

四川省自贡市初 2023 届毕业生学业考试

数学

本试卷分为第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，共 6 页，满分 150 分.

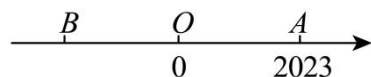
答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，答卷时，须将答案答在答题卡上，在本试题卷、草稿纸上答题无效，考试结束后，将试题卷和答题卡一并交回.

第 I 卷 选择题（共 48 分）

注意事项：必须使用 2B 铅笔将答案标号填涂在答题卡上对应题目标号的位置上，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.

一、选择题（共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分，在每题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 如图，数轴上点 A 表示的数是 2023， $OA = OB$ ，则点 B 表示的数是（ ）



- A. 2023 B. -2023 C. $\frac{1}{2023}$ D. $-\frac{1}{2023}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据数轴的定义求解即可.

【详解】解：∵数轴上点 A 表示的数是 2023， $OA = OB$ ，

∴ $OB = 2023$ ，

∴点 B 表示的数是 -2023，

故选：B.

【点睛】本题考查数轴上点表示有理数，熟练掌握数轴上点的特征是解题的关键.

2. 自贡恐龙博物馆今年“五一”期间接待游客约 110000 人. 人数 110000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 1.1×10^4 B. 11×10^4 C. 1.1×10^5 D. 1.1×10^6

【答案】C

【解析】

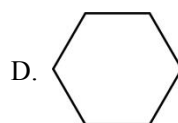
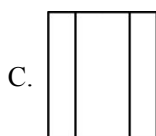
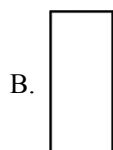
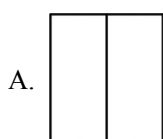
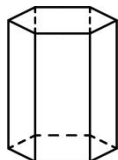
【分析】用科学记数法表示较大的数时，一般形式为 $a \times 10^n$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数.

【详解】解： $110000 = 1.1 \times 10^5$.

故选：C.

【点睛】本题考查了科学记数法，科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原来的数，变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数，确定 a 与 n 的值是解题的关键.

3. 如图中六棱柱的左视图是 ()



【答案】A

【解析】

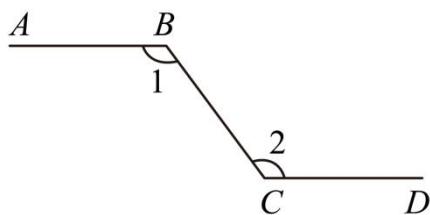
【分析】根据几何体的三视图的定义，画出从左面看所得到的图形即可.

【详解】根据三视图的概念，可知选项 A 中的图形是左视图，选项 C 中的图形是主视图，选项 D 中的图形是俯视图，

故选 A.

【点睛】本题主要考查了简单几何体的三视图，理解三视图的定义，熟练掌握三视图的画法是解题的关键.

4. 如图，某人沿路线 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 行走， AB 与 CD 方向相同， $\angle 1 = 128^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ ()



A. 52°

B. 118°

C. 128°

D. 138°

【答案】C

【解析】

【分析】证明 $AB \parallel CD$ ，利用平行线的性质即可得到答案.

【详解】解： $\because AB$ 与 CD 方向相同，

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore \angle 1 = \angle 2$,

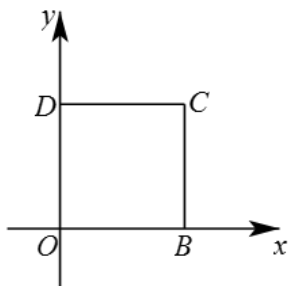
$$\therefore \angle 1 = 128^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 128^\circ.$$

故选：C.

【点睛】 本题主要考查平行线的判定与性质，掌握平行线的性质是解题的关键.

5. 如图，边长为3的正方形 $OBCD$ 两边与坐标轴正半轴重合，点 C 的坐标是 ()



A. $(3, -3)$

B. $(-3, 3)$

C. $(3, 3)$

D. $(-3, -3)$

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据正方形的性质，结合坐标的意义即可求解.

【详解】 解： $\because$ 边长为3的正方形 $OBCD$ 两边与坐标轴正半轴重合，

$$\therefore OB = BC = 3$$

$$\therefore C(3, 3),$$

故选：C.

【点睛】 本题考查了坐标与图形，熟练掌握正方形的性质，数形结合是解题的关键.

6. 下列交通标志图案中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()



【答案】 B

【解析】

【分析】 根据轴对称图形和中心对称图形的定义：如果一个平面图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形就叫做轴对称图形；中心对称图形的定义：把一个图形绕着某一个点旋转 180° ，如果旋转后的图形能够与原来的图形重合，那么这个图形叫做中心对称图形，这个点就是它的对称中心，进行逐一判断即可.

【详解】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 A 选项不合题意；

B、既是轴对称图形又是中心对称图形，故 B 选项符合题意；

C、既不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故 C 选项不合题意；

D、是轴对称图形，不是中心对称图形，故 D 选项不合题意。

故选：B.

【点睛】本题主要考查了轴对称图形和中心对称图形，解题的关键在于能够熟练掌握轴对称图形和中心对称图形的定义.

7. 下列说法正确的是 ()

A. 甲、乙两人 10 次测试成绩的方差分别是 $S_{\text{甲}}^2 = 4, S_{\text{乙}}^2 = 14$ ，则乙的成绩更稳定

B. 某奖券的中奖率为 $\frac{1}{100}$ ，买 100 张奖券，一定会中奖 1 次

C. 要了解神舟飞船零件质量情况，适合采用抽样调查

D. $x = 3$ 是不等式 $2(x-1) > 3$ 的解，这是一个必然事件

【答案】D

【解析】

【分析】根据方差的意义，概率的意义，抽样调查与普查，不等式的解与必然事件的定义逐项分析判断

【详解】解：A. 甲、乙两人 10 次测试成绩的方差分别是 $S_{\text{甲}}^2 = 4, S_{\text{乙}}^2 = 14$ ，则甲的成绩更稳定，故该选项不正确，不符合题意；

B. 某奖券的中奖率为 $\frac{1}{100}$ ，买 100 张奖券，可能会中奖 1 次，故该选项不正确，不符合题意；

C. 要了解神舟飞船零件质量情况，适合采用全面调查

D. 解： $2(x-1) > 3$,

$2x > 5$,

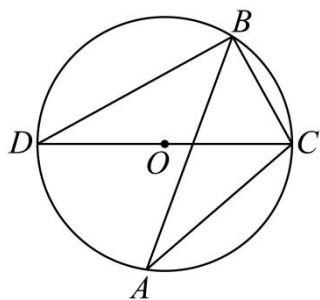
解得： $x > \frac{5}{2}$,

$\therefore x = 3$ 是不等式 $2(x-1) > 3$ 的解，这是一个必然事件，故该选项正确，符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了方差的意义，概率的意义，抽样调查与普查，不等式的解与必然事件的定义，熟练掌握以上知识是解题的关键.

8. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， CD 是 $\odot O$ 的直径，连接 BD ， $\angle DCA = 41^\circ$ ，则 $\angle ABC$ 的度数是 ()



- A. 41° B. 45° C. 49° D. 59°

【答案】C

【解析】

【分析】由 CD 是 $\odot O$ 的直径，得出 $\angle DBC = 90^\circ$ ，进而根据同弧所对的圆周角相等，得出 $\angle ABD = \angle ACD = 41^\circ$ ，进而即可求解.

