

二〇二三年全市初中学生学业水平考试数学试题

亲爱的同学，伴随着考试的开始，你又走到了一个新的人生驿站。请你在答题之前，一定要仔细阅读以下说明：

1. 试题由选择题与非选择题两部分组成，共 6 页。选择题 36 分，非选择题 84 分，共 120 分。考试时间 120 分钟。
2. 将姓名、考场号、座号、考号填写在试题和答题卡指定的位置。
3. 试题答案全部涂、写在答题卡上，完全按照答题卡中的“注意事项”答题。
4. 考试结束，答题卡和试题一并交回。
5. 不允许使用计算器。

愿你放松心情，认真审题，缜密思考，细心演算，交一份满意的答卷。

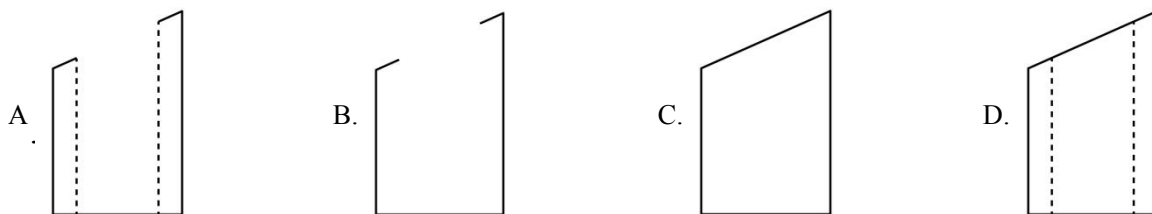
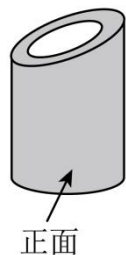
选择题（共 36 分）

一、选择题（本题共 12 个小题，每小题 3 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求）

1. $(-2023)^0$ 的值为（ ）

- A. 0 B. 1 C. -1 D. $-\frac{1}{2023}$

2. 如图所示几何体的主视图是（ ）



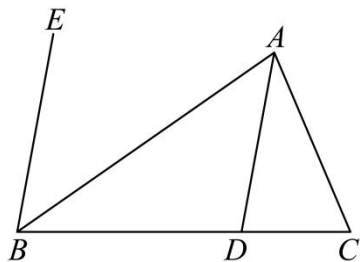
3. 4 月 15 日是全民国家安全教育日。某校为了摸清该校 1500 名师生的国家安全知识掌握情况，从中随机抽取了 150 名师生进行问卷调查。这项调查中的样本是（ ）

- A. 1500 名师生的国家安全知识掌握情况
B. 150
C. 从中抽取的 150 名师生的国家安全知识掌握情况
D. 从中抽取的 150 名师生

4. 若一元二次方程 $mx^2 + 2x + 1 = 0$ 有实数解，则 m 的取值范围是（ ）

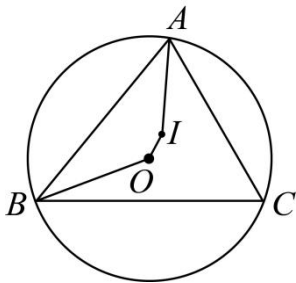
- A. $m \geq -1$ B. $m \in 1$ C. $m \geq -1$ 且 $m \neq 0$ D. $m \in 1$ 且 $m \neq 0$

5. 如图，分别过 $\triangle ABC$ 的顶点 A, B 作 $AD \parallel BE$. 若 $\angle CAD = 25^\circ$, $\angle EBC = 80^\circ$, 则 $\angle ACB$ 的度数为 ()



- A. 65° B. 75° C. 85° D. 95°

6. 如图，点 O 是 $\triangle ABC$ 外接圆的圆心，点 I 是 $\triangle ABC$ 的内心，连接 OB, IA . 若 $\angle CAI = 35^\circ$, 则 $\angle OBC$ 的度数为 ()

