

二〇二三年东营市初中学业水平考试数学试题

(总分 120 分, 考试时间 120 分钟)

第 I 卷 (选择题 共 30 分)

一、选择题：本大题共 10 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来。每小题选对得 3 分，选错、不选或选出的答案超过一个均记零分。

1. -2 的相反数是 ()

A. -2

B. 2

C. $-\frac{1}{2}$

D. $\frac{1}{2}$

2. 下列运算结果正确的是 ()

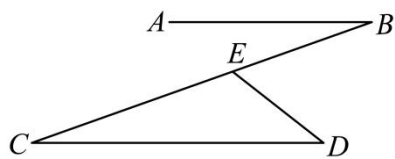
A. $x^3 \cdot x^3 = x^9$

B. $2x^3 + 3x^3 = 5x^6$

C. $(2x^2)^3 = 6x^6$

D. $(2+3x)(2-3x) = 4-9x^2$

3. 如图, $AB \parallel CD$, 点 E 在线段 BC 上 (不与点 B, C 重合), 连接 DE , 若 $\angle D = 40^\circ$, $\angle BED = 60^\circ$, 则 $\angle B =$ ()



A. 10°

B. 20°

C. 40°

D. 60°

4. 剪纸是中国最古老的民间艺术之一, 先后入选中国国家级非物质文化遗产名录和人类非物质文化遗产代表作名录. 小文购买了以“剪纸图案”为主题的 5 张书签, 他想送给好朋友小乐一张. 小文将书签背面朝上 (背面完全相同), 让小乐从中随机抽取一张, 则小乐抽到的书签图案既是轴对称图形又是中心对称图形的概率是 ()



A. $\frac{4}{5}$

B. $\frac{3}{5}$

C. $\frac{2}{5}$

D. $\frac{1}{5}$

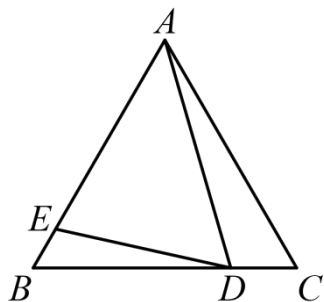
5. 为扎实推进“五育”并举工作, 加强劳动教育, 东营市某中学针对七年级学生开设了“跟我学面点”烹饪课程, 课程开设后学校花费 6000 元购进第一批面粉, 用完后学校又花费 9600 元购进了第二批面粉, 第二批面粉的采购量是第一批采购量的 1.5 倍, 但每千克面粉价格提高了 0.4 元. 设第一批面粉采购量为 x 千克, 依题意所列方程正确的是 ()

A. $\frac{9600}{1.5x} - \frac{6000}{x} = 0.4$ B. $\frac{9600}{x} - \frac{6000}{1.5x} = 0.4$ C. $\frac{6000}{1.5x} - \frac{9600}{x} = 0.4$ D. $\frac{6000}{x} - \frac{9600}{1.5x} = 0.4$

6. 如果圆锥侧面展开图的面积是 15π ，母线长是 5，则这个圆锥的底面半径是 ()

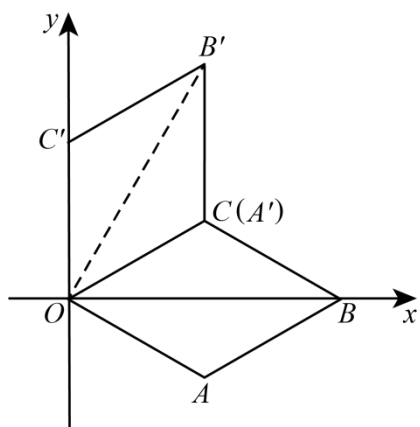
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

7. 如图， $\triangle ABC$ 为等边三角形，点 D ， E 分别在边 BC ， AB 上， $\angle ADE = 60^\circ$ ，若 $BD = 4DC$ ， $DE = 2.4$ ，则 AD 的长为 ()



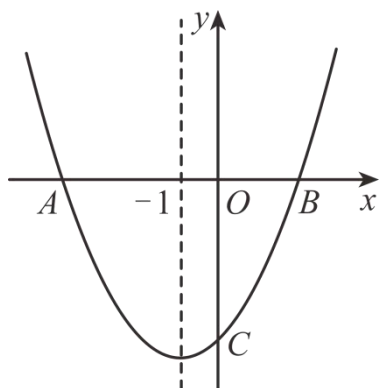
- A. 1.8 B. 2.4 C. 3 D. 3.2

8. 如图，在平面直角坐标系中，菱形 $OABC$ 的边长为 $2\sqrt{6}$ ，点 B 在 x 轴的正半轴上，且 $\angle AOC = 60^\circ$ ，将菱形 $OABC$ 绕原点 O 逆时针方向旋转 60° ，得到四边形 $OA'B'C'$ (点 A' 与点 C 重合)，则点 B' 的坐标是 ()



