

凉山州 2023 年初中学毕业暨高中阶段学校招生考试

数学试卷

试卷满分 150 分 考试时间 120 分钟

A 卷 (共 100 分)

第 I 卷 选择题 (共 48 分)

一、选择题 (共 12 小题, 每小题 4 分, 共 48 分) 在每小题给出的四个选项中只有一项是正确的, 请把正确选项的字母填涂在答题卡上相应的位置.

1. 下列各数中, 为有理数的是 ()

A. $\sqrt[3]{8}$

B. $3.232232223\cdots$

C. $\frac{\pi}{3}$

D. $\sqrt{2}$

【答案】 A

【解析】

【分析】 根据立方根、无理数与有理数的概念即可得.

【详解】 解: A、 $\sqrt[3]{8}=2$, 是有理数, 则此项符合题意;

B、 $3.232232223\cdots$ 是无限不循环小数, 是无理数, 则此项不符合题意;

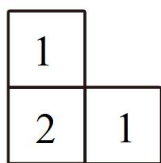
C、 $\frac{\pi}{3}$ 是无理数, 则此项不符合题意;

D、 $\sqrt{2}$ 是无理数, 则此项不符合题意;

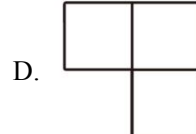
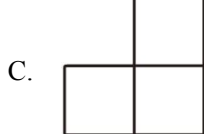
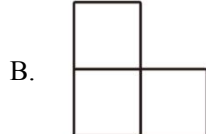
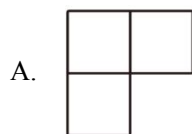
故选: A.

【点睛】 本题考查了立方根、无理数与有理数, 熟记无理数与有理数的概念是解题关键.

2. 如图是由 4 个相同的小立方体堆成的几何体的俯视图, 小正方形中的数字表示该位置小立方体的个数, 则这个几何体的主视图是 ()



俯视图



【答案】 B

【解析】

【分析】根据俯视图可确定主视图的列数和小正方形的个数，即可解答.

【详解】解：由俯视图可得主视图有 2 列组成，左边一列由 2 个小正方形组成，右边一列由 1 个小正方形组成.

故选：B.

【点睛】本题考查了由三视图判断几何体的知识，由几何体的俯视图可确定该几何体的主视图和左视图，要熟练掌握.

3. 若一组数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 的方差为 2，则数据 $x_1 + 3, x_2 + 3, x_3 + 3, \dots, x_n + 3$ 的方差是 ()

A. 2

B. 5

C. 6

D. 11

【答案】A

【解析】

【分析】根据方差的定义进行求解，方差是用来衡量一组数据波动大小的量，每个数都加 3，所以波动不会变，方差不变.

【详解】解：当数据都加上一个数（或减去一个数）时，平均数也加或减这个数，设原平均数为 $\bar{x}$ ，现在的平均数为 $\bar{x} + 3$ ，

$$\text{原来的方差 } S_1^2 = \frac{1}{n} \left[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \right] = 2,$$

$$\text{现在的方差 } S_2^2 = \frac{1}{n} \left[(x_1 + 3 - \bar{x} - 3)^2 + (x_2 + 3 - \bar{x} - 3)^2 + \dots + (x_n + 3 - \bar{x} - 3)^2 \right],$$

$$= \frac{1}{n} \left[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2 \right],$$

$$= 2.$$

故选：A.

【点睛】本题考查了方差的定义. 当数据都加上一个数（或减去一个数）时，平均数也加或减这个数，方差不变，即数据的波动情况不变；当数据都乘以一个数（或除以一个数）时，平均数也乘以或除以这个数，方差变为这个数的平方倍.

4. 下列计算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^4 = a^8$

B. $a^2 + 2a^2 = 3a^4$

C. $(2a^2b)^3 = 8a^6b^3$

D. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

【答案】C

【解析】

【分析】利用同底数幂的乘法法则，合并同类项法则，幂的乘方法则，积的乘方法则和完全平方公式分别计算，即可得出正确答案.

【详解】解：A. $a^2 \cdot a^4 = a^6$ ，故该选项错误，不合题意；

B. $a^2 + 2a^2 = 3a^2$ ，故该选项错误，不合题意；

C. $(2a^2b)^3 = 8a^6b^3$ ，故该选项正确，符合题意；

D. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ ，故该选项错误，不合题意；

故选：C.

【点睛】本题考查同底数幂的乘法、合并同类项、幂的乘方，积的乘方和完全平方公式等知识点，熟练掌握各项运算法则是解题的关键.

5. 2022 年 12 月 26 日，成昆铁路复线全线贯通运营. 据统计 12 月 26 日至 1 月 25 日，累计发送旅客 144.6 万人次. 将数据 144.6 万用科学记数法表示的是 ()

A. 1.446×10^5

B. 1.446×10^6

C. 0.1446×10^7

D. 1.446×10^7

【答案】B

【解析】

【分析】科学记数法的表现形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同，当原数绝对值大于等于 10 时， n 是正数，当原数绝对值小于 1 时 n 是负数；由此进行求解即可得到答案.

【详解】解：144.6 万 $= 1.446 \times 10^6$ ，

故选 B.

【点睛】本题主要考查了科学记数法，解题的关键在于能够熟练掌握科学记数法的定义.

6. 点 $P(2, -3)$ 关于原点对称的点 P' 的坐标是 ()

A. $(2, 3)$

B. $(-2, -3)$

C. $(-3, 2)$

D. $(-2, 3)$

【答案】D

【解析】

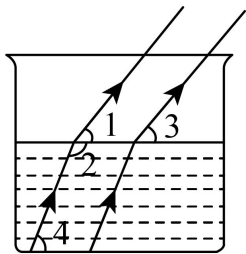
【分析】根据关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数，可得答案.

【详解】解：点 $P(2, -3)$ 关于原点对称的点 P' 的坐标是 $(-2, 3)$ ，

故选 D.

【点睛】本题考查关于原点对称的点的坐标，解题的关键是记住“关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数”.

7. 光线在不同介质中的传播速度是不同的，因此光线从水中射向空气时，要发生折射. 由于折射率相同，所以在水中平行的光线，在空气中也是平行的. 如图， $\angle 1 = 45^\circ$ ， $\angle 2 = 120^\circ$ ，则 $\angle 3 + \angle 4 =$ ()



A. 165°

B. 155°

C. 105°

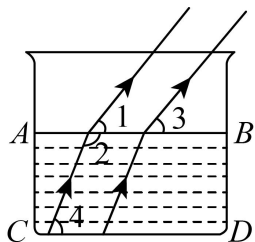
D. 90°

【答案】C

【解析】

【分析】根据平行线的性质，两直线平行，同位角相等或同旁内角互补，即可求出答案.

