

泰安市 2023 年初中学业水平考试数学试题

一、选择题

1. $-\frac{2}{3}$ 的倒数是 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$

2. 下列运算正确的是 ()

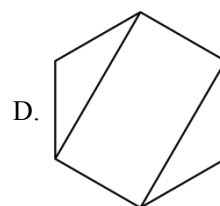
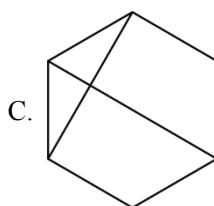
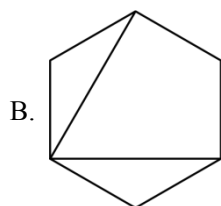
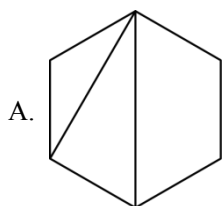
- A. $2a + 3b = 5ab$ B. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$
C. $(ab^2)^3 = a^3b^5$ D. $3a^3 \cdot (-4a^2) = -12a^5$

3. 2023 年 1 月 17 日，国家航天局公布了我国嫦娥五号月球样品的科研成果。科学家们通过对月球样品的研究，精确测定了月球的年龄是 20.3 亿年，数据 20.3 亿年用科学记数法表示为 ()

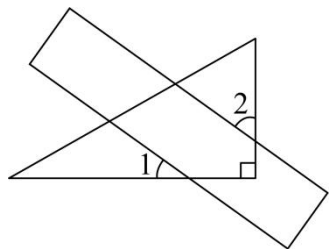


- A. 2.03×10^8 年 B. 2.03×10^9 年 C. 2.03×10^{10} 年 D. 20.3×10^9 年

4. 小亮以四种不同的方式连接正六边形的两条对角线，得到如下四种图形，则既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



5. 把一块直角三角板和一把直尺如图放置，若 $\angle 1 = 35^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数等于 ()



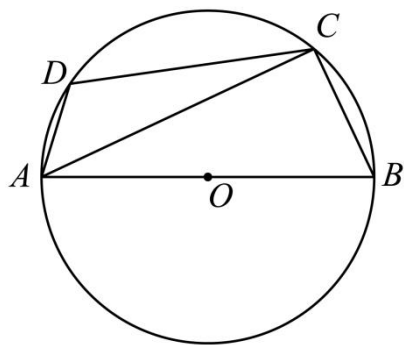
- A. 65° B. 55° C. 45° D. 60°

6. 为了解学生的身体素质状况，国家每年都会进行中小学生身体素质抽测。在今年的抽测中，某校九年级

二班随机抽取了10名男生进行引体向上测试，他们的成绩（单位：个）如下：7，11，10，11，6，14，11，10，11，9。根据这组数据判断下列结论中错误的是（ ）

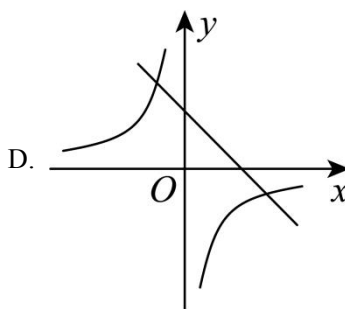
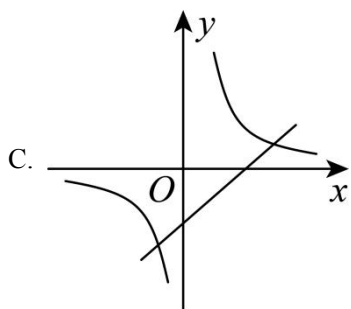
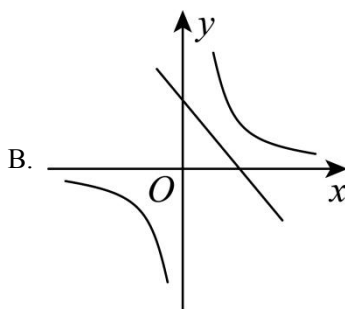
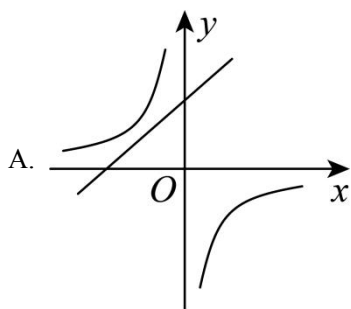
- A. 这组数据的众数是11
B. 这组数据的中位数是10
C. 这组数据的平均数是10
D. 这组数据的方差是4.6

7. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， D, C 是 $\odot O$ 上的点， $\angle ADC = 115^\circ$ ，则 $\angle BAC$ 的度数是（ ）