【详解】解： $\because CD$ 是 $\odot O$ 的直径，

$$\therefore \angle DBC = 90^\circ,$$

$$\because \widehat{AD} = \widehat{AD},$$

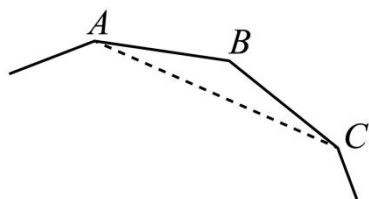
$$\therefore \angle ABD = \angle ACD = 41^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC = \angle DBC - \angle DBA = 90^\circ - 41^\circ = 49^\circ,$$

故选：C.

【点睛】本题考查了圆周角定理的推论，熟练掌握圆周角定理是解题的关键.

9. 第 29 届自贡国际恐龙灯会“辉煌新时代”主题灯组上有一幅不完整的正多边形图案，小华量得图中一边与对角线的夹角 $\angle ACB = 15^\circ$ ，算出这个正多边形的边数是（ ）



- A. 9 B. 10 C. 11 D. 12

【答案】D

【解析】

【分析】根据三角形内角和定理以及正多边形的性质，得出 $\angle B = 150^\circ$ ，然后可得每一个外角为 30° ，进而即可求解.

【详解】解：依题意， $AB = BC$ ， $\angle ACB = 15^\circ$ ，

$$\therefore \angle BAC = 15^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle ACB - \angle BAC = 150^\circ$$

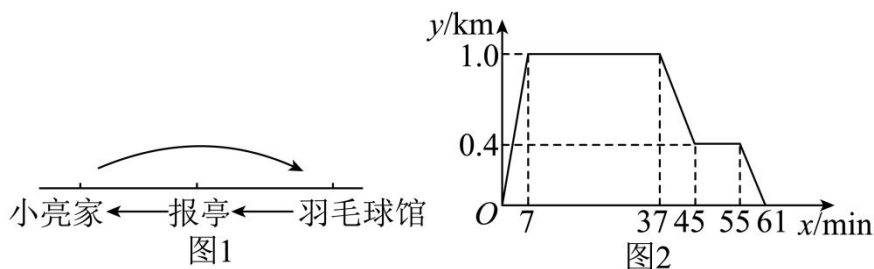
∴这个正多边形的一个外角为 $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$,

所以这个多边形的边数为 $\frac{360}{30} = 12$,

故选：D.

【点睛】本题考查了三角形内角和定理，正多边形的性质，正多边形的外角与边数的关系，熟练掌握正多边形的外角和等于 360° 是解题的关键.

10. 如图1，小亮家、报亭、羽毛球馆在一条直线上. 小亮从家跑步到羽毛球馆打羽毛球，再去报亭看报，最后散步回家. 小亮离家距离 y 与时间 x 之间的关系如图2所示. 下列结论错误的是 ()



- A. 小亮从家到羽毛球馆用了7分钟
B. 小亮从羽毛球馆到报亭平均每分钟走75米
C. 报亭到小亮家的距离是400米
D. 小亮打羽毛球的时间是37分钟

【答案】D

【解析】

【分析】根据函数图象，逐项分析判断即可求解.

【详解】解：A. 从函数图象可得出，小亮从家到羽毛球馆用了7分钟，故该选项正确，不符合题意；

B. $\frac{1000-400}{45-37} = 75$ (米/分钟),

即小亮从羽毛球馆到报亭平均每分钟走75米，故该选项正确，不符合题意；

C. 从函数图象可得出，报亭到小亮家的距离是400米，故该选项正确，不符合题意；

D. 小亮打羽毛球的时间是 $37 - 7 = 30$ 分钟，故该选项不正确，符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了函数图象，理解函数图像上点的坐标的实际意义，数形结合是解题的关键.

11. 经过 $A(2-3b, m)$, $B(4b+c-1, m)$ 两点的抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx - b^2 + 2c$ (x 为自变量) 与 x 轴有交点, 则线段 AB 长为 ()

- A. 10
B. 12
C. 13
D. 15

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意，求得对称轴，进而得出 $c = b - 1$ ，求得抛物线解析式，根据抛物线与 x 轴有交点得出

$\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ ，进而得出 $b = 2$ ，则 $c = 1$ ，求得 A, B 的横坐标，即可求解。

【详解】解：∵ 抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx - b^2 + 2c$ 的对称轴为直线 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{b}{2 \times (-\frac{1}{2})} = b$

∵ 抛物线经过 $A(2-3b, m), B(4b+c-1, m)$ 两点

$$\therefore \frac{2-3b+4b+c-1}{2} = b,$$

即 $c = b - 1$,

$$\therefore \text{原方程为 } y = -\frac{1}{2}x^2 + bx - b^2 + 2b - 2,$$

∵ 抛物线与 x 轴有交点，

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac \geq 0,$$

$$\text{即 } b^2 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \times (-b^2 + 2b - 2) \geq 0,$$

$$\text{即 } b^2 - 4b + 4 \leq 0, \text{ 即 } (b-2)^2 \leq 0,$$

$$\therefore b = 2, \quad c = b - 1 = 2 - 1 = 1,$$

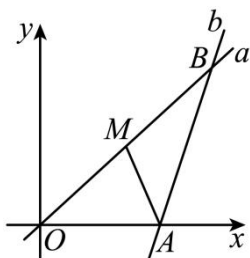
$$\therefore 2 - 3b = 2 - 6 = -4, \quad 4b + c - 1 = 8 + 1 - 1 = 8,$$

$$\therefore AB = 4b + c - 1 - (2 - 3b) = 8 - (-4) = 12,$$

故选：B.

【点睛】本题考查了二次函数的对称性，与 x 轴交点问题，熟练掌握二次函数的性质是解题的关键。

12. 如图，分别经过原点 O 和点 $A(4, 0)$ 的动直线 a, b 夹角 $\angle OBA = 30^\circ$ ，点 M 是 OB 中点，连接 AM ，则 $\sin \angle OAM$ 的最大值是（ ）



A. $\frac{3+\sqrt{6}}{6}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

D. $\frac{5}{6}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据已知条件， $\angle OBA = 30^\circ$ ，得出 B 的轨迹是圆，取点 $D(8, 0)$ ，则 AM 是 $\triangle OBD$ 的中位线，则求得 $\angle ODB$ 的正弦的最大值即可求解，当 BD 与 $\odot C$ 相切时， $\angle ODB$ 最大，则正弦值最大，据此即可求解。

【详解】解：如图所示，以 OA 为边向上作等边 $\triangle OAC$ ，过点 C 作 $CE \perp x$ 轴于点 E ，则 $OC = OA = AC = 4$ ，则 C 的横坐标为 2，纵坐标为 $CE = OC \times \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$ ，

$$\therefore C(2, 2\sqrt{3}),$$

取点 $D(8, 0)$ ，则 AM 是 $\triangle OBD$ 的中位线，

$$\therefore CD = \sqrt{(8-2)^2 + (2\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore \angle OBA = 30^\circ,$$

$\therefore$ 点 B 在半径为 4 的 $\odot C$ 上运动，

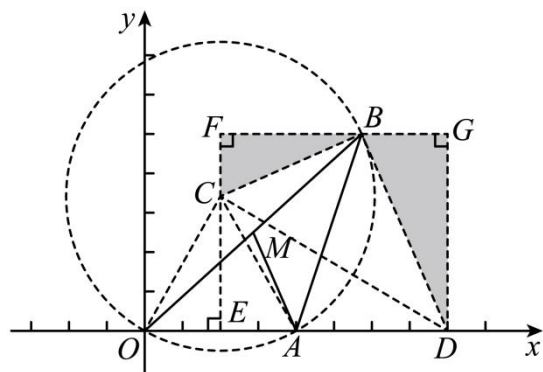
$\therefore AM$ 是 $\triangle OBD$ 的中位线，

$$\therefore AM \parallel BD,$$

$\therefore \angle OAM = \angle ODB$ ，当 BD 与 $\odot C$ 相切时， $\angle ODB$ 最大，则正弦值最大，

$$\text{在 Rt}\triangle BCD \text{ 中, } BD = \sqrt{CD^2 - BC^2} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 4^2} = 4\sqrt{2},$$