【详解】解：如图所示， $AB \parallel CD$ ，光线在空气中也平行，



$$\therefore \angle 1 = \angle 3, \quad \angle 2 + \angle 4 = 180^\circ.$$

$$\because \angle 1 = 45^\circ, \angle 2 = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = 45^\circ, \quad \angle 4 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle 3 + \angle 4 = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ.$$

故选：C.

【点睛】本题考查了平行线的性质的应用，解题的关键在于熟练掌握平行线的性质.

8. 分式 $\frac{x^2 - x}{x - 1}$ 的值为 0，则 x 的值是 ()

A. 0

B. -1

C. 1

D. 0 或 1

【答案】A

【解析】

【分析】根据分式值为 0 的条件进行求解即可.

【详解】解： $\because$ 分式 $\frac{x^2 - x}{x - 1}$ 的值为 0,

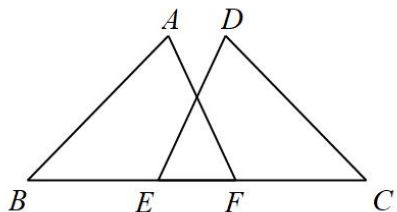
$$\therefore \begin{cases} x^2 - x = 0 \\ x - 1 \neq 0 \end{cases},$$

解得 $x = 0$,

故选 A.

【点睛】本题主要考查了分式值为 0 的条件，熟知分式值为 0 的条件是分子为 0，分母不为 0 是解题的关键.

9. 如图，在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle DCE$ 中，点 E 、 F 在 BC 上， $BE = CF$ ， $\angle B = \angle C$ ，添加下列条件仍无法证明 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ 的是 ()



- A. $\angle AFB = \angle DEC$ B. $AB = DC$ C. $\angle A = \angle D$ D. $AF = DE$

【答案】D

【解析】

【分析】根据 $BE = CF$ ，可得 $BF = CE$ ，再根据全等三角形的判定方法，逐项判断即可求解.

【详解】解： $\because BE = CF$ ，

$$\therefore BF = CE,$$

$$\because \angle B = \angle C,$$

A、添加 $\angle AFB = \angle DEC$ ，可利用角边角证明 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ ，故本选项不符合题意；

B、添加 $AB = DC$ ，可利用边角边证明 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ ，故本选项不符合题意；

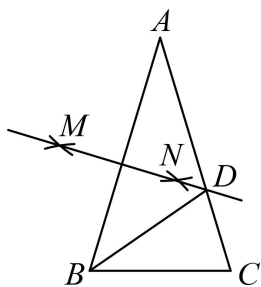
C、添加 $\angle A = \angle D$ ，可利用角角边证明 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ ，故本选项不符合题意；

D、添加 $AF = DE$ ，无法证明 $\triangle ABF \cong \triangle DCE$ ，故本选项不符合题意；

故选：D

【点睛】本题主要考查了全等三角形的判定，熟练掌握全等三角形的判定方法是解题的关键.

10. 如图，在等腰 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 40^\circ$ ，分别以点 A 、点 B 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AB$ 为半径画弧，两弧分别交于点 M 和点 N ，连接 MN ，直线 MN 与 AC 交于点 D ，连接 BD ，则 $\angle DBC$ 的度数是 ()



- A. 20° B. 30° C. 40° D. 50°

【答案】B

【解析】

【分析】先根据等边对等角求出 $\angle ABC = 70^\circ$ ，由作图方法可知， MN 是线段 AB 的垂直平分线，则 $AD = BD$ ，可得 $\angle ABD = \angle A = 40^\circ$ ，由此即可得到 $\angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 30^\circ$ 。

【详解】解： $\because$ 在等腰 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 40^\circ$ ， $AB = AC$ ，

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{180^\circ - \angle A}{2} = 70^\circ,$$

由作图方法可知， MN 是线段 AB 的垂直平分线，

$$\therefore AD = BD,$$

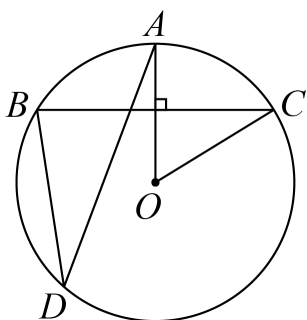
$$\therefore \angle ABD = \angle A = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle DBC = \angle ABC - \angle ABD = 30^\circ,$$

故选 B.

【点睛】本题主要考查了等腰三角形的性质与判定，线段垂直平分线的尺规作图，三角形内角和定理等等，灵活运用所学知识是解题的关键。

11. 如图，在 $\odot O$ 中， $OA \perp BC$ ， $\angle ADB = 30^\circ$ ， $BC = 2\sqrt{3}$ ，则 $OC =$ ()



A. 1

B. 2

C. $2\sqrt{3}$

D. 4

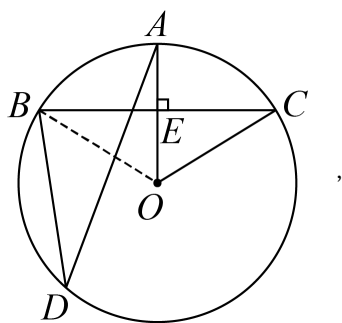
【答案】B

【解析】

【分析】连接 OB ，由圆周角定理得 $\angle AOB = 60^\circ$ ，由 $OA \perp BC$ 得， $\angle COE = \angle BOE = 60^\circ$ ，

$CE = BE = \sqrt{3}$ ，在 $\text{Rt}\triangle OCE$ 中，由 $OC = \frac{CE}{\sin 60^\circ}$ ，计算即可得到答案。

【详解】解：连接 OB ，如图所示，



$$\because \angle ADB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 2\angle ADB = 2 \times 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\because OA \perp BC,$$

$$\therefore \angle COE = \angle BOE = 60^\circ, \quad CE = BE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} = \sqrt{3},$$

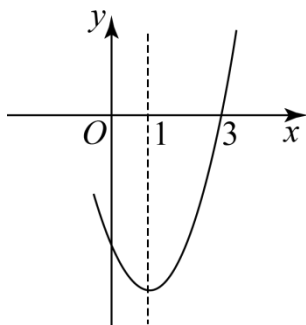
$$\text{在 Rt}\triangle OCE \text{ 中, } \angle COE = 60^\circ, \quad CE = \sqrt{3},$$

$$\therefore OC = \frac{CE}{\sin 60^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2,$$

故选：B.

【点睛】本题主要考查了圆周角定理，垂径定理，解直角三角形，解题的关键是熟练掌握圆周角定理，垂径定理，添加适当的辅助线.

12. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的部分图象如图所示，则下列结论中正确的是 ()



A. $abc < 0$

B. $4a - 2b + c < 0$

C. $3a + c = 0$

D. $am^2 + bm + a \leq 0$ (m

为实数)

【答案】C

【解析】

【分析】根据开口方向，与 y 轴交于负半轴和对称轴为直线 $x = 1$ 可得 $a > 0$, $c < 0$, $b = -2a < 0$ ，由此即可判断 A；根据对称性可得当 $x = -2$ 时， $y > 0$ ，当 $x = -1$ 时， $y = 0$ ，由此即可判断 B、C；根据抛物线开口向上，对称轴为直线 $x = 1$ ，可得抛物线的最小值为 $-a + c$ ，由此即可判断 D.

【详解】解：∵抛物线开口向上，与 y 轴交于负半轴，

$$\therefore a > 0, c < 0,$$

∵抛物线对称轴为直线 $x = 1$ ，

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 1,$$

$$\therefore b = -2a < 0,$$

∴ $abc > 0$ ，故 A 中结论错误，不符合题意；

∵当 $x = 4$ 时， $y > 0$ ，抛物线对称轴为直线 $x = 1$ ，

∴当 $x = -2$ 时， $y > 0$ ，

∴ $4a - 2b + c > 0$ ，故 B 中结论错误，不符合题意；

∵当 $x = 3$ 时， $y = 0$ ，抛物线对称轴为直线 $x = 1$ ，

∴当 $x = -1$ 时， $y = 0$ ，

$$\therefore a - b + c = 0,$$

$$\text{又} \because b = -2a,$$

∴ $3a + c = 0$ ，故 C 中结论正确，符合题意；

∵抛物线对称轴为直线 $x = 1$ ，且抛物线开口向上，

∴抛物线的最小值为 $a + b + c = a - 2a + c = -a + c$ ，

$$\therefore am^2 + bm + c \geq -a + c,$$

∴ $am^2 + bm + a \geq 0$ ，故 D 中结论错误，不符合题意；

故选 C.

【点睛】本题主要考查了二次函数图象与系数的关系，二次函数图象的性质等等，熟练掌握二次函数的相关知识是解题的关键.

第 II 卷 非选择题 (共 52 分)

二、填空题 (共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分)

13. 计算 $(\pi - 3.14)^0 + \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $\sqrt{2}$

【解析】

【分析】根据零指数幂、二次根式的性质进行计算即可.

【详解】 $(\pi - 3.14)^0 + \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2}$

$$= 1 + \sqrt{2} - 1$$

$$= \sqrt{2}.$$

故答案为： $\sqrt{2}$.

【点睛】本题考查了实数的混合运算，二次根式的性质等知识，掌握任何一个不为零的数的零次幂都是1是解题的关键.

14. 已知 $y^2 - my + 1$ 是完全平方式，则 m 的值是_____.

【答案】 ± 2

【解析】

【分析】根据 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ，计算求解即可.

【详解】解： $\because y^2 - my + 1$ 是完全平方式，

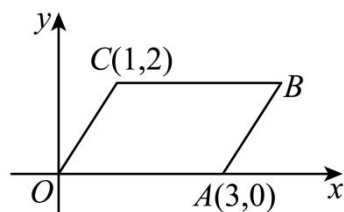
$$\therefore -m = \pm 2,$$

解得 $m = \pm 2$,

故答案为： ± 2 .

【点睛】本题考查了完全平方公式. 解题的关键在于熟练掌握： $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$.

15. 如图， $\square ABCO$ 的顶点 O 、 A 、 C 的坐标分别是 $(0,0)$ 、 $(3,0)$ 、 $(1,2)$. 则顶点 B 的坐标是_____.



【答案】 $(4,2)$

【解析】

【分析】根据“平行四边形的对边平行且相等的性质”得到点 B 的纵坐标与点 C 的纵坐标相等，且 $BC = OA = 3$ ，即可得到结果.

【详解】解： $\because$ 在 $\square ABCO$ 中， $O(0,0)$ ， $A(3,0)$ ，

$$\therefore BC = OA = 3,$$

$$\because BC \parallel AO,$$

$\therefore$ 点 B 的纵坐标与点 C 的纵坐标相等，

$$\therefore B(4,2),$$

故答案为： $(4,2)$.

【点睛】本题主要考查了平行四边形的性质和坐标与图形的性质，此题充分利用了“平行四边形的对边相等且平行”的性质.

16. 不等式组 $\begin{cases} 5x+2>3(x-1) \\ \frac{1}{2}x-1\leq 7-\frac{3}{2}x \end{cases}$ 的所有整数解的和是_____.

【答案】7

【解析】

【分析】先分别解不等式组中的两个不等式，得到不等式组的解集，再确定整数解，最后求和即可.

【详解】解： $\begin{cases} 5x+2>3(x-1) \text{ ①} \\ \frac{1}{2}x-1\leq 7-\frac{3}{2}x \text{ ②} \end{cases}$,

由①得： $5x-3x>-3-2$,

$\therefore 2x>-5$,

解得： $x>-\frac{5}{2}$;

由②得： $x-2\leq 14-3x$,

整理得： $4x\leq 16$,

解得： $x\leq 4$,

$\therefore$ 不等式组的解集为： $-\frac{5}{2}<x\leq 4$,

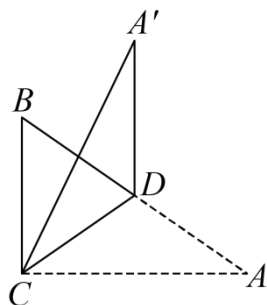
$\therefore$ 不等式组的整数解为： $-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$;

$\therefore -2+(-1)+0+1+2+3+4=7$,

故答案为：7

【点睛】本题考查的是求解一元一次不等式组的整数解，熟悉解一元一次不等式组的方法与步骤是解本题的关键.

17. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 纸片中， $\angle ACB=90^\circ$ ， CD 是 AB 边上的中线，将 $\triangle ACD$ 沿 CD 折叠，当点 A 落在点 A' 处时，恰好 $CA'\perp AB$ ，若 $BC=2$ ，则 $CA'=\underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 $2\sqrt{3}$

【解析】

【分析】由 $\text{Rt}\triangle ABC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 是 AB 边上的中线，可知 $CD = AD$ ，则 $\angle ACD = \angle A$ ，由翻折的性质可知， $\angle ACD = \angle A'CD$ ， $A'C = AC$ ，则 $\angle ACD = \angle A'CD = \angle A$ ，如图，记 $A'C$ 与 AB 的交点为 E ， $\angle CEA = 90^\circ$ ，由 $\angle CEA + \angle ACD + \angle A'CD + \angle A = 180^\circ$ ，可得 $\angle A = 30^\circ$ ，根据

$$A'C = AC = \frac{BC}{\tan \angle A}, \text{ 计算求解即可.}$$

【详解】解： $\because \text{Rt}\triangle ABC$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， CD 是 AB 边上的中线，

