

日照市 2023 年初中学业水平考试数学试题

(满分 120 分，时间 120 分钟)

注意事项：

1. 本试题分第 I 卷和第 II 卷两部分，共 6 页。答卷前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、准考证号、座号等填写在答题卡规定的位置上。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。
2. 第 I 卷每小题选出答案后，必须用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，先用橡皮擦干净，再改涂其它答案标号。
3. 第 II 卷必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内，在试卷上答题不得分；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案。

第 I 卷 (选择题 36 分)

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将符合题目要求选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上。

1. 计算： $2 - (-3)$ 的结果是 ()

- A. 5 B. 1 C. -1 D. -5

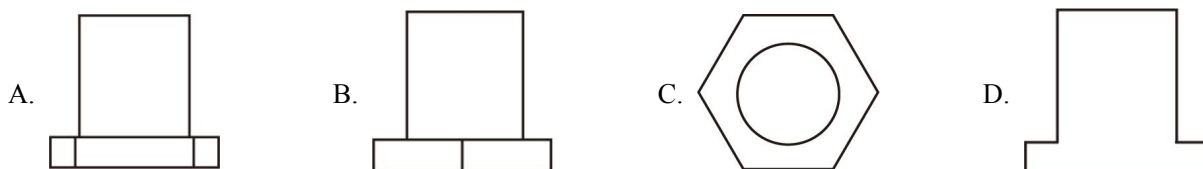
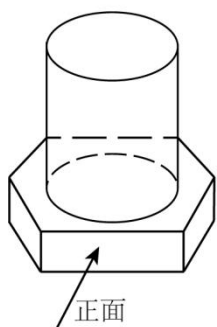
2. 窗花是贴在窗子或窗户上的剪纸，是中国古老的传统民间艺术之一。下列窗花作品既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



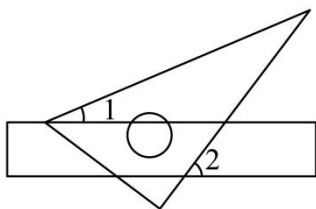
3. 芯片内部有数以亿计的晶体管，为追求更高质量的芯片和更低的电力功耗，需要设计 4 积更小的晶体管。目前，某品牌手机自主研发了最新型号芯片，其晶体管栅极的宽度为 0.000000014 米，将数据 0.000000014 用科学记数法表示为 ()

- A. 1.4×10^{-8} B. 14×10^{-7} C. 0.14×10^{-6} D. 1.4×10^{-9}

4. 如图所示的几何体的俯视图可能是 ()



5. 在数学活动课上，小明同学将含 30° 角的直角三角板的一个顶点按如图方式放置在直尺上，测得 $\angle 1 = 23^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数是 () .



- A. 23° B. 53° C. 60° D. 67°

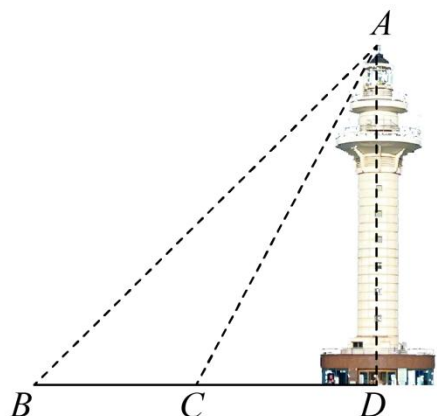
6. 下列计算正确的是 ()

- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(-2m^2)^3 = -8m^6$ C. $(x+y)^2 = x^2 + y^2$ D. $2ab + 3a^2b = 5a^3b^2$

7. 《九章算术》是中国古代重要的数学著作，其中“盈不足术”记载：今有共买鸡，人出九，盈十一；人出六，不足十六．问人数鸡价各几何？译文：今有人合伙买鸡，每人出 9 钱，会多出 11 钱；每人出 6 钱，又差 16 钱．问人数、买鸡的钱数各是多少？设人数为 x ，可列方程为 ()

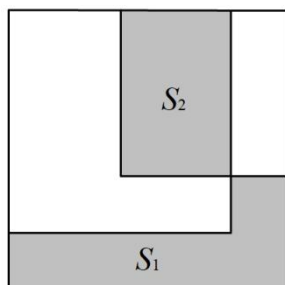
- A. $9x + 11 = 6x + 16$ B. $9x - 11 = 6x - 16$ C. $9x + 11 = 6x - 16$ D. $9x - 11 = 6x + 16$