过点 B 作 $FB \parallel x$ 轴，过点 C 作 $CF \perp FG$ 于点 F ，过点 D 作 $DG \perp FG$ 于点 G ，则 $\angle F = \angle G$



$\therefore BD$ 与 $\odot C$ 相切，

$$\therefore BD \perp CB,$$

$$\therefore \angle FBC + \angle FCB = \angle FBC + \angle DBG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle FCB = \angle DBG,$$

$$\therefore \triangle CFB \sim \triangle BGD,$$

$$\therefore \frac{CF}{GB} = \frac{FB}{GD} = \frac{BC}{BD} = \frac{4}{4\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

设 $CF = a$, $FB = b$,

则 $BG = \sqrt{2}a$, $DG = \sqrt{2}b$

$$\therefore F(2, 2\sqrt{3} + a), G(8, \sqrt{2}b)$$

$$\therefore FG = 8 - 2 = 6, DG = a + 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \begin{cases} 2 + b + \sqrt{2}a = 8 \\ a + 2\sqrt{3} = \sqrt{2}b \end{cases}$$

$$\text{解得: } b = 2 + \frac{2}{3}\sqrt{6}$$

$$\therefore \sin \angle ODB = \sin \angle GBD = \frac{DG}{BD} = \frac{\sqrt{2}b}{4\sqrt{2}} = \frac{3 + \sqrt{6}}{6}$$

故选: A.

【点睛】本题考查了相似三角形的性质与判定, 求正弦, 等边三角形的性质. 圆周角定理, 得出点 B 的轨迹是解题的关键.

第 II 卷 (非选择题 共 102 分)

注意事项: 使用 0.5 毫米黑色逐水签字笔在答题卡上题目所指示区域内作答, 作图题可先用铅笔绘出, 确认后再用 0.5 毫米黑色墨水签字笔描清楚, 答在试题卷上无效.

二、填空题 (共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

13. 计算: $7a^2 - 4a^2 =$ _____.

【答案】 $3a^2$

【解析】

【分析】直接合并同类项即可求解.

【详解】解: $7a^2 - 4a^2 = 3a^2$.

故答案为: $3a^2$.

【点睛】此题主要考查合并同类项, 熟练掌握运算法则是解题关键.

14. 请写出一个比 $\sqrt{23}$ 小的整数 _____.

【答案】 4 (答案不唯一)

【解析】

【分析】根据算术平方根的意义求解.

【详解】解：∴由 $16 < 23$ 可得： $\sqrt{16} < \sqrt{23}$ ，

即 $4 < \sqrt{23}$ ，

故答案为：4（答案不唯一）.

【点睛】本题考查算术平方根和无理数的估算，熟练掌握基本知识是解题关键.

15. 化简 $\frac{x^2-1}{x+1} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x-1$

【解析】

【分析】将分子用平方差公式展开再化简即可.

【详解】解：原式 $= \frac{(x-1)(x+1)}{x+1} = (x-1)$ ，

故答案为： $(x-1)$.

【点睛】本题考查了分式的化简，掌握平方差公式和分式化简是关键.

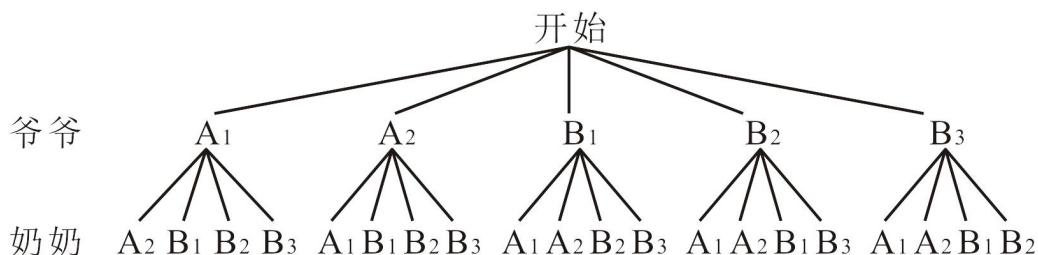
16. 端午节早上，小颖为全家人蒸了2个蛋黄粽，3个鲜肉粽，她从中随机挑选了两个孝敬爷爷奶奶，请问爷爷奶奶吃到同类粽子的概率是_____.

【答案】 $\frac{2}{5}$ ##0.4

【解析】

【分析】画树状图可得，共有20种等可能的结果，其中爷爷奶奶吃到同类粽子有8种等可能的结果，再利用概率公式求解即可.

【详解】解：设蛋黄粽为A，鲜肉粽为B，画树状图如下：



共有20种等可能的结果，其中爷爷奶奶吃到同类粽子有8种等可能的结果，

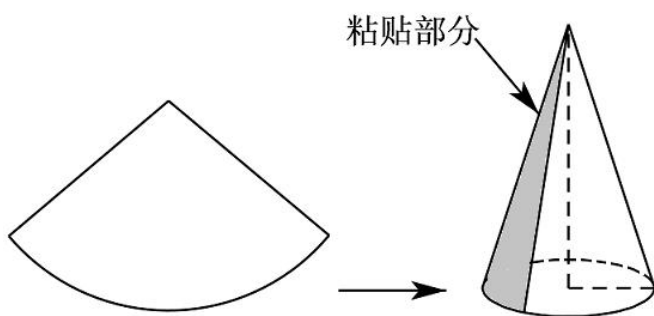
∴爷爷奶奶吃到同类粽子的概率是 $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$ ，

故答案为： $\frac{2}{5}$.

【点睛】本题考查用列表法或树状图求概率、概率公式，熟练掌握相关知识是解题的关键.

17. 如图，小珍同学用半径为8cm，圆心角为 100° 的扇形纸片，制作一个底面半径为2cm的圆锥侧面，则

圆锥上粘贴部分的面积是_____ cm^2 .



【答案】 $\frac{16}{9}\pi$ ## $\frac{16\pi}{9}$

【解析】

【分析】由题意知，底面半径为 2cm 的圆锥的底面周长为 $4\pi\text{cm}$ ，扇形弧长为 $\frac{100\pi \times 8}{180} = \frac{40}{9}\pi\text{cm}$ ，则扇形中未组成圆锥底面的弧长 $l = \frac{40}{9}\pi - 4\pi = \frac{4}{9}\pi\text{cm}$ ，根据圆锥上粘贴部分的面积为扇形中未组成圆锥的弧长部分所对应的扇形面积可得圆锥上粘贴部分的面积为 $\frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \times \frac{4}{9}\pi \times 8$ ，计算求解即可。

【详解】解：由题意知，底面半径为 2cm 的圆锥的底面周长为 $4\pi\text{cm}$ ，扇形弧长为 $\frac{100\pi \times 8}{180} = \frac{40}{9}\pi\text{cm}$ ，
 $\therefore$ 扇形中未组成圆锥底面的弧长 $l = \frac{40}{9}\pi - 4\pi = \frac{4}{9}\pi\text{cm}$ ，

$\therefore$ 圆锥上粘贴部分的面积为扇形中未组成圆锥的弧长部分所对应的扇形面积，

$\therefore$ 圆锥上粘贴部分的面积为 $\frac{1}{2}lr = \frac{1}{2} \times \frac{4}{9}\pi \times 8 = \frac{16}{9}\pi\text{cm}^2$ ，

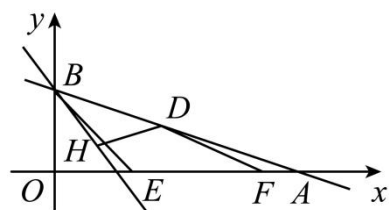
故答案为： $\frac{16}{9}\pi$.