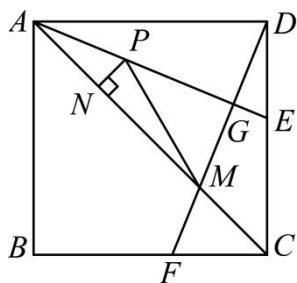
- A. $(3\sqrt{6}, 3\sqrt{2})$ B. $(3\sqrt{2}, 3\sqrt{6})$ C. $(3\sqrt{2}, 6\sqrt{2})$ D. $(6\sqrt{2}, 3\sqrt{6})$

9. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 A ， B ，与 y 轴交于点 C ，对称轴为直线 $x = -1$ ，若点 A 的坐标为 $(-4, 0)$ ，则下列结论正确的是 ()



- A. $2a + b = 0$
- B. $4a - 2b + c > 0$
- C. $x = 2$ 是关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的一个根
- D. 点 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 在抛物线上, 当 $x_1 > x_2 > -1$ 时 $y_1 < y_2 < 0$

10. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 4, 点 E , F 分别在边 DC , BC 上, 且 $BF = CE$, AE 平分 $\angle CAD$, 连接 DF , 分别交 AE , AC 于点 G , M , P 是线段 AG 上的一个动点, 过点 P 作 $PN \perp AC$ 垂足为 N , 连接 PM , 有下列四个结论: ① AE 垂直平分 DM ; ② $PM + PN$ 的最小值为 $3\sqrt{2}$; ③ $CF^2 = GE \cdot AE$; ④ $S_{\triangle ADM} = 6\sqrt{2}$. 其中正确的是 ()



- A. ①② B. ②③④ C. ①③④ D. ①③

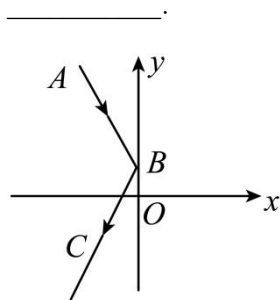
第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 8 小题, 其中 11-14 题每小题 3 分, 15-18 题每小题 4 分, 共 28 分. 只要求填写最后结果.

11. 我国古代数学家祖冲之推算出 π 的近似值为 $\frac{355}{113}$, 它与 π 的误差小于 0.0000003, 将 0.0000003 用科学记数法可以表示为_____.

12. 因式分解: $3ma^2 - 6mab + 3mb^2 =$ _____.

13. 如图, 一束光线从点 $A(-2, 5)$ 出发, 经过 y 轴上的点 $B(0, 1)$ 反射后经过点 $C(m, n)$, 则 $2m - n$ 的值是



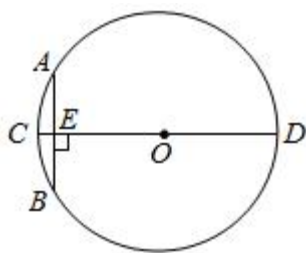
14. 为备战东营市第十二届运动会，某县区对甲、乙、丙、丁四名射击运动员进行射击测试，他们射击测试成绩的平均数 $\bar{x}$ （单位：环）及方差 S^2 （单位：环²）如下表所示：

	甲	乙	丙	丁
$\bar{x}$	9.6	8.9	9.6	9.6
S^2	1.4	0.8	2.3	0.8

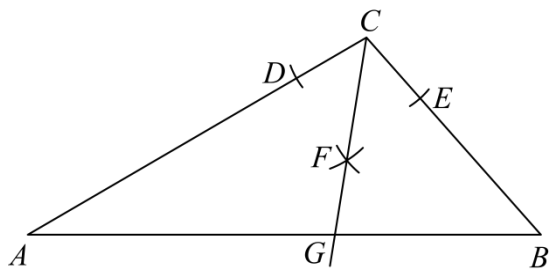
根据表中数据，要从中选择一名成绩好且发挥稳定的运动员参加比赛，应选择_____.

15. 一艘船由 A 港沿北偏东 60° 方向航行 30km 至 B 港，然后再沿北偏西 30° 方向航行 40km 至 C 港，则 A 、 C 两港之间的距离为_____ km .