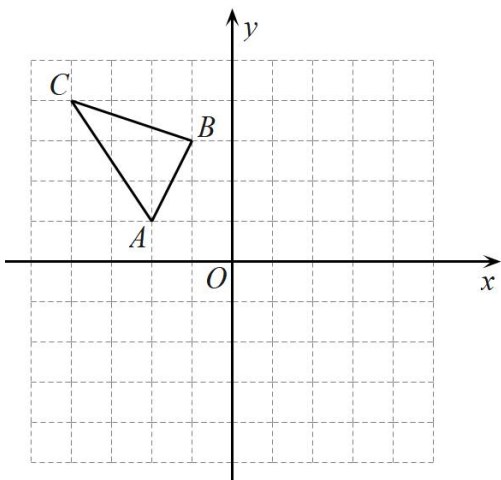


- A. 15° B. 17.5° C. 20° D. 25°

7. 若关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-1} + 1 = \frac{m}{1-x}$ 的解为非负数，则 m 的取值范围是 ()

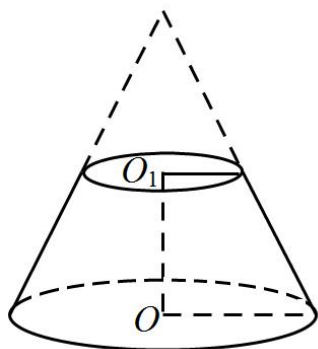
- A. $m \in 1$ 且 $m \neq -1$ B. $m \geq -1$ 且 $m \neq 1$ C. $m < 1$ 且 $m \neq -1$ D. $m > -1$ 且 $m \neq 1$

8. 如图，在直角坐标系中， $\triangle ABC$ 各点坐标分别为 $A(-2,1)$, $B(-1,3)$, $C(-4,4)$. 先作 $\triangle ABC$ 关于 x 轴成轴对称的 $\triangle A_1B_1C_1$, 再把 $\triangle A_1B_1C_1$ 平移后得到 $\triangle A_2B_2C_2$. 若 $B_2(2,1)$, 则点 A_2 坐标为 ()

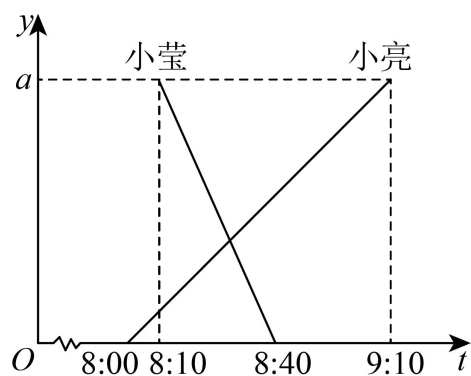


- A. $(1,5)$ B. $(1,3)$ C. $(5,3)$ D. $(5,5)$

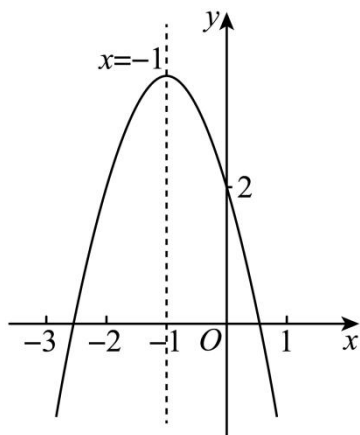
9. 如图，该几何体是由一个大圆锥截去上部的小圆锥后剩下的部分. 若该几何体上、下两个圆的半径分别为 1 和 2，原大圆锥高的剩余部分 OO_1 为 $\sqrt{2}$ ，则其侧面展开图的面积为 ()



- A. $\sqrt{3}\pi$ B. $2\sqrt{3}\pi$ C. $3\sqrt{3}\pi$ D. $4\sqrt{3}\pi$
10. 甲乙两地相距 a 千米，小亮 8:00 乘慢车从甲地去乙地，10 分钟后小莹乘快车从乙地赶往甲地. 两人分别距甲地的距离 y (千米) 与两人行驶时刻 t (×时×分) 的函数图象如图所示，则小亮与小莹相遇的时刻为 ()

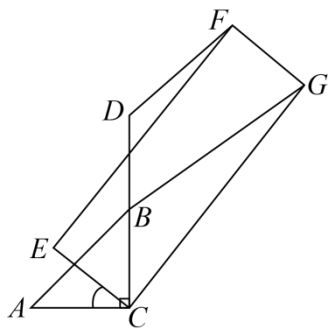


- A. 8:28 B. 8:30 C. 8:32 D. 8:35
11. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的部分图象如图所示，图象经过点 $(0, 2)$ ，其对称轴为直线 $x = -1$. 下列结论：① $3a + c > 0$ ；②若点 $(-4, y_1)$ ， $(3, y_2)$ 均在二次函数图象上，则 $y_1 > y_2$ ；③关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = -1$ 有两个相等的实数根；④满足 $ax^2 + bx + c > 2$ 的 x 的取值范围为 $-2 < x < 0$. 其中正确结论的个数为 ().