【点睛】本题考查了扇形的弧长、面积公式. 解题的关键在于熟练掌握 $S_{\text{扇形}} = \frac{1}{2}lr$ ， $l_{\text{扇形}} = \frac{n\pi r}{180}$ ，其中 n 为扇形的圆心角， r 为扇形的半径.

18. 如图，直线 $y = -\frac{1}{3}x + 2$ 与 x 轴， y 轴分别交于 A ， B 两点，点 D 是线段 AB 上一动点，点 H 是直线

$y = -\frac{4}{3}x + 2$ 上的一动点，动点 $E(m, 0)$ ， $F(m+3, 0)$ ，连接 BE ， DF ， HD . 当 $BE + DF$ 取最小值时，

$3BH + 5DH$ 的最小值是 _____.



【答案】 $\frac{39}{2}$

【解析】

【分析】作出点 $C(3, -2)$ ，作 $CD \perp AB$ 于点 D ，交 x 轴于点 F ，此时 $BE + DF$ 的最小值为 CD 的长，利用解直角三角形求得 $F\left(\frac{11}{3}, 0\right)$ ，利用待定系数法求得直线 CD 的解析式，联立即可求得点 D 的坐标，过点 D 作 $DG \perp y$ 轴于点 G ，此时 $3BH + 5DH$ 的最小值是 $5DG$ 的长，据此求解即可。

【详解】解： $\because$ 直线 $y = -\frac{1}{3}x + 2$ 与 x 轴， y 轴分别交于 A ， B 两点，

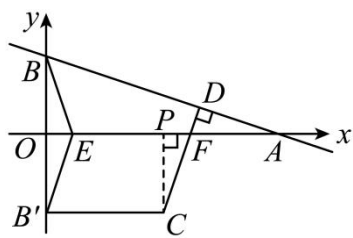
$$\therefore B(0, 2), A(6, 0),$$

作点 B 关于 x 轴的对称点 $B'(0, -2)$ ，把点 B' 向右平移 3 个单位得到 $C(3, -2)$ ，

作 $CD \perp AB$ 于点 D ，交 x 轴于点 F ，过点 B' 作 $B'E \parallel CD$ 交 x 轴于点 E ，则四边形 $EFCB'$ 是平行四边形，此时， $BE = B'E = CF$ ，

$$\therefore BE + DF = CF + DF = CD \text{ 有最小值,}$$

作 $CP \perp x$ 轴于点 P ，



$$\text{则 } CP = 2, OP = 3,$$

$$\therefore \angle CFP = \angle AFD,$$

$$\therefore \angle FCP = \angle FAD,$$

$$\therefore \tan \angle FCP = \tan \angle FAD,$$

$$\therefore \frac{PF}{PC} = \frac{OB}{OA}, \text{ 即 } \frac{PF}{2} = \frac{2}{6},$$

$$\therefore PF = \frac{2}{3}, \text{ 则 } F\left(\frac{11}{3}, 0\right),$$

设直线 CD 的解析式为 $y = kx + b$ ，

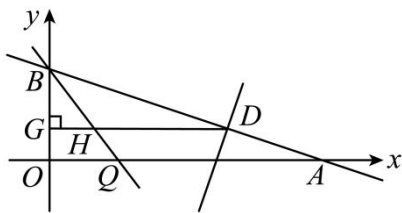
$$\text{则 } \begin{cases} 3k + b = -2 \\ \frac{11}{3}k + b = 0 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = 3 \\ b = -11 \end{cases},$$

∴ 直线 CD 的解析式为 $y = 3x - 11$,

$$\text{联立, } \begin{cases} y = 3x - 11 \\ y = -\frac{1}{3}x + 2 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = \frac{39}{10} \\ y = \frac{7}{10} \end{cases},$$

$$\text{即 } D\left(\frac{39}{10}, \frac{7}{10}\right);$$

过点 D 作 $DG \perp y$ 轴于点 G ,



直线 $y = -\frac{4}{3}x + 2$ 与 x 轴的交点为 $Q\left(\frac{3}{2}, 0\right)$, 则 $BQ = \sqrt{OQ^2 + OB^2} = \frac{5}{2}$,

$$\therefore \sin \angle OBQ = \frac{OQ}{BQ} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore HG = BH \sin \angle GBH = \frac{3}{5}BH,$$

$$\therefore 3BH + 5DH = 5\left(\frac{3}{5}BH + DH\right) = 5(HG + DH) = 5DG,$$

即 $3BH + 5DH$ 的最小值是 $5DG = 5 \times \frac{39}{10} = \frac{39}{2}$,

故答案为: $\frac{39}{2}$.

【点睛】 本题考查了一次函数的应用, 解直角三角形, 利用轴对称求最短距离, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题.

三、解答题 (共 8 个题, 共 78 分)

19. 计算: $|-3| - (\sqrt{7} + 1)^0 - 2^2$.

【答案】 -2

【解析】

【分析】 先化简绝对值, 零指数幂, 有理数的乘方, 再进行计算即可求解.

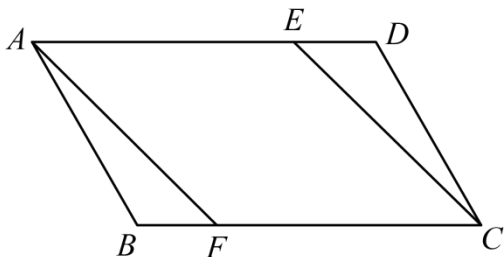
【详解】 解: $|-3| - (\sqrt{7} + 1)^0 - 2^2$

$$= 3 - 1 - 4$$

$$= -2.$$

【点睛】本题考查了实数的混合运算，熟练掌握化简绝对值，零指数幂，有理数的乘方是解题的关键.

20. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E 、 F 分别在边 AD 和 BC 上，且 $BF = DE$. 求证： $AF = CE$.



【答案】见解析

【解析】

【分析】平行四边形的性质得到 $AD \parallel BC$ ， $AD = BC$ ，进而推出 $AE = CF$ ，得到四边形 $AFCE$ 是平行四边形，即可得出结论.

【详解】证明： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore AD \parallel BC, \quad AD = BC,$$

$$\because BF = DE,$$

$$\therefore AD - DE = BC - BF, \quad \text{即 } AE = CF,$$

$$\because AE \parallel CF,$$

$\therefore$ 四边形 $AFCE$ 是平行四边形，

$$\therefore AF = CE.$$

【点睛】本题考查平行四边形的判定和性质. 熟练掌握平行四边形的判定方法是解题的关键.

21. 某校组织七年级学生到江姐故里研学旅行，租用同型号客车 4 辆，还剩 30 人没有座位；租用 5 辆，还空 10 个座位. 求该客车的载客量.

【答案】该客车的载客量为 40 人

【解析】

【分析】设该客车的载客量为 x 人，由题意知， $4x + 30 = 5x - 10$ ，计算求解即可.

【详解】解：设该客车的载客量为 x 人，

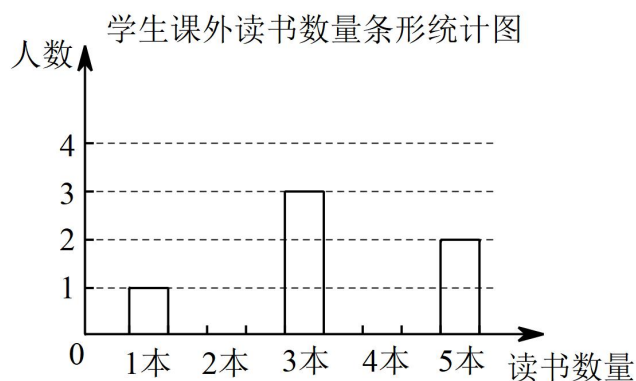
$$\text{由题意知，} \quad 4x + 30 = 5x - 10,$$

$$\text{解得，} \quad x = 40,$$

$\therefore$ 该客车的载客量为 40 人.