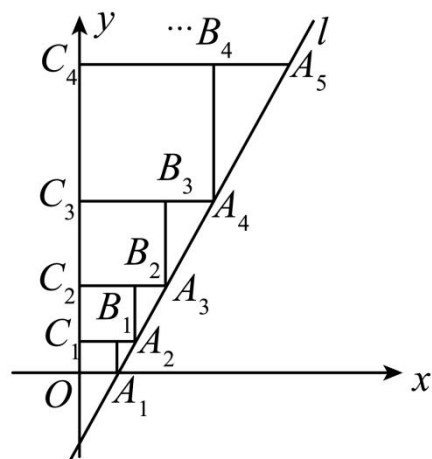
16. “圆材埋壁”是我国古代数学名著《九章算术》中的一个问题：“今有圆材，埋在壁中，不知大小，以锯锯之，深一寸，锯道长一尺. 问：径几何？”. 用现在的几何语言表达即：如图， CD 为 $\odot O$ 的直径，弦 $AB \perp CD$ ，垂足为点 E ， $CE = 1$ 寸， $AB = 10$ 寸，则直径 CD 的长度是_____ 寸.



17. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，以点 C 为圆心，任意长为半径作弧，分别交 AC ， BC 于点 D ， E ；分别以点 D ， E 为圆心，大于 $\frac{1}{2}DE$ 的长为半径作弧，两弧交于点 F ；作射线 CF 交 AB 于点 G ，若 $AC = 9$ ， $BC = 6$ ， $\triangle BCG$ 的面积为 8 ，则 $\triangle ACG$ 的面积为_____.



18. 如图，在平面直角坐标系中，直线 $l: y = \sqrt{3}x - \sqrt{3}$ 与 x 轴交于点 A_1 ，以 OA_1 为边作正方形 $A_1B_1C_1O$ 点 C_1 在 y 轴上，延长 C_1B_1 交直线 l 于点 A_2 ，以 C_1A_2 为边作正方形 $A_2B_2C_2C_1$ ，点 C_2 在 y 轴上，以同样的方式依次作正方形 $A_3B_3C_3C_2$ ， $\dots$ ，正方形 $A_{2023}B_{2023}C_{2023}C_{2022}$ ，则点 B_{2023} 的横坐标是_____.

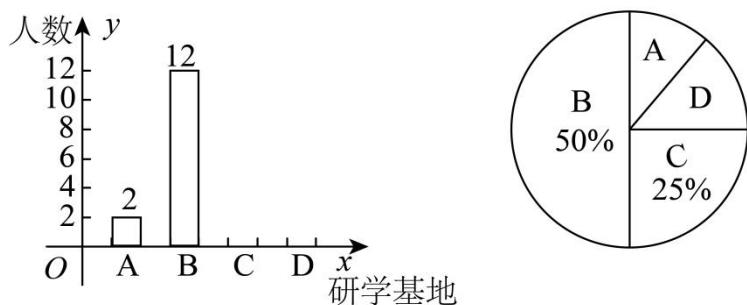


三、解答题：本大题共 7 小题，共 62 分。解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

19. (1) 计算： $\sqrt{3} \tan 45^\circ - (2023 - \pi)^0 + |2\sqrt{3} - 2| + \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} - \sqrt{27}$ ；

- (2) 先化简，再求值： $\frac{x^2 - x}{x^2 + 2x + 1} \div \left(\frac{2}{x+1} - \frac{1}{x}\right)$ ，化简后，从 $-2 < x < 3$ 的范围内选择一个你喜欢的整数作为 x 的值代入求值。

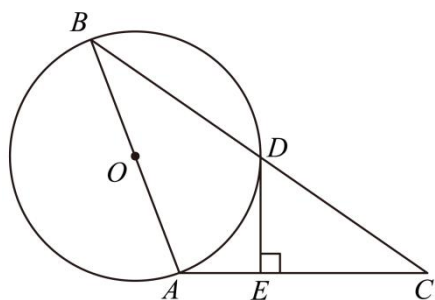
20. 随着新课标的颁布，为落实立德树人根本任务，东营市各学校组织了丰富多彩的研学活动，得到家长、社会的一致好评。某中学为进一步提高研学质量，着力培养学生的核心素养，选取了 A. “青少年科技馆”，B. “黄河入海口湿地公园”，C. “孙子文化园”，D. “白鹭湖营地”四个研学基地进行研学。为了解学生对以上研学基地的喜欢情况，随机抽取部分学生进行调查统计（每名学生只能选择一个研学基地），并将调查结果绘制成了两幅不完整的统计图（如图所示）。



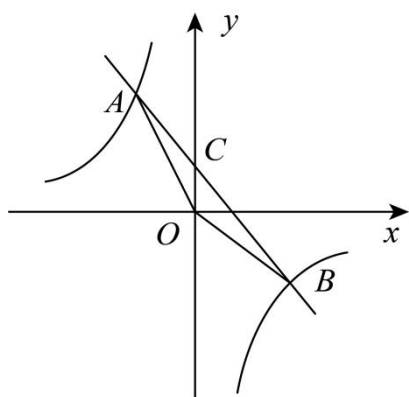
请根据统计图中的信息解答下列问题:

- (1) 在本次调查中, 一共抽取了____名学生, 在扇形统计图中 A 所对应圆心角的度数为____;
- (2) 将上面的条形统计图补充完整;
- (3) 若该校共有 480 名学生, 请你估计选择研学基地 C 的学生人数;
- (4) 学校想从选择研学基地 D 的学生中选取两名学生了解他们对研学活动的看法, 已知选择研学基地 D 的学生中恰有两名女生, 请用列表法或画树状图的方法求出所选 2 人都是男生的概率.

21. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 D , $DE \perp AC$, 垂足为 E .



- (1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;
 - (2) 若 $\angle C = 30^\circ$, $CD = 2\sqrt{3}$, 求 $\widehat{BD}$ 的长.
22. 如图, 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = ax + b$ ($a < 0$) 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 交于 $A(-m, 3m)$, $B(4, -3)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 连接 OA , OB .

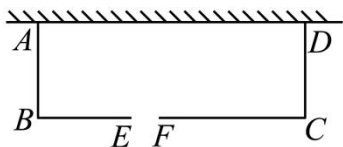


- (1) 求反比例函数和一次函数的表达式;

(2) 求 $\triangle AOB$ 的面积;

(3) 请根据图象直接写出不等式 $\frac{k}{x} < ax + b$ 的解集.

23. 如图, 老李想用长为 70m 的栅栏, 再借助房屋的外墙 (外墙足够长) 围成一个矩形羊圈 $ABCD$, 并在边 BC 上留一个 2m 宽的门 (建在 EF 处, 另用其他材料).

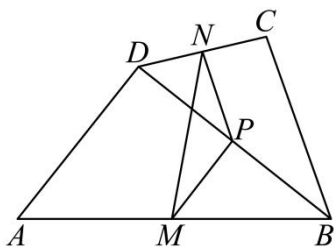


(1) 当羊圈的长和宽分别为多少米时, 能围成一个面积为 640 m^2 的羊圈?

(2) 羊圈的面积能达到 650 m^2 吗? 如果能, 请你给出设计方案; 如果不能, 请说明理由.

24. (1) 用数学的眼光观察.

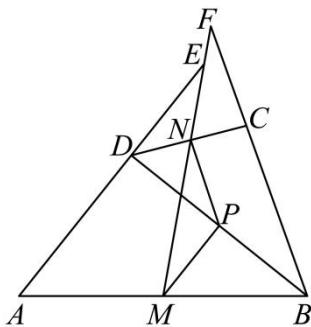
如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD = BC$, P 是对角线 BD 的中点, M 是 AB 的中点, N 是 DC 的中点, 求证: $\angle PMN = \angle PNM$.



(2) 用数学的思维思考.

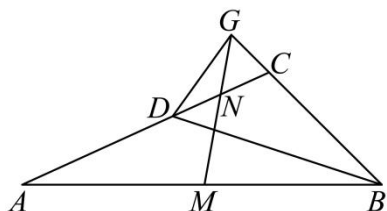
如图, 延长图中的线段 AD 交 MN 的延长线于点 E , 延长线段 BC 交 MN 的延长线于点 F , 求证:

$\angle AEM = \angle F$.

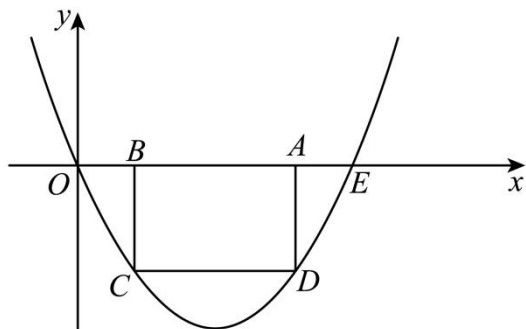


(3) 用数学的语言表达.

如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC < AB$, 点 D 在 AC 上, $AD = BC$, M 是 AB 的中点, N 是 DC 的中点, 连接 MN 并延长, 与 BC 的延长线交于点 G , 连接 GD , 若 $\angle ANM = 60^\circ$, 试判断 $\triangle CGD$ 的形状, 并进行证明.



25. 如图，抛物线过点 $O(0,0)$ ， $E(10,0)$ ，矩形 $ABCD$ 的边 AB 在线段 OE 上（点 B 在点 A 的左侧），点 C, D 在抛物线上，设 $B(t,0)$ ，当 $t=2$ 时， $BC=4$ 。



- (1) 求抛物线的函数表达式；
- (2) 当 t 为何值时，矩形 $ABCD$ 的周长有最大值？最大值是多少？
- (3) 保持 $t=2$ 时的矩形 $ABCD$ 不动，向右平移抛物线，当平移后的抛物线与矩形的边有两个交点 G, H ，且直线 GH 平分矩形 $ABCD$ 的面积时，求抛物线平移的距离。