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

12. 如图，已知等腰直角 $\triangle ABC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = \sqrt{2}$ ，点 C 是矩形 $ECGF$ 与 $\triangle ABC$ 的公共顶点，且 $CE = 1$ ， $CG = 3$ ；点 D 是 CB 延长线上一点，且 $CD = 2$ ．连接 BG ， DF ，在矩形 $ECGF$ 绕点 C 按顺时针方向旋转一周的过程中，当线段 BG 达到最长和最短时，线段 DF 对应的长度分别为 m 和 n ，则 $\frac{m}{n}$ 的值为（ ）



- A. 2 B. 3 C. $\sqrt{10}$ D. $\sqrt{13}$

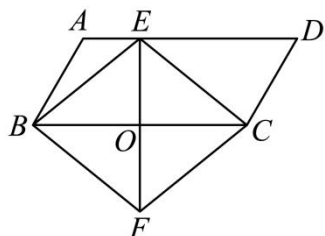
非选择题 (共 84 分)

二、填空题 (本题共 5 个小题，每小题 3 分，共 15 分．只要求填写最后结果)

13. 计算： $\left(\sqrt{48} - 3\sqrt{\frac{1}{3}}\right) \div \sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}}$.

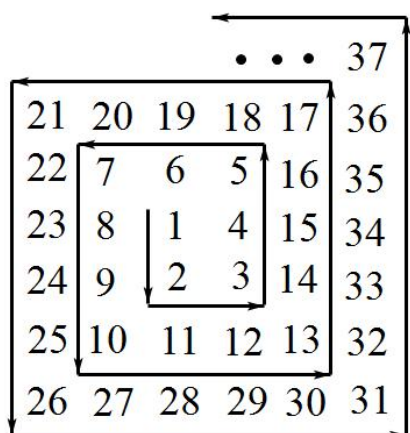
14. 若不等式组 $\begin{cases} \frac{x-1}{2} \geq \frac{x-2}{3} \\ 2x-m \geq x \end{cases}$ 的解集为 $x \geq m$ ，则 m 的取值范围是_____.

15. 如图，在 $ABCD$ 中， BC 的垂直平分线 EO 交 AD 于点 E ，交 BC 于点 O ，连接 BE ， CE ，过点 C 作 $CF \parallel BE$ ，交 EO 的延长线于点 F ，连接 BF ．若 $AD = 8$ ， $CE = 5$ ，则四边形 $BFCE$ 的面积为_____.



16. 在一个不透明的袋子中，装有五个分别标有数字 $-\sqrt{3}$, $\sqrt{6}$, 0 , 2 , π 的小球，这些小球除数字外其他完全相同。从袋子中随机摸出两个小球，两球上的数字之积恰好是有理数的概率为_____。

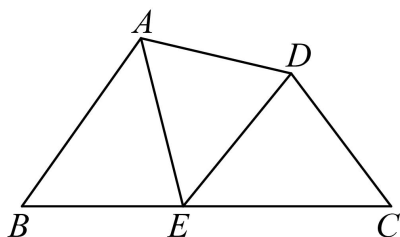
17. 如图，图中数字是从 1 开始按箭头方向排列的有序数阵。从 3 开始，把位于同一列且在拐角处的两个数字提取出来组成有序数对：(3,5)；(7,10)；(13,17)；(21,26)；(31,37)…。如果单把每个数对中的第一个或第二个数字按顺序排列起来研究，就会发现其中的规律。请写出第 n 个数对：_____。



三、解答题（本题共 8 个小题，共 69 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

18. 先化简，再求值： $\left(\frac{a}{a^2 - 4a + 4} + \frac{a+2}{2a - a^2} \right) \div \frac{2}{a^2 - 2a}$ ，其中 $a = \sqrt{2} + 2$ 。

19. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，点 E 是边 BC 上一点，且 $BE = CD$ ， $\angle B = \angle AED = \angle C$ 。