【点睛】本题考查了一元一次方程的应用. 解题的关键在于根据题意正确的列方程.

22. 某校为了解“世界读书日”主题活动开展情况,对本学期开学以来学生课外读书情况进行了随机抽样调查,所抽取的 12 名学生课外读书数量(单位:本)数据如下: 2, 4, 5, 4, 3, 5, 3, 4, 1, 3, 2, 4.



- (1) 补全学生课外读书数量条形统计图;
- (2) 请直接写出本次所抽取学生课外读书数量的众数、中位数和平均数;
- (3) 该校有 600 名学生, 请根据抽样调查的结果, 估计本学期开学以来课外读书数量不少于 3 本的学生人数.

【答案】 (1) 补全学生课外读书数量条形统计图见解析

(2) 4, $\frac{7}{2}$, $\frac{10}{3}$

(3) 450 人

【解析】

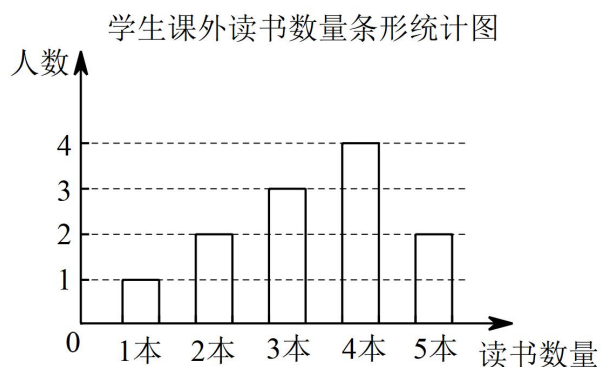
【分析】 (1) 根据已知条件可知, 课外读书数量为 2 本的有 2 人, 4 本的有 4 人, 据此可以补全条形统计图;

(2) 根据众数, 中位数和平均数的定义求解即可;

(3) 用该校学生总数乘以抽样调查的数据中外读书数量不少于 3 本的学生人数所占的比例即可.

【小问 1 详解】

补全学生课外读书数量条形统计图, 如图:



【小问 2 详解】

$\therefore$ 本次所抽取学生课外读书数量的数据中出现次数最多的是 4,

$\therefore$ 众数是 4.

将本次所抽取的 12 名学生课外读书数量的数据，按照从小到大的顺序排列为：

1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5.

∴ 中间两位数据是 3, 4,

∴ 中位数是： $\frac{3+4}{2} = \frac{7}{2}$.

平均数为： $\bar{x} = \frac{1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 4 + 5 \times 2}{12} = \frac{10}{3}$.

【小问 3 详解】

$600 \times \frac{3+4+2}{12} = 600 \times \frac{9}{12} = 450$,

∴ 该校有 600 名学生，估计本学期开学以来课外读书数量不少于 3 本的学生人数为 450 人.

【点睛】 本题主要考查了条形统计图，众数，中位数，平均数，以及用样本所占百分比估计总体的数量，熟练掌握众数，中位数，平均数的定义是解题的关键.

23. 如图 1，一大一小两个等腰直角三角形叠放在一起， M ， N 分别是斜边 DE ， AB 的中点，

$DE = 2, AB = 4$.

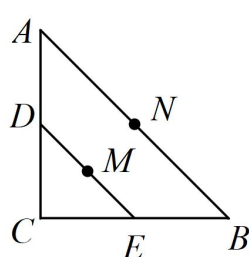


图1

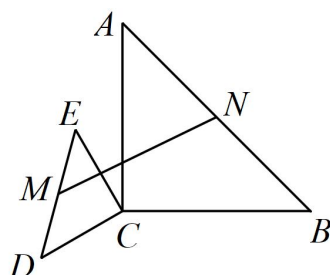


图2

(1) 将 $\triangle CDE$ 绕顶点 C 旋转一周，请直接写出点 M ， N 距离的最大值和最小值；

(2) 将 $\triangle CDE$ 绕顶点 C 逆时针旋转 120° (如图 2)，求 MN 的长.

【答案】 (1) 最大值为 3，最小值为 1

(2) $\sqrt{7}$

【解析】

【分析】 (1) 根据直角三角形斜边上的中线，得出 CM, CN 的值，进而根据题意求得最大值与最小值即可求解；

(2) 过点 N 作 $NP \perp MC$ ，交 MC 的延长线于点 P ，根据旋转的性质求得 $\angle MCN = 120^\circ$ ，进而得出 $\angle NCP = 60^\circ$ ，进而可得 $CP = 1$ ，勾股定理解 $Rt\triangle NCP, Rt\triangle MCP$ ，即可求解.

【小问 1 详解】

解：依题意， $CM = \frac{1}{2}DE = 1$ ， $CN = \frac{1}{2}AB = 2$ ，

当 M 在 NC 的延长线上时, M, N 的距离最大, 最大值为 $CM + CN = 1 + 2 = 3$,

当 M 在线段 CN 上时, M, N 的距离最小, 最小值为 $CN - CM = 2 - 1 = 1$;

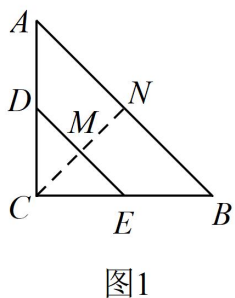
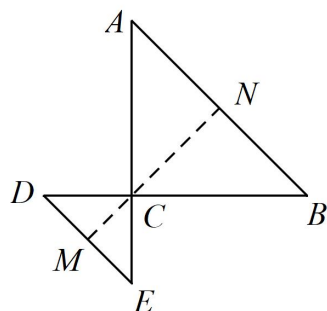


图1



【小问2 详解】

解: 如图所示, 过点 N 作 $NP \perp MC$, 交 MC 的延长线于点 P ,

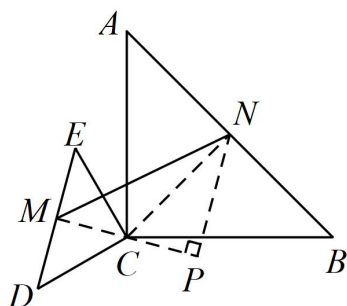


图2

$\because \triangle CDE$ 绕顶点 C 逆时针旋转 120° ,

$\therefore \angle BCE = 120^\circ$,

$\because \angle BCN = \angle ECM = 45^\circ$,

$\therefore \angle MCN = \angle BCM - \angle ECM = \angle BCE = 120^\circ$,

$\therefore \angle NCP = 60^\circ$,

$\therefore \angle CNP = 30^\circ$,

$\therefore CP = \frac{1}{2}CN = 1$,

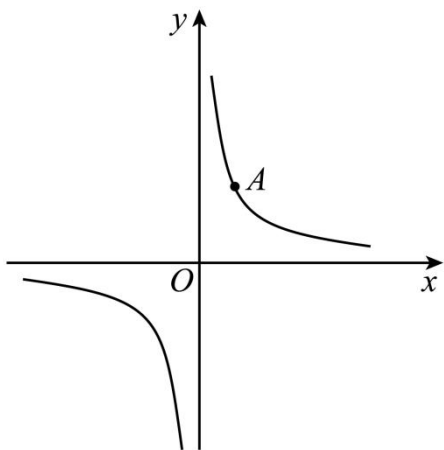
在 $\text{Rt}\triangle CNP$ 中, $NP = \sqrt{NC^2 - CP^2} = \sqrt{3}$,

在 $\text{Rt}\triangle MNP$ 中, $MP = MC + CP = 1 + 1 = 2$,

$\therefore MN = \sqrt{NP^2 + MP^2} = \sqrt{3 + 4} = \sqrt{7}$.