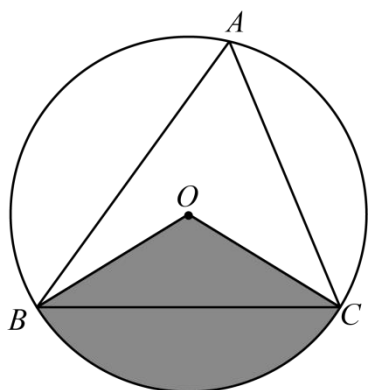


- A. 25° B. 30° C. 35° D. 40°

8. 一次函数 $y = ax + b$ 与反比例函数 $y = \frac{ab}{x}$ (a, b 为常数且均不等于 0) 在同一坐标系内的图象可能是（ ）



9. 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，半径为 4，连接 OB, OC, OA ，若 $\angle CAO = 40^\circ$ ， $\angle ACB = 70^\circ$ ，则阴影部分的面积是（ ）

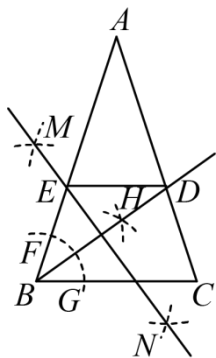


- A. $\frac{4}{3}\pi$ B. $\frac{8}{3}\pi$ C. $\frac{16}{3}\pi$ D. $\frac{32}{3}\pi$

10. 《九章算术》是我国古代数学的经典著作，书中有一个问题：“今有黄金九枚，白银一十一枚，称之重适等，交易其一，金轻十三两，问金、银各重几何？”意思是：甲袋中装有黄金9枚（每枚黄金重量相同），乙袋中装有白银11枚（每枚白银重量相同），称重两袋相等，两袋互相交换1枚后，甲袋比乙袋轻了13两（袋子重量忽略不计），问黄金、白银每枚各重多少两？设每枚黄金重 x 两，每枚白银重 y 两。根据题意得（ ）

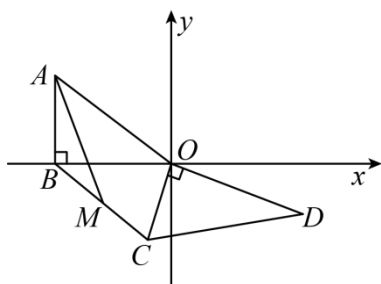
- A. $\begin{cases} 11x = 9y, \\ (10y + x) - (8x + y) = 13. \end{cases}$ B. $\begin{cases} 10y + x = 8x + y, \\ 9x + 13 = 11y. \end{cases}$
- C. $\begin{cases} 9x = 11y, \\ (10y + x) - (8x + y) = 13. \end{cases}$ D. $\begin{cases} 9x = 11y \\ (8x + y) - (10y + x) = 13. \end{cases}$

11. 如图， $\triangle ABC$ 是等腰三角形， $AB = AC$ ， $\angle A = 36^\circ$ 。以点 B 为圆心，任意长为半径作弧，交 AB 于点 F ，交 BC 于点 G ，分别以点 F 和点 G 为圆心，大于 $\frac{1}{2}FG$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 H ，作射线 BH 交 AC 于点 D ；分别以点 B 和点 D 为圆心，大于 $\frac{1}{2}BD$ 的长为半径作弧，两弧相交于 M 、 N 两点，作直线 MN 交 AB 于点 E ，连接 DE 。下列四个结论：① $\angle AED = \angle ABC$ ；② $BC = AE$ ；③ $ED = \frac{1}{2}BC$ ；④当 $AC = 2$ 时， $AD = \sqrt{5} - 1$ 。其中正确结论的个数是（ ）



- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

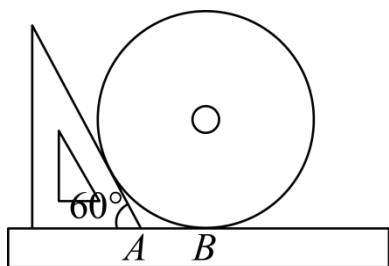
12. 如图，在平面直角坐标系中， $\text{Rt}\triangle AOB$ 的一条直角边 OB 在 x 轴上，点 A 的坐标为 $(-6,4)$ ； $\text{Rt}\triangle COD$ 中， $\angle COD = 90^\circ$ ， $OD = 4\sqrt{3}$ ， $\angle D = 30^\circ$ ，连接 BC ，点 M 是 BC 中点，连接 AM 。将 $\text{Rt}\triangle COD$ 以点 O 为旋转中心按顺时针方向旋转，在旋转过程中，线段 AM 的最小值是（ ）