8. 日照灯塔是日照海滨港口城市的标志性建筑之一，主要为日照近海及进出日照港的船舶提供导航服务．数学小组的同学要测量灯塔的高度，如图所示，在点 B 处测得灯塔最高点 A 的仰角 $\angle ABD = 45^\circ$ ，再沿 BD 方向前进至 C 处测得最高点 A 的仰角 $\angle ACD = 60^\circ$ ， $BC = 15.3\text{m}$ ，则灯塔的高度 AD 大约是 () (结果精确到 1m ，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$)



- A. 31m B. 36m C. 42m D. 53m

9. 已知直角三角形的三边 a, b, c 满足 $c > a > b$, 分别以 a, b, c 为边作三个正方形, 把两个较小的正方形放置在最大正方形内, 如图, 设三个正方形无重叠部分的面积为 S_1 , 均重叠部分的面积为 S_2 , 则 ()



- A. $S_1 > S_2$ B. $S_1 < S_2$ C. $S_1 = S_2$ D. S_1, S_2 大小无法确定

10. 若关于 x 的方程 $\frac{x}{x-1} - 2 = \frac{3m}{2x-2}$ 解为正数, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $m > -\frac{2}{3}$ B. $m < \frac{4}{3}$ C. $m > -\frac{2}{3}$ 且 $m \neq 0$ D. $m < \frac{4}{3}$ 且 $m \neq \frac{2}{3}$

11. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = ax^2 + bx (a \neq 0)$, 满足 $\begin{cases} 3a+b > 0 \\ a+b < 0 \end{cases}$, 已知点 $(-3, m)$, $(2, n)$,

$(4, t)$ 在该抛物线上, 则 m, n, t 的大小关系为 ()

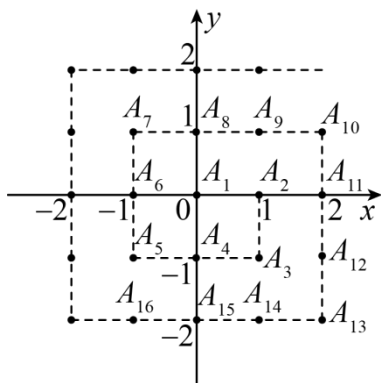
- A. $t < n < m$ B. $m < t < n$ C. $n < t < m$ D. $n < m < t$

12. 数学家高斯推动了数学科学的发展, 被数学界誉为“数学王子”, 据传, 他在计算 $1+2+3+4+\cdots+100$

时, 用到了一种方法, 将首尾两个数相加, 进而得到 $1+2+3+4+\cdots+100 = \frac{100 \times (1+100)}{2}$. 人们借助于

这样的方法, 得到 $1+2+3+4+\cdots+n = \frac{n(1+n)}{2}$ (n 是正整数). 有下列问题, 如图, 在平面直角坐标系

中的一系列格点 $A_i(x_i, y_i)$ ，其中 $i=1, 2, 3, \dots, n, \dots$ ，且 x_i, y_i 是整数. 记 $a_n = x_n + y_n$ ，如 $A_1(0, 0)$ ，即 $a_1 = 0, A_2(1, 0)$ ，即 $a_2 = 1, A_3(1, -1)$ ，即 $a_3 = 0, \dots$ ，以此类推. 则下列结论正确的是 ()



- A. $a_{2023} = 40$ B. $a_{2024} = 43$ C. $a_{(2n-1)^2} = 2n - 6$ D. $a_{(2n-1)^2} = 2n - 4$

第Ⅱ卷 (非选择题 84 分)

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分. 不需写出解答过程，请将答案直接写在答题卡相应位置上.

13. 分解因式： $a^3b - ab =$ _____.

14. 若点 $M(m+3, m-1)$ 在第四象限，则 m 的取值范围是_____.

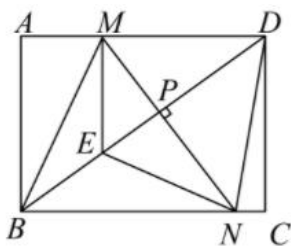
15. 已知反比例函数 $y = \frac{6-3k}{x}$ ($k > 1$ 且 $k \neq 2$) 的图象与一次函数 $y = -7x + b$ 的图象共有两个交点，且

两交点横坐标的乘积 $x_1 \cdot x_2 > 0$ ，请写出一个满足条件的 k 值_____.

16. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 6$ ， $AD = 8$ ，点 P 在对角线 BD 上，过点 P 作 $MN \perp BD$ ，交边 AD ， BC 于点 M ， N ，过点 M 作 $ME \perp AD$ 交 BD 于点 E ，连接 EN ， BM ， DN . 下列结论：① $EM = EN$ ；②四

边形 $MBND$ 的面积不变；③当 $AM : MD = 1 : 2$ 时， $S_{\triangle MPE} = \frac{96}{25}$ ；④ $BM + MN + ND$ 的最小值是 20. 其

中所有正确结论的序号是_____.