【点睛】 本题考查了直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半, 勾股定理, 旋转的性质, 含 30° 度角的直角三角形的性质, 熟练掌握旋转的性质, 勾股定理是解题的关键.

24. 如图, 点 $A(2, 4)$ 在反比例函数 $y_1 = \frac{m}{x}$ 图象上. 一次函数 $y_2 = kx + b$ 的图象经过点 A , 分别交 x 轴, y 轴于点 B , C , 且 $\triangle OAC$ 与 $\triangle OBC$ 的面积比为 $2:1$.



(1) 求反比例函数和一次函数的解析式；

(2) 请直接写出 $y_1 \geq y_2$ 时， x 的取值范围.

【答案】(1) 反比例函数解析式为 $y_1 = \frac{8}{x}$ ，一次函数解析式为 $y_2 = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$ 或 $y_2 = 4x - 4$

(2) 当一次函数解析式为 $y_2 = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$ 时， x 的取值范围为 $x \leq -3$ 或 $0 < x \leq 2$ ；当一次函数解析式为 $y_2 = 4x - 4$ 时 x 的取值范围为 $x \leq -1$ 或 $0 < x \leq 2$

【解析】

【分析】(1) 将 $A(2, 4)$ 代入 $y_1 = \frac{m}{x}$ 得， $4 = \frac{m}{2}$ ，解得 $m = 8$ ，可得反比例函数解析式为 $y_1 = \frac{8}{x}$ ；当 $x = 0$ ， $y_2 = b$ ，则 $C(0, b)$ ， $OC = |b|$ ，当 $y_2 = 0$ ， $x = -\frac{b}{k}$ ，则 $B(-\frac{b}{k}, 0)$ ， $OB = \left| \frac{b}{k} \right|$ ，由 $\triangle OAC$ 与 $\triangle OBC$ 的

面积比为 $2:1$ ，可得 $\frac{\frac{OC \times x_A}{2}}{\frac{OC \times OB}{2}} = \frac{2}{1}$ ，整理得 $\frac{x_A}{OB} = 2$ ，即 $\left| \frac{b}{k} \right| = 2$ ，解得 $b = k$ 或 $b = -k$ ，当 $b = k$ 时，将 $A(2, 4)$

代入 $y_2 = kx + b$ 得， $4 = 2k + k$ ，解得 $k = \frac{4}{3}$ ，则 $y_2 = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$ ；当 $b = -k$ 时，将 $A(2, 4)$ 代入 $y_2 = kx + b$ 得，

$4 = 2k - k$ ，解得 $k = 4$ ，则 $y_2 = 4x - 4$ ；

(2) 由一次函数解析式不同分两种情况求解：①当一次函数解析式为 $y_2 = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$ 时，如图 1，联立

$\begin{cases} y_1 = \frac{8}{x} \\ y_2 = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x = -3 \\ y = -\frac{8}{3} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$ ，根据函数图象判断 x 的取值范围即可；②当一次函数解析式为

$y_2 = 4x - 4$ 时，如图 2，联立 $\begin{cases} y_1 = \frac{8}{x} \\ y_2 = 4x - 4 \end{cases}$ ，解得 $\begin{cases} x = -1 \\ y = -8 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$ ，根据函数图象判断 x 的取值范围即

可.

【小问1 详解】

解：将 $A(2,4)$ 代入 $y_1 = \frac{m}{x}$ 得， $4 = \frac{m}{2}$ ，解得 $m = 8$ ，

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y_1 = \frac{8}{x}$ ；

当 $x = 0$ ， $y_2 = b$ ，则 $C(0, b)$ ， $OC = |b|$ ，

当 $y_2 = 0$ ， $x = -\frac{b}{k}$ ，则 $B(-\frac{b}{k}, 0)$ ， $OB = |\frac{b}{k}|$ ，

$\therefore \triangle OAC$ 与 $\triangle OBC$ 的面积比为 $2:1$ ，

$\therefore \frac{\frac{OC \times x_A}{2}}{\frac{OC \times OB}{2}} = \frac{2}{1}$ ，整理得 $\frac{x_A}{OB} = 2$ ，即 $\left| \frac{2}{\frac{b}{k}} \right| = 2$ ，解得 $b = k$ 或 $b = -k$ ，

当 $b = k$ 时，将 $A(2,4)$ 代入 $y_2 = kx + b$ 得， $4 = 2k + k$ ，解得 $k = \frac{4}{3}$ ，则 $y_2 = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$ ；

当 $b = -k$ 时，将 $A(2,4)$ 代入 $y_2 = kx + b$ 得， $4 = 2k - k$ ，解得 $k = 4$ ，则 $y_2 = 4x - 4$ ；

综上，一次函数解析式为 $y_2 = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$ 或 $y_2 = 4x - 4$ ；

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y_1 = \frac{8}{x}$ ，一次函数解析式为 $y_2 = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$ 或 $y_2 = 4x - 4$ ；

【小问2 详解】

解：由题意知，由一次函数解析式不同分两种情况求解：

①当一次函数解析式为 $y_2 = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$ 时，如图1，

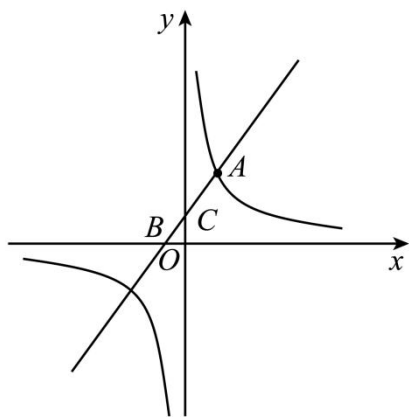


图1

$$\text{联立} \begin{cases} y_1 = \frac{8}{x} \\ y_2 = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = -3 \\ y = -\frac{8}{3} \end{cases} \text{或} \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases},$$

由函数图象可知， $y_1 \geq y_2$ 时， x 的取值范围为 $x \leq -3$ 或 $0 < x \leq 2$ ；

②当一次函数解析式为 $y_2 = 4x - 4$ 时，如图 2，

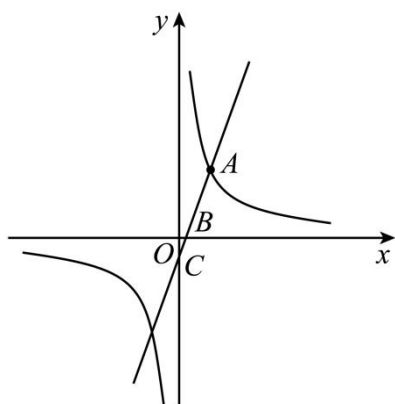


图2

$$\text{联立} \begin{cases} y_1 = \frac{8}{x} \\ y_2 = 4x - 4 \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x = -1 \\ y = -8 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases},$$

由函数图象可知， $y_1 \geq y_2$ 时， x 的取值范围为 $x \leq -1$ 或 $0 < x \leq 2$ ；

综上，当一次函数解析式为 $y_2 = \frac{4}{3}x + \frac{4}{3}$ 时， x 的取值范围为 $x \leq -3$ 或 $0 < x \leq 2$ ；当一次函数解析式为

$y_2 = 4x - 4$ 时 x 的取值范围为 $x \leq -1$ 或 $0 < x \leq 2$ 。

【点睛】 本题考查了一次函数解析式，反比例函数解析式，一次函数与几何综合，反比例函数与一次函数综合。解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用。

