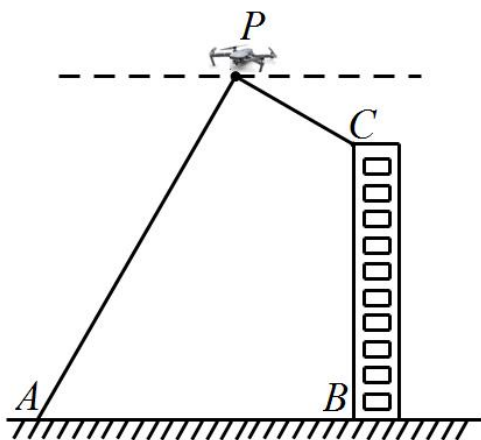
15. 解不等式组：
$$\begin{cases} 5x - 2 < 3(x + 1), \\ \frac{3x - 2}{3} \geq x + \frac{x - 2}{2}. \end{cases}$$

16. 先化简，再求值：
$$\left(\frac{3x}{x-y} + \frac{x}{x+y} \right) \div \frac{x}{x^2 - y^2},$$
 其中 x, y 满足 $2x + y - 3 = 0$.

17. 如图，在 $ABCD$ 中， AE 平分 $\angle BAD$ ，交 BC 于点 E ； CF 平分 $\angle BCD$ ，交 AD 于点 F . 求证： $AE = CF$.

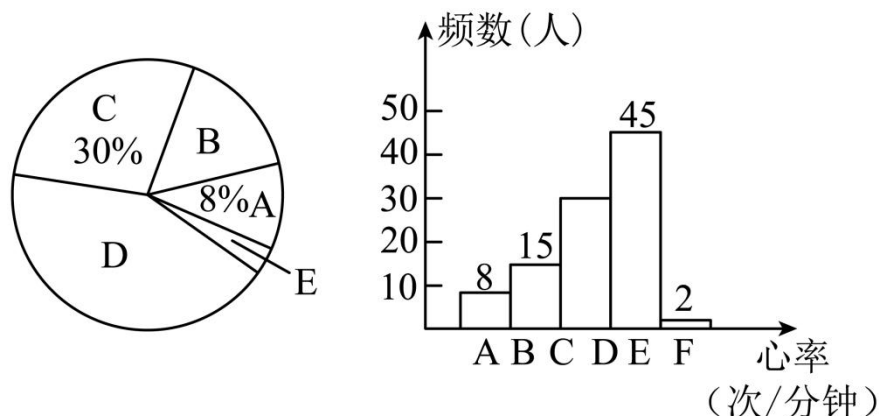


18. 无人机在实际生活中的应用广泛，如图所示，某人利用无人机测大楼的高度 BC ，无人机在空中点 P 处，测得点 P 距地面上 A 点 80 米，点 A 处俯角为 60° ，楼顶 C 点处的俯角为 30° ，已知点 A 与大楼的距离 AB 为 70 米（点 A, B, C, P 在同一平面内），求大楼的高度 BC （结果保留根号）



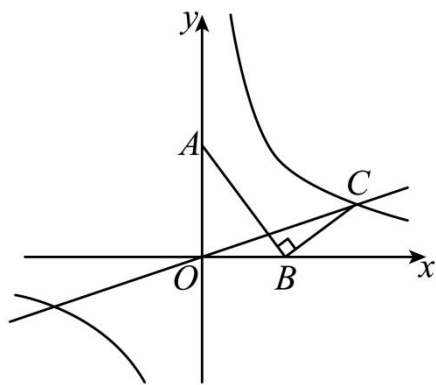
19. 某班学生以跨学科主题学习为载体，综合运用体育，数学，生物学等知识，研究体育课的运动负荷，在体育课基本部分运动后，测量统计了部分学生的心率情况，按心率次数 x （次/分钟）分为如下五组：A 组：

$50 \leq x < 75$, B 组: $75 \leq x < 100$, C 组: $100 \leq x < 125$, D 组: $125 \leq x < 150$, E 组: $150 \leq x \leq 175$. 其中, A 组数据为 73, 65, 74, 68, 74, 70, 66, 56. 根据统计数据绘制了不完整的统计图 (如图所示), 请结合统计图解答下列问题:



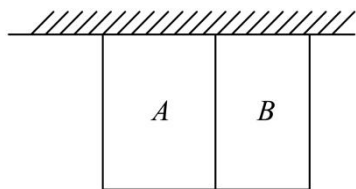
- (1) A 组数据的中位数是_____, 众数是_____; 在统计图中 B 组所对应的扇形圆心角是_____度;
- (2) 补全学生心率频数分布直方图;
- (3) 一般运动的适宜行为 $100 \leq x < 150$ (次/分钟), 学校共有 2300 名学生, 请你依据此次跨学科项目研究结果, 估计大约有多少名学生达到适宜心率?