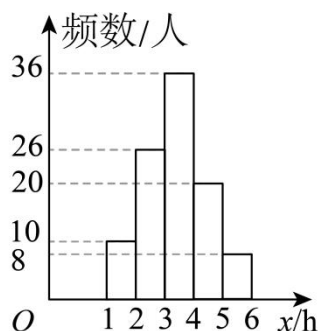


(1) 求证： $\angle EAD = \angle EDA$ ；

(2) 若 $\angle C = 60^\circ$ ， $DE = 4$ 时，求 $\triangle AED$ 的面积。

20. 某中学把开展课外经典阅读活动作为一项引领学生明是非、知荣辱、立志向、修言行的德育举措。为了调查活动开展情况，需要了解全校 2000 名学生一周的课外经典阅读时间。从本校学生中随机抽取 100 名进行调查，将调查的一周课外经典阅读的平均时间 x (h) 分为 5 组：① $1 \leq x < 2$ ；② $2 \leq x < 3$ ；③ $3 \leq x < 4$ ；④ $4 \leq x < 5$ ；⑤ $5 \leq x < 6$ ，并将调查结果用如图所示的统计图描述。

一周课外经典阅读的平均时间统计



根据以上信息，解答下列问题：

(1) 本次调查中，一周课外经典阅读的平均时间的众数和中位数分别落在第_____组和第_____组（填序号）；一周课外经典阅读的平均时间达到4小时的学生人数占被调查人数的百分比为_____；估计全校一周课外经典阅读的平均时间达到4小时的学生有_____人；

(2) 若把各组阅读时间的下限与上限的中间值近似看作该组的平均阅读时间，估计这100名学生一周课外经典阅读的平均时间是多少？

(3) 若把一周课外经典阅读的平均时间达到4小时的人数百分比超过40%，作为衡量此次开展活动成功的标准，请你评价此次活动，并提出合理化的建议。

21. 今年五一小长假期间，我市迎来了一个短期旅游高峰。某热门景点的门票价格规定见下表：

票的种类	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>
购票人数/人	1~50	51~100	100 以上
票价/元	50	45	40

某旅行社接待的甲、乙两个旅游团共102人（甲团人数多于乙团），在打算购买门票时，如果把两团联合作为一个团体购票会比两团分别各自购票节省730元。

(1) 求两个旅游团各有多少人？

(2) 一个人数不足50人的旅游团，当游客人数最低为多少人时，购买*B*种门票比购买*A*种门票节省？

22. 东昌湖西岸的明珠大剧院，隔湖与远处的角楼、城门楼、龙堤、南关桥等景观遥相呼应。如图所示，城门楼*B*在角楼*A*的正东方向520m处，南关桥*C*在城门楼*B*的正南方向1200m处。在明珠大剧院*P*测得角楼*A*在北偏东 68.2° 方向，南关桥*C*在南偏东 56.31° 方向（点*A*，*B*，*C*，*P*四点在同一平面内）。求明珠大剧院到龙堤*BC*的距离（结果精确到1m）。

（参考数据： $\sin 68.2^\circ \approx 0.928$ ， $\cos 68.2^\circ \approx 0.371$ ， $\tan 68.2^\circ \approx 2.50$ ， $\sin 56.31^\circ \approx 0.832$ ， $\cos 56.31^\circ \approx 0.555$ ， $\tan 56.31^\circ \approx 1.50$ ）