25. 为测量学校后山高度，数学兴趣小组活动过程如下：

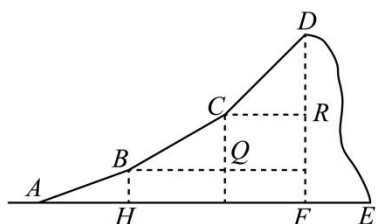


图1

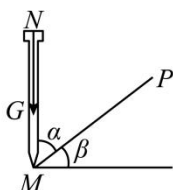


图2

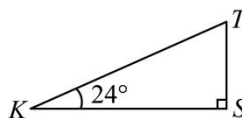


图3

(1) 测量坡角

如图 1，后山一侧有三段相对平直的山坡 AB ， BC ， CD ，山的高度即为三段坡面的铅直高度

BH ， CQ ， DR 之和，坡面的长度可以直接测量得到，要求山坡高度还需要知道坡角大小。

如图 2，同学们将两根直杆 MN ， MP 的一端放在坡面起始端 A 处，直杆 MP 沿坡面 AB 方向放置，在直杆 MN 另一端 N 用细线系小重物 G ，当直杆 MN 与铅垂线 NG 重合时，测得两杆夹角 α 的度数，由此可得山

坡 AB 坡角 β 的度数. 请直接写出 α , β 之间的数量关系.

(2) 测量山高

同学们测得山坡 AB , BC , CD 的坡长依次为 40 米, 50 米, 40 米, 坡角依次为 $24^\circ, 30^\circ, 45^\circ$; 为求 BH , 小熠同学在作业本上画了一个含 24° 角的 $\text{Rt}\triangle TKS$ (如图 3), 量得 $KT \approx 5\text{cm}$, $TS \approx 2\text{cm}$. 求山高

DF . ($\sqrt{2} \approx 1.41$, 结果精确到 1 米)

(3) 测量改进

由于测量工作量较大, 同学们围绕如何优化测量进行了深入探究, 有了以下新的测量方法.

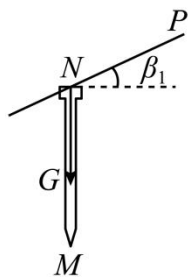


图4

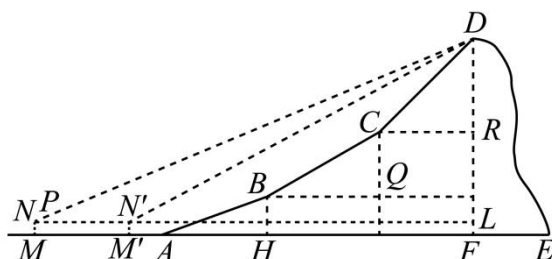


图5

如图 4, 5, 在学校操场上, 将直杆 NP 置于 MN 的顶端, 当 MN 与铅垂线 NG 重合时, 转动直杆 NP , 使点 N , P , D 共线, 测得 $\angle MNP$ 的度数, 从而得到山顶仰角 β_1 , 向后山方向前进 40 米, 采用相同方式, 测得山顶仰角 β_2 ; 画一个含 β_1 的直角三角形, 量得该角对边和另一直角边分别为 a_1 厘米, b_1 厘米, 再画一个含 β_2 的直角三角形, 量得该角对边和另一直角边分别为 a_2 厘米, b_2 厘米. 已知杆高 MN 为 1.6 米, 求山高 DF . (结果用不含 β_1 , β_2 的字母表示)

【答案】 (1) $\alpha + \beta = 90^\circ$;

(2) 山高 DF 为 69 米;

(3) 山高 DF 的高为 $\left(\frac{40a_1a_2}{a_2b_1 - a_1b_2} + 1.6 \right)$ 米.

【解析】

【分析】 (1) 利用互余的性质即可求解;

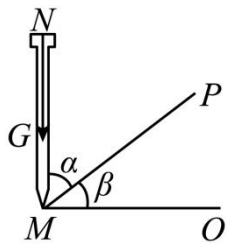
(2) 先求得 $\sin 24^\circ = 0.4$, 再分别在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 、 $\text{Rt}\triangle BCQ$ 、 $\text{Rt}\triangle CDR$ 中, 解直角三角形即可求解;

(3) 先求得 $\tan \alpha_1 = \frac{a_1}{b_1}$, $\tan \alpha_2 = \frac{a_2}{b_2}$, 在 $\text{Rt}\triangle NDL$ 和 $\text{Rt}\triangle N'DL$ 中, 分别求得 NL 和 $N'L$ 的长, 得到

方程 $NL - N'L = 40$, 据此即可求解.

【小问 1 详解】

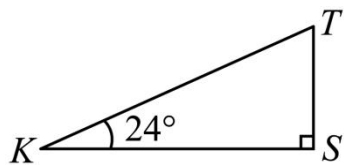
解：由题意得 $\angle NMO = 90^\circ$,



$$\therefore \alpha + \beta = 90^\circ;$$

【小问2详解】

解：在 $\text{Rt}\triangle TKS$ 中， $KT \approx 5\text{cm}$ ， $TS \approx 2\text{cm}$.



$$\therefore \sin 24^\circ = \frac{TS}{KT} \approx \frac{2}{5} = 0.4,$$

在 $\text{Rt}\triangle ABH$ 中， $\angle ABH = 24^\circ$ ， $AB = 40$ 米，

$$\therefore BH = AB \cdot \sin 24^\circ = 40 \times 0.4 = 16 \text{ (米)},$$

在 $\text{Rt}\triangle BCQ$ 中， $\angle CBQ = 30^\circ$ ， $BC = 50$ 米，

$$\therefore CQ = BC \cdot \sin 30^\circ = 50 \times \frac{1}{2} = 25 \text{ (米)},$$

在 $\text{Rt}\triangle CDR$ 中， $\angle DCR = 45^\circ$ ， $CD = 40$ 米，

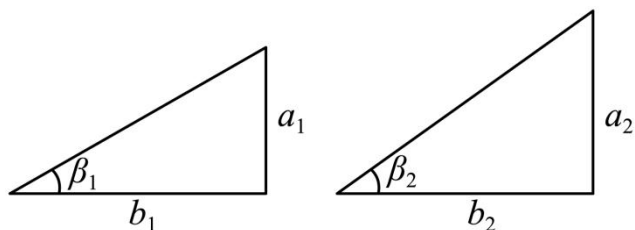
$$\therefore DR = CD \cdot \sin 45^\circ = 40 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 28 \text{ (米)},$$

$$\therefore \text{山高 } DF = 16 + 25 + 28 = 69 \text{ (米)},$$

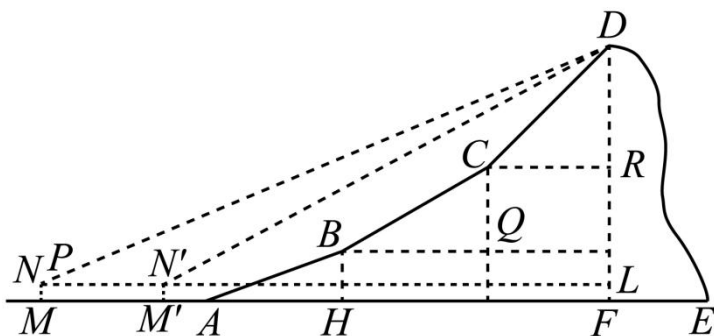
答：山高 DF 为 69 米；

【小问3详解】

解：如图，由题意得 $\tan \alpha_1 = \frac{a_1}{b_1}$ ， $\tan \alpha_2 = \frac{a_2}{b_2}$ ，