三、解答题：本题共 6 个小题，满分 72 分. 请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要

的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (1) 化简: $\sqrt{8} - |1 - \sqrt{2}| + 2^{-2} - 2 \times \sin 45^\circ$;

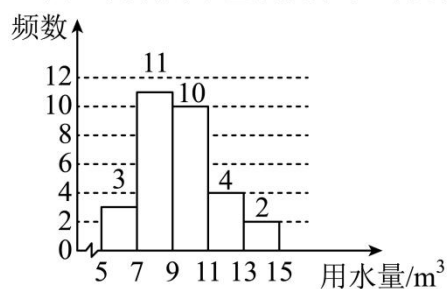
(2) 先化简, 再求值: $\left(\frac{x^2-2}{x-2} - x\right) \div \frac{x-1}{x^2-4x+4}$, 其中 $x = -\frac{1}{2}$.

18. 2023 年 3 月 22 日至 28 日是第三十届“中国水周”, 某学校组织开展主题为“节约用水, 共护母亲河”的社会实践活动. A 小组在甲、乙两个小区各随机抽取 30 户居民, 统计其 3 月份用水量, 分别将两个小区居民的用水量 $x(\text{m}^3)$ 分为 5 组, 第一组: $5 \leq x < 7$, 第二组: $7 \leq x < 9$, 第三组: $9 \leq x < 11$, 第四组: $11 \leq x < 13$, 第五组: $13 \leq x < 15$, 并对数据进行整理、描述和分析, 得到如下信息:

信息一:

甲小区 3 月份用水量频数分布表	
用水量 (x/m)	频数 (户)
$5 \leq x < 7$	4
$7 \leq x < 9$	9
$9 \leq x < 11$	10
$11 \leq x < 13$	5
$13 \leq x < 15$	2

乙小区 3 月份用水量频数分布直方图



信息二: 甲、乙两小区 3 月份用水量数据的平均数和中位数如下:

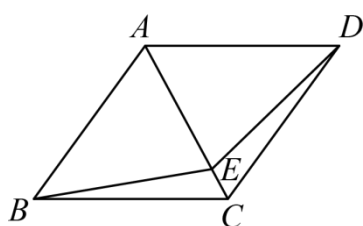
	甲小区	乙小区
平均数	9.0	9.1
中位数	9.2	a

信息三: 乙小区 3 月份用水量在第三组的数据为: 9, 9.2, 9.4, 9.5, 9.6, 9.7, 10, 10.3, 10.4, 10.6.

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) $a =$ _____；
- (2) 在甲小区抽取的用户中，3月份用水量低于本小区平均用水量的户数所占百分比为 b_1 ，在乙小区抽取的用户中，3月份用水量低于本小区平均用水量的户数所占百分比为 b_2 ，比较 b_1 ， b_2 大小，并说明理由；
- (3) 若甲小区共有 600 户居民，乙小区共有 750 户居民，估计两个小区 3 月份用水量不低于 13m^3 的总户数；
- (4) 因任务安排，需在 B 小组和 C 小组分别随机抽取 1 名同学加入 A 小组，已知 B 小组有 3 名男生和 1 名女生， C 小组有 2 名男生和 2 名女生，请用列表或画树状图的方法，求抽取的两名同学都是男生的概率.

19. 如图，平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 是对角线 AC 上一点，连接 BE ， DE ，且 $BE = DE$.



- (1) 求证：四边形 $ABCD$ 是菱形；
- (2) 若 $AB = 10, \tan \angle BAC = 2$ ，求四边形 $ABCD$ 的面积.
20. 要制作 200 个 A ， B 两种规格的顶部无盖木盒， A 种规格是长、宽、高都为 20cm 的正方体无盖木盒， B 种规格是长、宽、高各为 20cm，20cm，10cm 的长方体无盖木盒，如图 1. 现有 200 张规格为 $40\text{cm} \times 40\text{cm}$ 的木板材，对该种木板材有甲、乙两种切割方式，如图 2. 切割、拼接等板材损耗忽略不计.