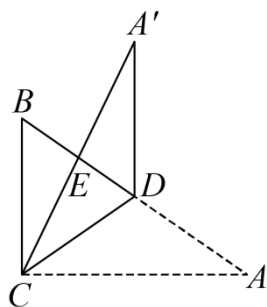
$$\therefore CD = AD,$$

$$\therefore \angle ACD = \angle A,$$

由翻折的性质可知， $\angle ACD = \angle A'CD$ ， $A'C = AC$ ，

$$\therefore \angle ACD = \angle A'CD = \angle A,$$

如图，记 $A'C$ 与 AB 的交点为 E ，



$$\therefore CA' \perp AB,$$

$$\therefore \angle CEA = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CEA + \angle ACD + \angle A'CD + \angle A = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle A = 30^\circ,$$

$$\therefore A'C = AC = \frac{BC}{\tan \angle A} = 2\sqrt{3},$$

故答案为： $2\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查了直角三角形斜边的中线等于斜边的一半，翻折的性质，等边对等角，三角形内角和定理，正切. 解题的关键在于对知识的熟练掌握与灵活运用.

三、解答题（共 5 小题，共 32 分）解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

18. 先化简，再求值： $(2x+y)^2 - (2x+y)(2x-y) - 2y(x+y)$ ，其中 $x = \left(\frac{1}{2}\right)^{2023}$ ， $y = 2^{2022}$.

【答案】 $2xy$, 1

【解析】

【分析】 根据 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$, $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$, 单项式乘以多项式法则进行展开, 再加减运算, 代值计算即可.

【详解】 解: 原式 $= 4x^2 + 4xy + y^2 - (4x^2 - y^2) - 2xy - 2y^2$

$$= 4x^2 + 4xy + y^2 - 4x^2 + y^2 - 2xy - 2y^2$$
$$= 2xy .$$

当 $x = \left(\frac{1}{2}\right)^{2023}$, $y = 2^{2022}$ 时,

$$\text{原式} = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2023} \times 2^{2022}$$
$$= 1 .$$

【点睛】 本题考查了化简求值问题, 完全平方公式、平方差公式, 单项式乘以多项式法则, 掌握公式及法则是解题的关键.

19. 解方程: $\frac{x}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}$.

【答案】 $x = 2$

【解析】

【分析】 分式方程去分母转化为整式方程, 求出整式方程的解得到 x 的值, 经检验即可得到分式方程的解.

【详解】 解: $\frac{x}{x+1} = \frac{2}{x^2-1}$

方程两边同乘 $(x+1)(x-1)$,

$$\text{得 } x(x-1) = 2 ,$$

$$\text{整理得, } x^2 - x - 2 = 0 ,$$

$$\therefore (x+1)(x-2) = 0 ,$$

$$\text{解得: } x_1 = -1 , x_2 = 2 ,$$

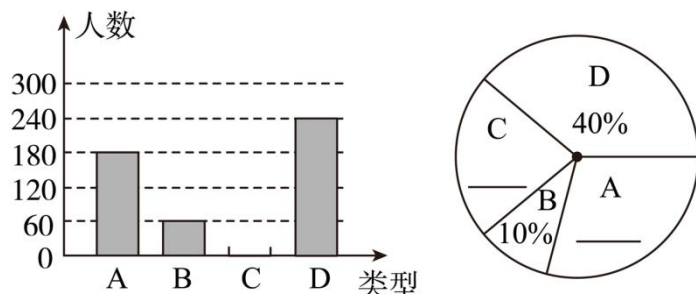
$$\text{检验: 当 } x = -1 \text{ 时, } (x+1)(x-1) = 0 , x = -1 \text{ 是增根,}$$

$$\text{当 } x = 2 \text{ 时, } (x+1)(x-1) = 3 \neq 0 ,$$

∴ 原方程的解为 $x = 2$.

【点睛】 本题考查了分式方程的解法，属于基本题型，熟练掌握解分式方程的方法是解题关键.

20. 2023 年“五一”期间，凉山旅游景点，人头攒动，热闹非凡，州文广旅局对本次“五一”假期选择泸沽湖、会理古城、螺髻九十九里、邛海泸山风景区（以下分别用 A 、 B 、 C 、 D 表示）的游客人数进行了抽样调查，并将调查情况绘制成如下不完整的两幅统计图.



请根据以上信息回答:

- (1) 本次参加抽样调查的游客有多少人?
- (2) 将两幅不完整的统计图补充完整;
- (3) 若某游客随机选择 A 、 B 、 C 、 D 四个景区中的两个，用列表或画树状图的方法，求他第一个景区恰好选择 A 的概率.

【答案】 (1) 600 人

(2) 见解析 (3) $\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】 (1) 用选择 B 景区的人数除以其人数占比即可求出参与调查的游客人数;

(2) 先求出选则 C 景区的人数和选择 A 景区的人数占比，再求出选择 C 景区的人数占比，最后补全统计图即可;

(3) 先画出树状图得到所有等可能性的结果数，然后找到他第一个景区恰好选择 A 的结果数，最后依据概率计算公式求解即可.

【小问 1 详解】

解: $60 \div 10\% = 600$ 人,

∴ 本次参加抽样调查的游客有 600 人;

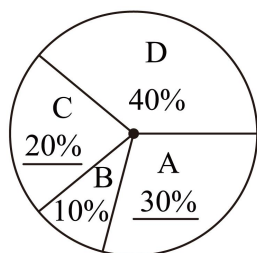
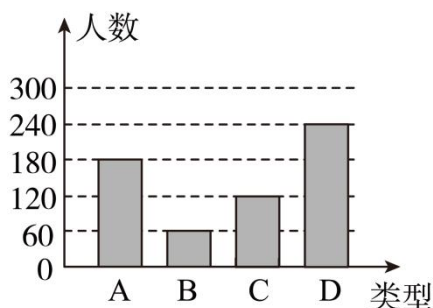
【小问 2 详解】

解: 由题意得，选择 C 景区的人数为 $600 - 180 - 60 - 240 = 120$ 人，选择 A 景区的人数占比为

$$\frac{180}{600} \times 100\% = 30\%,$$

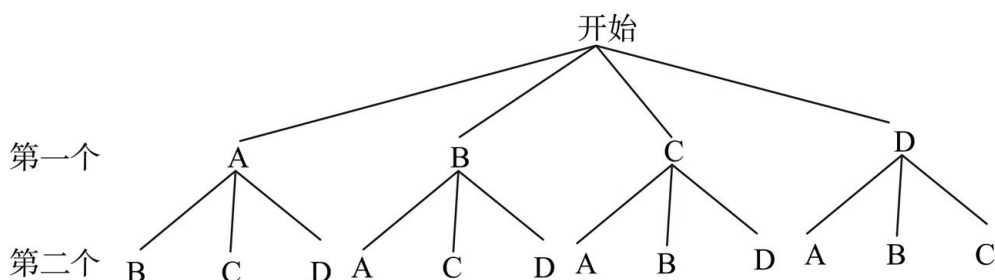
∴ 选择 C 景区的人数占比为 $\frac{120}{600} \times 100\% = 20\%$

补全统计图如下：



【小问 3 详解】

解：画树状图如下：

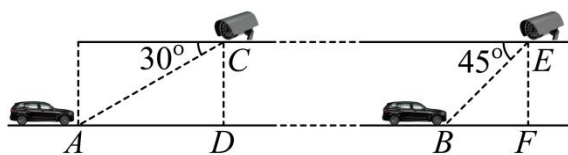


由树状图可知，一共有 12 种等可能性的结果数，其中他第一个景区恰好选择 A 的结果数有 3 种，

∴ 他第一个景区恰好选择 A 的概率为 $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

【点睛】本题主要考查了扇形统计图与条形统计图信息相关联，树状图法或列表法求解概率，正确读懂统计图和画出树状图是解题的关键.