20. 如图, 已知坐标轴上两点 $A(0,4)$, $B(2,0)$, 连接 AB , 过点 B 作 $BC \perp AB$, 交反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 在第一象限的图象于点 $C(a,1)$.



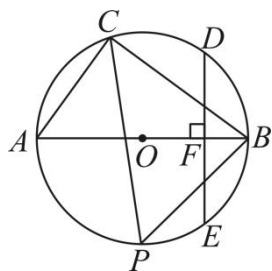
- (1) 求反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 和直线 OC 的表达式;
- (2) 将直线 OC 向上平移 $\frac{3}{2}$ 个单位, 得到直线 l , 求直线 l 与反比例函数图象的交点坐标.

21. 某学校为美化校园环境, 打造绿色校园, 决定用篱笆围成一个一面靠墙 (墙足够长) 的矩形花园, 用一道篱笆把花园分为 A , B 两块 (如图所示), 花园里种满牡丹和芍药, 学校已订购篱笆 120 米.



- (1) 设计一个使花园面积最大的方案，并求出其最大面积；
- (2) 在花园面积最大的条件下， A, B 两块内分别种植牡丹和芍药，每平方米种植 2 株，知牡丹每株售价 25 元，芍药每株售价 15 元，学校计划购买费用不超过 5 万元，求最多可以购买多少株牡丹？

22. 如图， AB 为 $\odot O$ 的直径， C 是圆上一点， D 是 $\widehat{BC}$ 的中点，弦 $DE \perp AB$ ，垂足为点 F 。



- (1) 求证： $BC = DE$ ；
- (2) P 是 AE 上一点， $AC = 6, BF = 2$ ，求 $\tan \angle BPC$ ；
- (3) 在 (2) 的条件下，当 CP 是 $\angle ACB$ 的平分线时，求 CP 的长。
23. (1) 如图 1，在矩形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别在边 DC, BC 上， $AE \perp DF$ ，垂足为点 G 。求证： $\triangle ADE \sim \triangle DCF$ 。

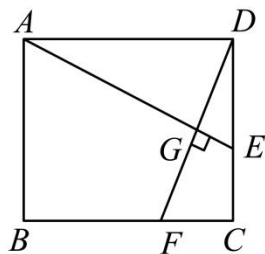


图1

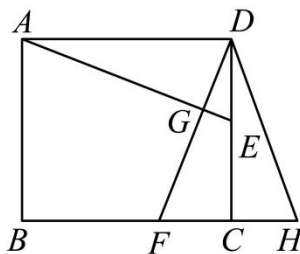


图2

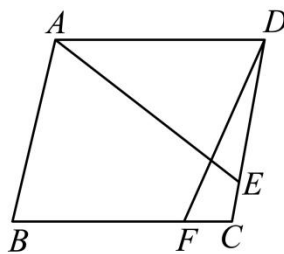


图3

【问题解决】

- (2) 如图 2，在正方形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别在边 DC, BC 上， $AE = DF$ ，延长 BC 到点 H ，使 $CH = DE$ ，连接 DH 。求证： $\angle ADF = \angle H$ 。

【类比迁移】

- (3) 如图 3，在菱形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别在边 DC, BC 上， $AE = DF = 11, DE = 8, \angle AED = 60^\circ$ ，求 CF 的长。

24. 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A, B 两点，与 y 轴交于点 $C(0, 4)$ ，其对称轴为 $x = -\frac{3}{2}$.

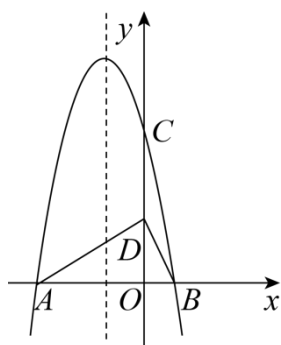


图1

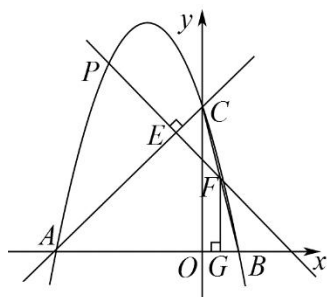


图2

- (1) 求抛物线的表达式；
- (2) 如图 1，点 D 是线段 OC 上的一动点，连接 AD, BD ，将 $\triangle ABD$ 沿直线 AD 翻折，得到 $\triangle AB'D$ ，当点 B' 恰好落在抛物线的对称轴上时，求点 D 的坐标；
- (3) 如图 2，动点 P 在直线 AC 上方的抛物线上，过点 P 作直线 AC 的垂线，分别交直线 AC ，线段 BC 于点 E, F ，过点 F 作 $FG \perp x$ 轴，垂足为 G ，求 $FG + \sqrt{2}FP$ 的最大值.