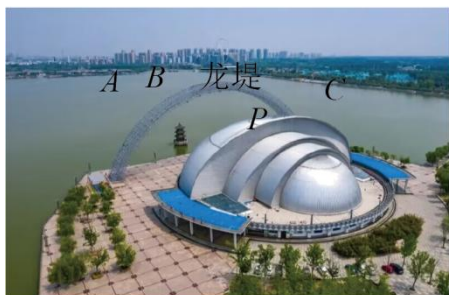


图 1

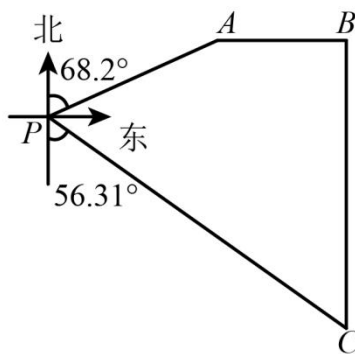
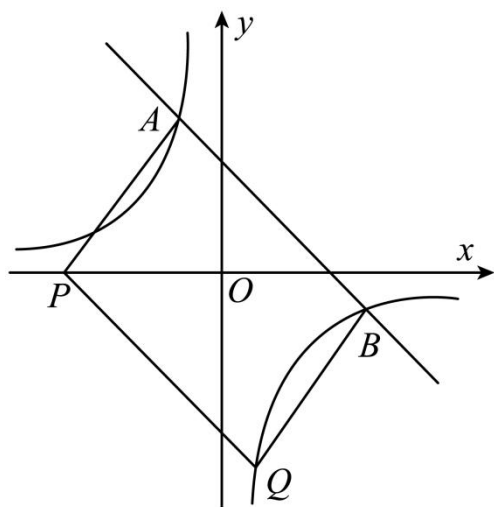


图 2

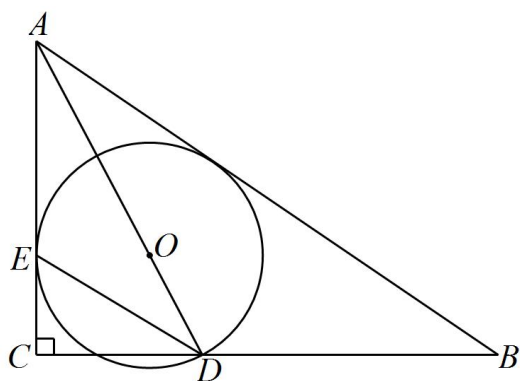
23. 如图，一次函数 $y = kx + b$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图像相交于 $A(-1, 4)$ ， $B(a, -1)$ 两点.



(1) 求反比例函数和一次函数的表达式；

(2) 点 $P(n, 0)$ 在 x 轴负半轴上，连接 AP ，过点 B 作 $BQ \parallel AP$ ，交 $y = \frac{m}{x}$ 的图像于点 Q ，连接 PQ 。当 $BQ = AP$ 时，若四边形 $APQB$ 的面积为 36，求 n 的值.

24. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle BAC$ 的平分线 AD 交 BC 于点 D ， $\angle ADC$ 的平分线 DE 交 AC 于点 E 。以 AD 上的点 O 为圆心， OD 为半径作 $\odot O$ ，恰好过点 E 。

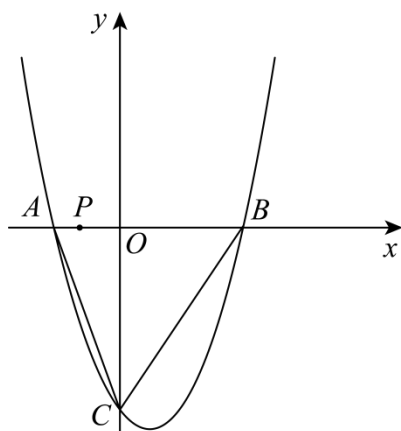


(1) 求证： AC 是 $\odot O$ 的切线；

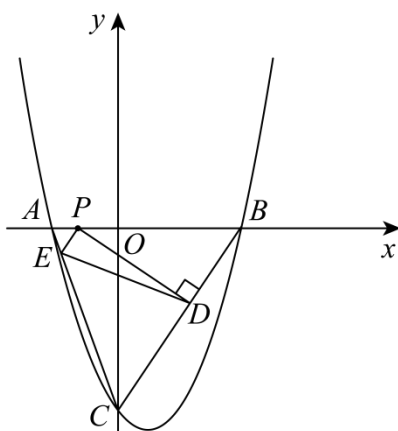
(2) 若 $CD=12$, $\tan \angle ABC = \frac{3}{4}$, 求 $\odot O$ 的半径.

25. 如图①, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 9$ 与 x 轴交于点 $A(-3, 0)$, $B(6, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 连接 AC , BC .

点 P 是 x 轴上任意一点.



图①



图②

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 点 Q 在抛物线上, 若以点 A, C, P, Q 为顶点, AC 为一边的四边形为平行四边形时, 求点 Q 的坐标;

(3) 如图②, 当点 $P(m, 0)$ 从点 A 出发沿 x 轴向点 B 运动时 (点 P 与点 A, B 不重合), 自点 P 分别作 $PE \parallel BC$, 交 AC 于点 E , 作 $PD \perp BC$, 垂足为点 D . 当 m 为何值时, PE 面积最大, 并求出最大值.