21. 超速容易造成交通事故. 高速公路管理部门在某隧道内的 C、E 两处安装了测速仪，该段隧道的截面示意图如图所示，图中所有点都在同一平面内，且 A、D、B、F 在同一直线上. 点 C、点 E 到 AB 的距离分别为 CD、EF，且 $CD = EF = 7\text{m}$, $CE = 895\text{m}$ ，在 C 处测得 A 点的俯角为 30° ，在 E 处测得 B 点的俯角为 45° ，小型汽车从点 A 行驶到点 B 所用时间为 45s.



(1) 求 A、B 两点之间的距离 (结果精确到 1m)；

(2) 若该隧道限速 80 千米/小时，判断小型汽车从点 A 行驶到点 B 是否超速？并通过计算说明理由. (参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$)

【答案】(1) 900m

(2) 小型汽车从点 A 行驶到点 B 没有超速.

【解析】

【分析】(1) 证明四边形 $DCEF$ 为矩形，可得 $CE = DF = 895\text{m}$ ，结合 $\angle CAD = 30^\circ$ ， $\angle EBF = 45^\circ$ ， $CD = EF = 7\text{m}$ ，可得 $AD = \frac{CD}{\tan 30^\circ} = 7\sqrt{3}$ ， $BF = EF = 7$ ，再利用线段的和差关系可得答案；

(2) 先计算小型汽车的速度，再统一单位后进行比较即可.

【小问 1 详解】

解：∵ 点 C 、点 E 到 AB 的距离分别为 CD 、 EF ，

∴ $CD \perp AB$ ， $EF \perp AB$ ，而 $CE \parallel AB$ ，

∴ $\angle DCE = 90^\circ$ ，

∴ 四边形 $DCEF$ 为矩形，

∴ $CE = DF = 895\text{m}$ ，

由题意可得： $\angle CAD = 30^\circ$ ， $\angle EBF = 45^\circ$ ， $CD = EF = 7\text{m}$ ，

∴ $AD = \frac{CD}{\tan 30^\circ} = 7\sqrt{3}$ ， $BF = EF = 7$ ，

∴ $AB = AF - BF = AD + DF - BF = 7\sqrt{3} + 895 - 7 = 900(\text{m})$

【小问 2 详解】

∵ 小型汽车从点 A 行驶到点 B 所用时间为 45s ，

∴ 汽车速度为 $\frac{900}{45} = 20(\text{m/s})$ ，

∵ 该隧道限速 80 千米/小时，

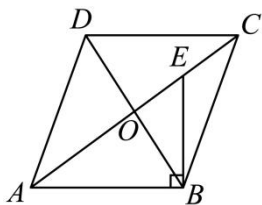
∴ $80\text{km/h} = \frac{80 \times 1000}{3600} \approx 22(\text{m/s})$ ，

∴ $20 < 22$ ，

∴ 小型汽车从点 A 行驶到点 B 没有超速.

【点睛】 本题考查的是解直角三角形的应用，理解俯角的含义，熟练的运用锐角三角函数解题是关键.

22. 如图，在 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， $\angle CAB = \angle ACB$ ，过点 B 作 $BE \perp AB$ 交 AC 于点 E .



(1) 求证： $AC \perp BD$ ；

(2) 若 $AB = 10$ ， $AC = 16$ ，求 OE 的长.

【答案】 (1) 见详解 (2) $\frac{9}{2}$

【解析】

【分析】(1) 可证 $AB = CB$ ，从而可证四边形 $ABCD$ 是菱形，即可得证；

(2) 可求 $OB = 6$ ，再证 $\triangle EBO \sim \triangle BAO$ ，可得 $\frac{EO}{BO} = \frac{BO}{AO}$ ，即可求解.

【小问 1 详解】

证明： $\because \angle CAB = \angle ACB$ ，

$\therefore AB = CB$ ，

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形，

$\therefore AC \perp BD$.

【小问 2 详解】

解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore OA = \frac{1}{2}AC = 8$ ，

$\because AC \perp BD$ ， $BE \perp AB$ ，

$\therefore \angle AOB = \angle BOE = \angle ABE = 90^\circ$ ，

$\therefore OB = \sqrt{AB^2 - OA^2}$

$= \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$ ，

$\because \angle EBO + \angle BEO = 90^\circ$ ，

$\angle ABO + \angle EBO = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BEO = \angle ABO$ ，

$\therefore \triangle EBO \sim \triangle BAO$ ，

$\therefore \frac{EO}{BO} = \frac{BO}{AO}$ ，

$\therefore \frac{EO}{6} = \frac{6}{8}$

解得： $OE = \frac{9}{2}$.

【点睛】 本题考查了平行四边形的性质，菱形的判定及性质，勾股定理，三角形相似的判定及性质，掌握相关的判定方法及性质是解题的关键.

B 卷 (共 50 分)

四、填空题 (共 2 小题，每小题 5 分，共 10 分)

23. 已知 $x^2 - 2x - 1 = 0$ ，则 $3x^3 - 10x^2 + 5x + 2027$ 的值等于_____.