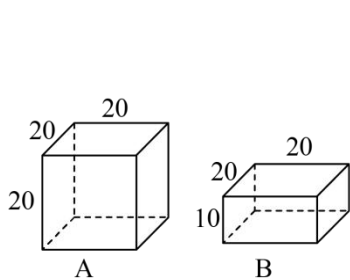


图1

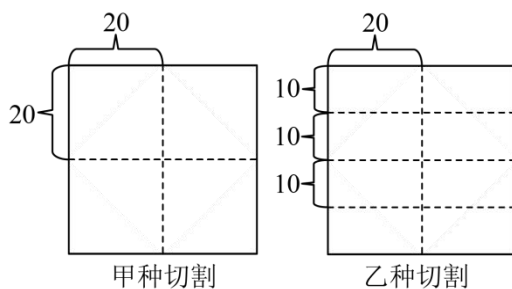


图2

- (1) 设制作 A 种木盒 x 个，则制作 B 种木盒 _____ 个；若使用甲种方式切割的木板材 y 张，则使用乙种方式切割的木板材 _____ 张；
- (2) 该 200 张木板材恰好能做成 200 个 A 和 B 两种规格的无盖木盒，请分别求出 A ， B 木盒的个数和使用甲，乙两种方式切割的木板材张数；
- (3) 包括材质等成本在内，用甲种切割方式的木板材每张成本 5 元，用乙种切割方式的木板材每张成本 8

元. 根据市场调研, A 种木盒的销售单价定为 a 元, B 种木盒的销售单价定为 $\left(20 - \frac{1}{2}a\right)$ 元, 两种木盒的销售单价均不能低于 7 元, 不超过 18 元. 在 (2) 的条件下, 两种木盒的销售单价分别定为多少元时, 这批木盒的销售利润最大, 并求出最大利润.

21. 在探究“四点共圆的条件”的数学活动课上, 小霞小组通过探究得出: 在平面内, 一组对角互补的四边形的四个顶点共圆. 请应用此结论. 解决以下问题:

如图 1, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = \alpha$ ($60^\circ < \alpha < 180^\circ$). 点 D 是 BC 边上的一动点 (点 D 不与 B , C 重合), 将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 α 到线段 AE , 连接 BE .

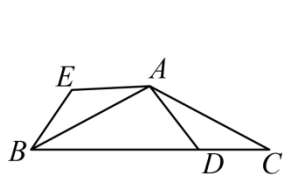


图1

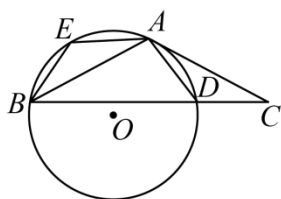
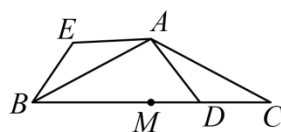


图2



备用图

- (1) 求证: A, E, B, D 四点共圆;
- (2) 如图 2, 当 $AD = CD$ 时, $\odot O$ 是四边形 $AEBD$ 的外接圆, 求证: AC 是 $\odot O$ 的切线;
- (3) 已知 $\alpha = 120^\circ$, $BC = 6$, 点 M 是边 BC 的中点, 此时 $\odot P$ 是四边形 $AEBD$ 的外接圆, 直接写出圆心 P 与点 M 距离的最小值.

22. 在平面直角坐标系 xOy 内, 抛物线 $y = -ax^2 + 5ax + 2$ ($a > 0$) 交 y 轴于点 C , 过点 C 作 x 轴的平行线交该抛物线于点 D .

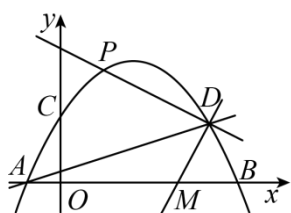
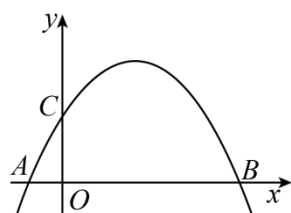


图1



备用图

- (1) 求点 C, D 的坐标;
- (2) 当 $a = \frac{1}{3}$ 时, 如图 1, 该抛物线与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 点 P 为直线 AD 上方抛物线上一点, 将直线 PD 沿直线 AD 翻折, 交 x 轴于点 $M(4, 0)$, 求点 P 的坐标;
- (3) 坐标平面内有两点 $E\left(\frac{1}{a}, a+1\right), F(5, a+1)$, 以线段 EF 为边向上作正方形 $EFGH$.
①若 $a = 1$, 求正方形 $EFGH$ 的边与抛物线的所有交点坐标;

②当正方形 $EFGH$ 的边与该抛物线有且仅有两个交点, 且这两个交点到 x 轴的距离之差为 $\frac{5}{2}$ 时, 求 a 的值.