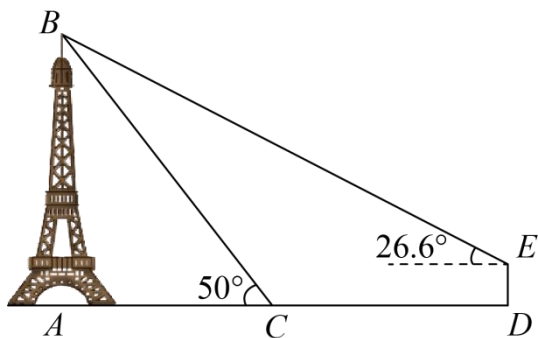
- A. 3 B. $6\sqrt{2} - 4$ C. $2\sqrt{13} - 2$ D. 2

二、填空题

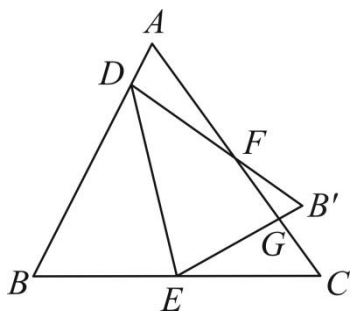
13. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x - a = 0$ 有两个不相等的实数根，则 a 的取值范围是_____。
14. 为了测量一个圆形光盘的半径，小明把直尺、光盘和三角尺按图所示放置于桌面上，并量出 $AB = 4\text{cm}$ ，则这张光盘的半径是_____cm。（精确到 0.1cm，参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）



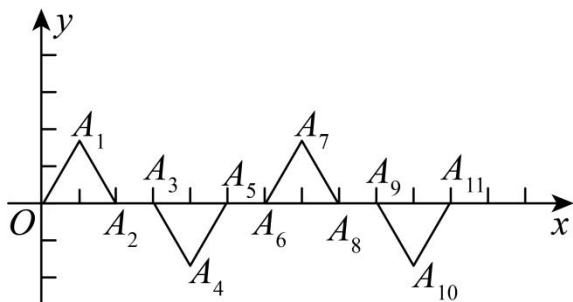
15. 二次函数 $y = -x^2 - 3x + 4$ 的最大值是_____。
16. 在一次综合实践活动中，某学校数学兴趣小组对一电视发射塔的高度进行了测量。如图，在塔前 C 处，测得该塔顶端 B 的仰角为 50° ，后退 60m（ $CD = 60\text{m}$ ）到 D 处有一平台，在高 2m（ $DE = 2\text{m}$ ）的平台上的 E 处，测得 B 的仰角为 26.6° 。则该电视发射塔的高度 AB 为_____m。（精确到 1m，参考数据： $\tan 50^\circ \approx 1.2, \tan 26.6^\circ \approx 0.5$ ）



17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC = 16$, 点 D 在 AB 上, 点 E 在 BC 上, 点 B 关于直线 DE 的轴对称点为点 B' , 连接 DB' , EB' , 分别与 AC 相交于 F 点, G 点, 若 $AF = 8$, $DF = 7$, $B'F = 4$, 则 CG 的长度为_____.



18. 已知, $\triangle OA_1A_2, \triangle A_3A_4A_5, \triangle A_6A_7A_8, \dots$ 都是边长为 2 的等边三角形, 按下图所示摆放. 点 $A_2, A_3, A_5, \dots$ 都在 x 轴正半轴上, 且 $A_2A_3 = A_5A_6 = A_8A_9 = \dots = 1$, 则点 A_{2023} 的坐标是_____.

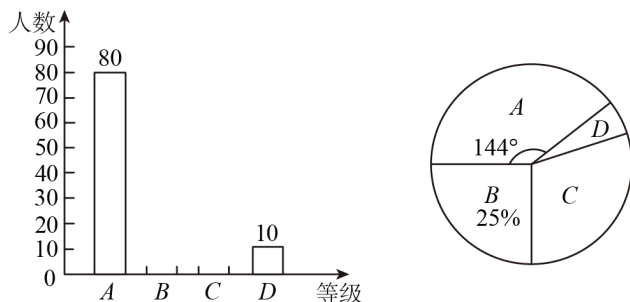


三、解答题

19. (1) 化简: $\left(2 - \frac{x-1}{x+2}\right) \div \frac{x^2+10x+25}{x^2-4}$;

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x+7 > 3 \\ \frac{x+1}{3} > \frac{x-1}{2} \end{cases}$$

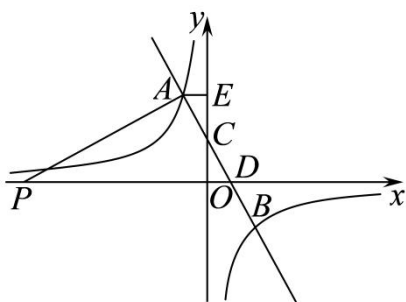
20. 2022 年 10 月 16 日至 10 月 22 日, 中国共产党第二十次全国代表大会在北京召开. 为激励青少年争做党的事业接班人, 某市团市委在党史馆组织了“红心永向党”为主题的知识竞赛, 依据得分情况将获奖结果分为四个等级: A 级为特等奖, B 级为一等奖, C 级为二等奖, D 级为优秀奖. 并将统计结果绘制成了如图所示的两幅不完整的统计图.