【答案】 2023

【解析】

【分析】把 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 化为： $x^2 = 2x + 1$ 代入降次，再把 $x^2 - 2x = 1$ 代入求值即可．

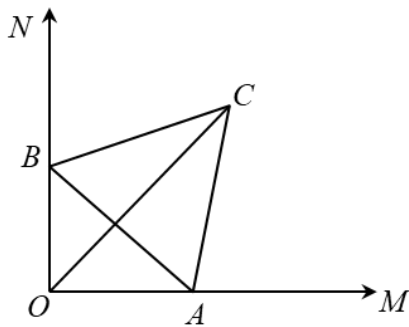
【详解】解：由 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 得： $x^2 = 2x + 1$ ， $x^2 - 2x = 1$ ，

$$\begin{aligned} & 3x^3 - 10x^2 + 5x + 2027 \\ &= 3x(2x + 1) - 10x^2 + 5x + 2027 \\ &= 6x^2 + 3x - 10x^2 + 5x + 2027 \\ &= -4x^2 + 8x + 2027 \\ &= -4(x^2 - 2x) + 2027 \\ &= -4 \times 1 + 2027 \\ &= 2023, \end{aligned}$$

故答案为： 2023．

【点睛】本题考查的是代数式的求值，找到整体进行降次是解题的关键．

24. 如图，边长为 2 的等边 $\triangle ABC$ 的两个顶点 A, B 分别在两条射线 OM 、 ON 上滑动，若 $OM \perp ON$ ，则 OC 的最大值是_____．



【答案】 $1 + \sqrt{3}$

【解析】

【分析】如图所示，取 AB 的中点 D ，连接 OD ， CD ，先根据等边三角形的性质和勾股定理求出 $CD = \sqrt{3}$ ，再根据直角三角形的性质得到 $OD = \frac{1}{2}AB = 1$ ，再由 $OC \leq OD + CD$ 可得当 O, C, D 三点共线时， OC 有最大值，最大值为 $1 + \sqrt{3}$ ．

【详解】解：如图所示，取 AB 的中点 D ，连接 OD ， CD ，

$\because \triangle ABC$ 是边长为 2 的等边三角形,

$\therefore CD \perp AB, BC = AB = 2,$

$\therefore BD = AD = 1,$

$\therefore CD = \sqrt{BC^2 - BD^2} = \sqrt{3},$

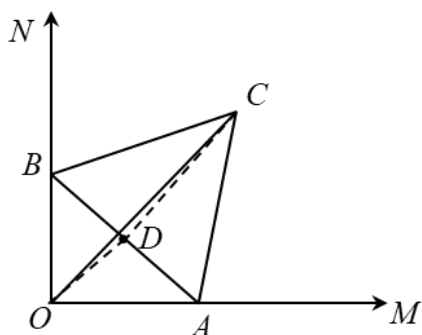
$\because OM \perp ON$, 即 $\angle AOB = 90^\circ$,

$\therefore OD = \frac{1}{2}AB = 1,$

$\therefore OC \leq OD + CD,$

$\therefore$ 当 O, C, D 三点共线时, OC 有最大值, 最大值为 $1 + \sqrt{3}$,

故答案为: $1 + \sqrt{3}$.



【点睛】 本题主要考查了等边三角形的性质, 勾股定理, 直角三角

形斜边上的中线的性质等等, 正确作出辅助线确定当 O, C, D 三点共线时, OC 有最大值是解题的关键.

五、解答题 (共 4 小题, 共 40 分)

25. 凉山州雷波县是全国少有的优质脐橙最适生态区. 经过近 20 年的发展, 雷波脐橙多次在中国西部农业博览会上获得金奖, 雷波县也被誉为“中国优质脐橙第一县”, 某水果商为了解雷波脐橙的市场销售情况, 购进了雷波脐橙和资中血橙进行试销. 在试销中, 水果商将两种水果搭配销售, 若购买雷波脐橙 3 千克, 资中血橙 2 千克, 共需 78 元人民币; 若购买雷波脐橙 2 千克, 资中血橙 3 千克, 共需 72 元人民币.

(1) 求雷波脐橙和资中血橙每千克各多少元?

(2) 一顾客用不超过 1440 元购买这两种水果共 100 千克, 要求雷波脐橙尽量多, 他最多能购买雷波脐橙多少千克?

【答案】 (1) 雷波脐橙和资中血橙每千克分别为 18 元, 12 元.

(2) 最多能购买雷波脐橙 40 千克.

【解析】

【分析】 (1) 设雷波脐橙和资中血橙每千克分别为 x 元, y 元, 购买雷波脐橙 3 千克, 资中血橙 2 千克, 共需 78 元人民币; 若购买雷波脐橙 2 千克, 资中血橙 3 千克, 共需 72 元人民币, 再建立方程组即可;

(2) 设最多能购买雷波脐橙 m 千克, 根据顾客用不超过 1440 元购买这两种水果共 100 千克, 再建立不等

式即可.

【小问 1 详解】

解：设雷波脐橙和资中血橙每千克分别为 x 元， y 元，则

$$\begin{cases} 3x + 2y = 78 \text{①} \\ 2x + 3y = 72 \text{②} \end{cases},$$

①+②得： $5x + 5y = 150$ ，则 $x + y = 30$ ③

把③代入①得： $x = 18$,

把③代入②得： $y = 12$,

∴ 方程组的解为： $\begin{cases} x = 18 \\ y = 12 \end{cases}$,

答：雷波脐橙和资中血橙每千克分别为 18 元，12 元.

【小问 2 详解】

设最多能购买雷波脐橙 m 千克，则

$$18m + 12(100 - m) \leq 1440,$$

$$\therefore 6m \leq 240,$$

解得： $m \leq 40$,

答：最多能购买雷波脐橙 40 千克.

【点睛】 本题考查的是二元一次方程组的应用，一元一次不等式的应用，确定相等关系是解本题的关键.

26. 阅读理解题：

阅读材料：

如图 1，四边形 $ABCD$ 是矩形， $\triangle AEF$ 是等腰直角三角形，记 $\angle BAE$ 为 α 、 $\angle FAD$ 为 β ，若 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ ，

则 $\tan \beta = \frac{1}{3}$.

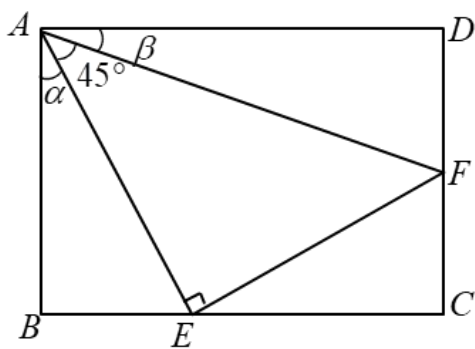


图1

证明：设 $BE = k$ ， $\because \tan \alpha = \frac{1}{2}$ ， $\therefore AB = 2k$ ，

易证 $\triangle AEB \cong \triangle EFC$ (AAS)

$\therefore EC = 2k, CF = k$ ，

$\therefore FD = k, AD = 3k$

$\therefore \tan \beta = \frac{DF}{AD} = \frac{k}{3k} = \frac{1}{3}$ ，

若 $\alpha + \beta = 45^\circ$ 时，当 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$ ，则 $\tan \beta = \frac{1}{3}$ 。