设山高 $DF = x$ ，则 $DL = x$ ，



在 $\text{Rt}\triangle NDL$ 中, $\angle DNL = \beta_1$, $DL = x$,

$$\therefore \frac{DL}{NL} = \tan \beta_1 = \frac{a_1}{b_1},$$

$$\therefore NL = \frac{b_1}{a_1}x,$$

在 $\text{Rt}\triangle N'DL$ 中, $\angle DN'L = \beta_2$, $DL = x$,

$$\therefore \frac{DL}{N'L} = \tan \beta_2 = \frac{a_2}{b_2},$$

$$\therefore N'L = \frac{b_2}{a_2}x,$$

$$\therefore NN' = MM' = 40,$$

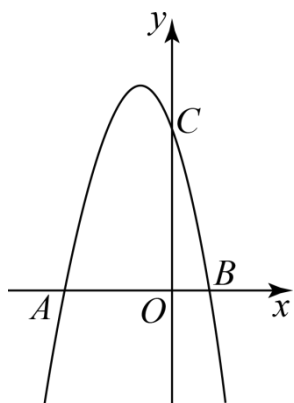
$$\therefore NL - N'L = 40, \text{ 即 } \frac{b_1}{a_1}x - \frac{b_2}{a_2}x = 40,$$

$$\text{解得 } x = \frac{40a_1a_2}{a_2b_1 - a_1b_2}, \text{ 山高 } DF = \frac{40a_1a_2}{a_2b_1 - a_1b_2} + 1.6$$

答: 山高 DF 的高为 $\left(\frac{40a_1a_2}{a_2b_1 - a_1b_2} + 1.6\right)$ 米.

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用，能够正确地构建出直角三角形，将实际问题化归为解直角三角形的问题是解答此类题的关键.

26. 如图, 抛物线 $y = -\frac{4}{3}x^2 + bx + 4$ 与 x 轴交于 $A(-3, 0)$, B 两点, 与 y 轴交于点 C .



- (1) 求抛物线解析式及 B ， C 两点坐标；
- (2) 以 A ， B ， C ， D 为顶点的四边形是平行四边形，求点 D 坐标；
- (3) 该抛物线对称轴上是否存在点 E ，使得 $\angle ACE = 45^\circ$ ，若存在，求出点 E 的坐标；若不存在，请说明理由。

【答案】(1) 抛物线解析式为 $y = -\frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 4$ ， $B(1,0)$ ， $C(0,4)$

(2) $D(-2,-4)$ 或 $D(-4,4)$ 或 $D(4,4)$

(3) $E\left(-1, \frac{27}{7}\right)$

【解析】

【分析】(1) 将点 $A(-3,0)$ 代入抛物线解析式，待定系数法求解析式，进而分别令 $x, y = 0$ ，即可求得 B, C 两点的坐标；

(2) 分三种情况讨论，当 AB ， AC, BC 为对角线时，根据中点坐标即可求解；

(3) 根据题意，作出图形，作 $AG \perp CE$ 交于点 G ， F 为 AC 的中点，连接 GO, GF ，则 A, O, C, G 在 $\odot F$ 上，根据等弧所对的圆周角相等，得出 G 在 $y = -x$ 上，进而勾股定理，根据 $FG = \frac{5}{2}$ 建立方程，求得点 G 的坐标，进而得出 CG 的解析式，即可求解。

【小问 1 详解】

解：∵ 抛物线 $y = -\frac{4}{3}x^2 + bx + 4$ 与 x 轴交于 $A(-3,0)$ ，

$$\therefore -\frac{4}{3} \times (-3)^2 - 3b + 4 = 0$$

解得： $b = -\frac{8}{3}$ ，

∴ 抛物线解析式为 $y = -\frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 4$ ，

当 $x = 0$ 时， $y = 4$ ，

$$\therefore C(0,4),$$

$$\text{当 } y=0 \text{ 时, } 0 = -\frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 4$$

$$\text{解得: } x_1 = -3, x_2 = 1,$$

$$\therefore B(1,0)$$

【小问2详解】

$$\therefore A(-3,0), B(1,0), C(0,4),$$

$$\text{设 } D(m,n),$$

$\therefore$ 以 A, B, C, D 为顶点的四边形是平行四边形

$$\text{当 } AB \text{ 为对角线时, } \frac{m+0}{2} = \frac{-3+1}{2}, \frac{4+n}{2} = \frac{0+0}{2}$$

$$\text{解得: } m = -2, n = -4,$$

$$\therefore D(-2,-4);$$

$$\text{当 } AC \text{ 为对角线时, } \frac{-3+0}{2} = \frac{1+m}{2}, \frac{4+0}{2} = \frac{0+n}{2}$$

$$\text{解得: } m = -4, n = 4$$

$$\therefore D(-4,4)$$

$$\text{当 } BC \text{ 为对角线时, } \frac{-3+m}{2} = \frac{0+1}{2}, \frac{0+4}{2} = \frac{0+n}{2}$$

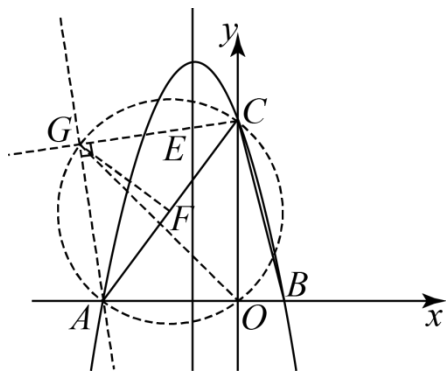
$$\text{解得: } m = 4, n = 4$$

$$\therefore D(4,4)$$

综上所述, 以 A, B, C, D 为顶点的四边形是平行四边形, $D(-2,-4)$ 或 $D(-4,4)$ 或 $D(4,4)$

【小问3详解】

解: 如图所示, 作 $AG \perp CE$ 交于点 G , F 为 AC 的中点, 连接 GO, GF ,



$$\because \angle ACE = 45^\circ$$

$\therefore \triangle AGC$ 是等腰直角三角形,

$\therefore A, O, C, G$ 在 $\odot F$ 上,

$$\because A(-3, 0), C(0, 4),$$

$$\therefore F\left(-\frac{3}{2}, 2\right), AC = \sqrt{AO^2 + CO^2} = 5, GF = \frac{1}{2}AC = \frac{5}{2}$$

$$\because \angle AOG = \angle ACG = 45^\circ,$$

$\therefore G$ 在 $y = -x$ 上,

$$\text{设 } G(t, -t), \text{ 则 } GF^2 = \left(t + \frac{3}{2}\right)^2 + (-t - 2)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2$$

$$\text{解得: } t_1 = -\frac{7}{2}, t_2 = 0 \text{ (舍去)}$$

$$\therefore \text{点 } G\left(-\frac{7}{2}, \frac{7}{2}\right)$$

设直线 CG 的解析式为 $y = kx + 4$

$$\therefore \frac{7}{2} = -\frac{7}{2}k + 4$$

$$\text{解得: } k = \frac{1}{7}.$$

$$\therefore \text{直线 } CG \text{ 的解析式 } y = \frac{1}{7}x + 4$$

$$\because A(-3, 0), B(1, 0),$$

$$\therefore \text{抛物线对称轴为直线 } x = \frac{-3+1}{2} = -1,$$

$$\text{当 } x = -1 \text{ 时, } \frac{1}{7} \times (-1) + 4 = \frac{27}{7},$$

$$\therefore E\left(-1, \frac{27}{7}\right).$$

【点睛】 本题考查了二次函数的综合运用，待定系数法求解析式，平行四边形的性质，圆周角定理，勾股定理，求一次函数解析式，熟练掌握以上知识是解题的关键.

【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】