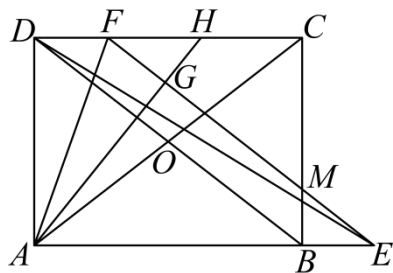
请根据相关信息解答下列问题:

- (1) 本次竞赛共有_____名选手获奖, 扇形统计图中扇形 C 的圆心角度数是_____度;
- (2) 补全条形统计图;
- (3) 若该党史馆有一个入口, 三个出口. 请用树状图或列表法, 求参赛选手小丽和小颖由馆内恰好从同一出口走出的概率.

21. 如图, 一次函数 $y_1 = -2x + 2$ 的图象与反比例函数 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图象分别交于点 A , 点 B , 与 y 轴, x 轴分别交于点 C , 点 D , 作 $AE \perp y$ 轴, 垂足为点 E , $OE = 4$.



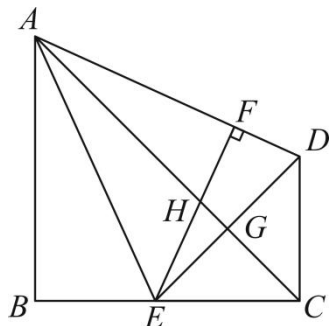
- (1) 求反比例函数的表达式;
 - (2) 在第二象限内, 当 $y_1 < y_2$ 时, 直接写出 x 的取值范围;
 - (3) 点 P 在 x 轴负半轴上, 连接 PA , 且 $PA \perp AB$, 求点 P 坐标.
22. 为进行某项数学综合与实践活动, 小明到一个批发兼零售的商店购买所需工具. 该商店规定一次性购买该工具达到一定数量后可以按批发价付款, 否则按零售价付款. 小明如果给学校九年级学生每人购买一个, 只能按零售价付款, 需用 3600 元; 如果多购买 60 个, 则可以按批发价付款, 同样需用 3600 元, 若按批发价购买 60 个与按零售价购买 50 个所付款相同, 求这个学校九年级学生有多少人?
23. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 点 F 是 DC 边上的一点, 连接 AF , 将 $\triangle ADF$ 沿直线 AF 折叠, 点 D 落在点 G 处, 连接 AG 并延长交 DC 于点 H , 连接 FG 并延长交 BC 于点 M , 交 AB 的延长线于点 E , 且 $AC = AE$.



(1) 求证：四边形 $DBEF$ 是平行四边形；

(2) 求证： $FH = ME$.

24. 如图， $\triangle ABC$ 、 $\triangle CDE$ 是两个等腰直角三角形， $EF \perp AD$.



(1) 当 $AF = DF$ 时，求 $\angle AED$ ；

(2) 求证： $\triangle EHG \sim \triangle ADG$ ；

(3) 求证： $\frac{AE}{EH} = \frac{AC}{HC}$.

25. 如图 1，二次函数 $y = ax^2 + bx + 4$ 的图象经过点 $A(-4, 0)$ 、 $B(-1, 0)$.

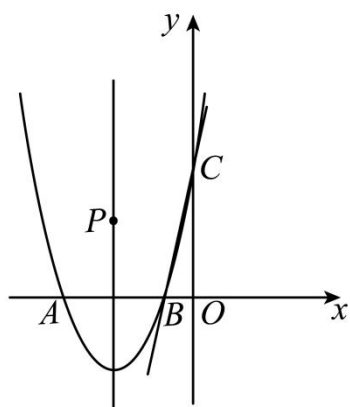


图1

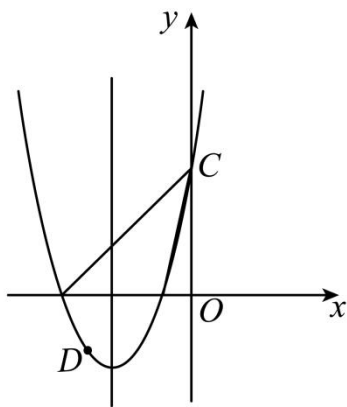


图2

(1) 求二次函数的表达式；

(2) 若点 P 在二次函数对称轴上，当 $\triangle BCP$ 面积为 5 时，求 P 坐标；

(3) 小明认为，在第三象限抛物线上有一点 D ，使 $\angle DAB + \angle ACB = 90^\circ$ ；请判断小明的说法是否正确，如果正确，请求出 D 的坐标；如果不正确，请说明理由.