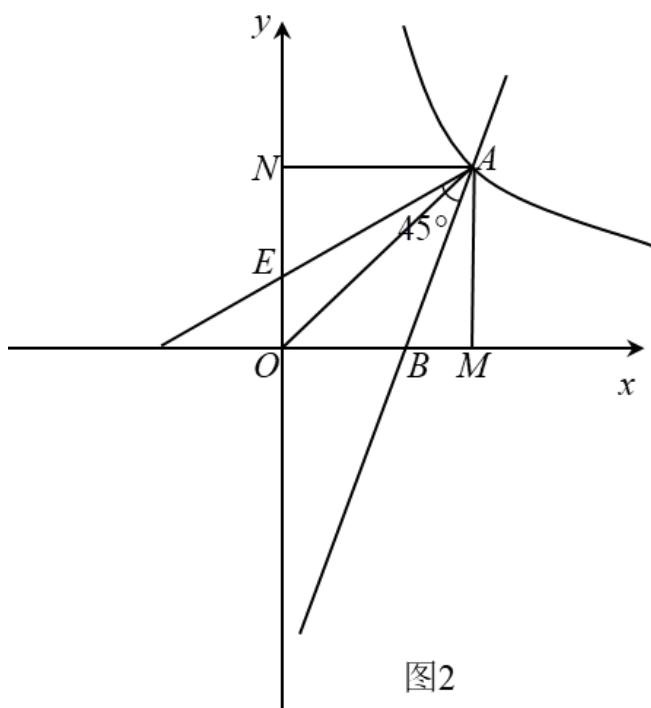
同理：若 $\alpha + \beta = 45^\circ$ 时，当 $\tan \alpha = \frac{1}{3}$ ，则 $\tan \beta = \frac{1}{2}$ 。

根据上述材料，完成下列问题：

如图 2，直线 $y = 3x - 9$ 与反比例函数 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 A，与 x 轴交于点 B。将直线 AB 绕点 A

顺时针旋转 45° 后的直线与 y 轴交于点 E，过点 A 作 $AM \perp x$ 轴于点 M，过点 A 作 $AN \perp y$ 轴于点 N，

已知 $OA = 5$ 。



- (1) 求反比例函数的解析式；
- (2) 直接写出 $\tan \angle BAM$ 、 $\tan \angle NAE$ 的值；
- (3) 求直线 AE 的解析式.

【答案】(1) $y = \frac{12}{x} (x > 0)$

(2) $\tan \angle BAM = \frac{1}{3}$, $\tan \angle NAE = \frac{1}{2}$

(3) $y = \frac{1}{2}x + 1$

【解析】

【分析】(1) 首先求出点 $B(3,0)$ ，然后设 $A(a, 3a-9)$ ，在 $\text{Rt}\triangle AOM$ 中，利用勾股定理求出 $a=4$ ，得到 $A(4,3)$ ，然后代入 $y = \frac{m}{x} (x > 0)$ 求解即可；

(2) 首先根据 $A(4,3)$ ， $B(3,0)$ 得到 $MO=4$ ， $BO=3$ ，求出 $MB=1$ ， $AM=3$ ，然后利用正切值的概念求出 $\tan \angle BAM = \frac{BM}{AM} = \frac{1}{3}$ ，然后证明出四边形 $NOMA$ 是矩形，得到 $\angle BAM + \angle NAE = 45^\circ$ ，然后由 $\tan \angle BAM = \frac{1}{3}$ 即可求出 $\tan \angle NAE = \frac{1}{2}$ ；

(3) 首先根据矩形的性质得到 $AN=OM=4$ ， $NO=AM=3$ ，然后利用 $\tan \angle NAE = \frac{1}{2}$ 求出 $NE=2$ ，进而得到 $E(0,1)$ ，然后设直线 AE 的解析式为 $y=kx+b$ ，利用待定系数法将 $E(0,1)$ 和 $A(4,3)$ 代入求解即可.

【小问 1 详解】

将 $y=0$ 代入 $y=3x-9$ 得, $x=3$,

$$\therefore B(3,0),$$

$\therefore$ 直线 $y=3x-9$ 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}(x>0)$ 的图象交于点 A,

$$\therefore \text{设 } A(a, 3a-9),$$

$$\therefore AM \perp x, \quad OA=5,$$

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle AOM \text{ 中, } OM^2 + AM^2 = AO^2,$$

$$\therefore a^2 + (3a-9)^2 = 5^2,$$

$$\therefore \text{解得 } a_1=4, \quad a_2=\frac{7}{5},$$

$\therefore$ 点 A 的横坐标要大于点 B 的横坐标,

$$\therefore a_2=\frac{7}{5} \text{ 应舍去,}$$

$$\therefore a=4,$$

$$\therefore A(4,3),$$

$$\therefore \text{将 } A(4,3) \text{ 代入 } y=\frac{m}{x}(x>0), \text{ 解得 } m=12;$$

$$\therefore \text{反比例函数的解析式为 } y=\frac{12}{x}(x>0);$$

【小问 2 详解】

$$\therefore A(4,3), \quad B(3,0),$$

$$\therefore MO=4, \quad BO=3,$$

$$\therefore MB=1, \quad AM=3,$$

$$\therefore AM \perp x,$$

$$\therefore \tan \angle BAM = \frac{BM}{AM} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore AN \perp y, \quad \angle NOM = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 NOMA 是矩形,

$$\therefore \angle NAM = 90^\circ,$$

$\therefore$ 将直线 AB 绕点 A 顺时针旋转 45° 后的直线与 y 轴交于点 E,

$$\therefore \angle BAE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle BAM + \angle NAE = 45^\circ,$$

$$\therefore \tan \angle BAM = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \tan \angle NAE = \frac{1}{2};$$

【小问3详解】

$\because$ 四边形 $NOMA$ 是矩形,

$$\therefore AN = OM = 4, \quad NO = AM = 3,$$

$$\because AN \perp y, \quad \tan \angle NAE = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \frac{NE}{AN} = \frac{1}{2}, \quad \text{即} \frac{NE}{4} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{解得 } NE = 2,$$

$$\therefore OE = ON - NE = 1,$$

$$\therefore E(0,1),$$

$\therefore$ 设直线 AE 的解析式为 $y = kx + b$,

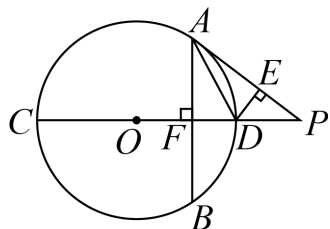
$$\therefore \text{将 } E(0,1) \text{ 和 } A(4,3) \text{ 代入得, } \begin{cases} b = 1 \\ 4x + b = 3 \end{cases},$$

$$\therefore \text{解得} \begin{cases} b = 1 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases},$$

$$\therefore \text{直线 } AE \text{ 的解析式为 } y = \frac{1}{2}x + 1.$$

【点睛】此题考查了反比例函数，一次函数和几何综合题，矩形的性质，解直角三角形，勾股定理等知识，解题的关键是正确理解材料的内容.

27. 如图， CD 是 $\odot O$ 的直径，弦 $AB \perp CD$ ，垂足为点 F ，点 P 是 CD 延长线上一点， $DE \perp AP$ ，垂足为点 E ， $\angle EAD = \angle FAD$.



(1) 求证: AE 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $PA = 4, PD = 2$, 求 $\odot O$ 的半径和 DE 的长.

【答案】(1) 证明见解析

(2) $\odot O$ 的半径为 3, DE 的长为 $\frac{6}{5}$

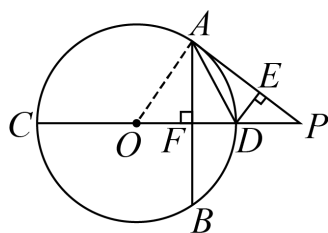
【解析】

【分析】(1) 先根据直角三角形的性质可得 $\angle FAD + \angle ODA = 90^\circ$, 再根据等腰三角形的性质可得 $\angle OAD = \angle ODA$, 从而可得 $\angle OAE = 90^\circ$, 然后根据圆的切线的判定即可得证;

(2) 设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OA = OD = r$, $OP = r + 2$, 在 $\text{Rt}\triangle OAP$ 中, 利用勾股定理求解即可得; 根据相似三角形的判定可得 $\triangle PDE \sim \triangle POA$, 根据相似三角形的性质即可得.

【小问 1 详解】

证明: 如图, 连接 OA ,



$\because$ 弦 $AB \perp CD$,

$$\therefore \angle FAD + \angle ODA = 90^\circ,$$

$$\because \angle EAD = \angle FAD,$$

$$\therefore \angle EAD + \angle ODA = 90^\circ,$$

$$\because OA = OD,$$

$$\therefore \angle OAD = \angle ODA,$$

$$\therefore \angle EAD + \angle OAD = 90^\circ, \text{ 即 } \angle OAE = 90^\circ,$$

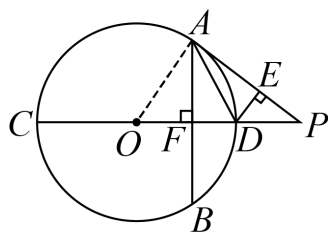
$$\therefore AE \perp OA,$$

又 $\because OA$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore AE$ 是 $\odot O$ 的切线.

【小问 2 详解】

解: 如图, 连接 OA ,



设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OA = OD = r$,

$$\because PD = 2,$$

$$\therefore OP = r + 2,$$

$$\text{在 Rt}\triangle OAP \text{ 中, } OA^2 + PA^2 = OP^2, \text{ 即 } r^2 + 4^2 = (r + 2)^2,$$

$$\text{解得 } r = 3,$$

$$\therefore OA = 3, OP = 5,$$

$$\because AE \perp OA, DE \perp AP,$$

$$\therefore DE \parallel OA,$$

$$\therefore \triangle PDE \sim \triangle POA,$$

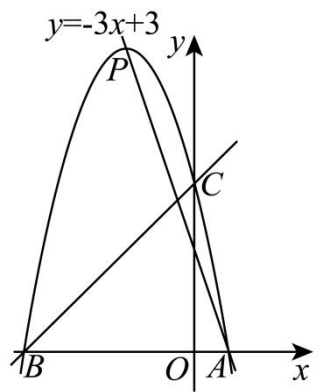
$$\therefore \frac{DE}{OA} = \frac{PD}{OP}, \text{ 即 } \frac{DE}{3} = \frac{2}{5},$$

$$\text{解得 } DE = \frac{6}{5},$$

所以 $\odot O$ 的半径为 3, DE 的长为 $\frac{6}{5}$.

【点睛】本题考查了圆的切线的判定、勾股定理、相似三角形的判定与性质、等腰三角形的性质等知识点, 熟练掌握圆的切线的判定, 相似三角形的判定与性质是解题关键.

28. 如图, 已知抛物线与 x 轴交于 $A(1, 0)$ 和 $B(-5, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C . 直线 $y = -3x + 3$ 过抛物线的顶点 P .



(1) 求抛物线的函数解析式;

(2) 若直线 $x = m$ ($-5 < m < 0$) 与抛物线交于点 E , 与直线 BC 交于点 F .

①当 EF 取得最大值时, 求 m 的值和 EF 的最大值;

②当 $\triangle EFC$ 是等腰三角形时, 求点 E 的坐标.

【答案】(1) $y = -x^2 - 4x + 5$

(2) ①当 $m = -\frac{5}{2}$ 时, EF 有最大值, 最大值为 $\frac{25}{4}$; ② $(-3, 8)$ 或 $(-4, 5)$ 或 $(\sqrt{2} - 5, 6\sqrt{2} - 2)$

【解析】

【分析】(1) 利用待定系数法求解即可；

(2) ①先求出 $C(0,5)$ ，进而求出直线 BC 的解析式为 $y = x + 5$ ，则 $E(m, -m^2 - 4m + 5)$ ， $F(m, m + 5)$ ，进一步求出 $EF = -\left(m + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$ ，由此即可利用二次函数的性质求出答案；②设直线 $x = m$ 与 x 轴交于 H ，先证明 $\triangle BHF$ 是等腰直角三角形，得到 $\angle EFC = \angle BFH = 45^\circ$ ；再分如图 3-1 所示，当 $EC = FC$ 时，如图 3-2 所示，当 $EF = EC$ 时，如图 3-3 所示，当 $EF = CF$ 时，三种情况利用等腰三角形的定义进行求解即可。

【小问 1 详解】

解：∵ 抛物线与 x 轴交于 $A(1,0)$ 和 $B(-5,0)$ 两点，

∴ 抛物线对称轴为直线 $x = \frac{-5+1}{2} = -2$ ，

在 $y = -3x + 3$ 中，当 $x = -2$ 时， $y = 9$ ，

∴ 抛物线顶点 P 的坐标为 $(-2,9)$ ，

设抛物线解析式为 $y = a(x+2)^2 + 9$ ，

∴ $a(1+2)^2 + 9 = 0$ ，

∴ $a = -1$ ，

∴ 抛物线解析式为 $y = -(x+2)^2 + 9 = -x^2 - 4x + 5$

【小问 2 详解】

解：①∵ 抛物线解析式为 $y = -x^2 - 4x + 5$ ，点 C 是抛物线与 y 轴的交点，

∴ $C(0,5)$ ，

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b_1$ ，

∴ $\begin{cases} -5k + b_1 = 0 \\ b_1 = 5 \end{cases}$ ，

∴ $\begin{cases} k = 1 \\ b = 5 \end{cases}$ ，

∴ 直线 BC 的解析式为 $y = x + 5$ ，

∴ 直线 $x = m$ ($-5 < m < 0$) 与抛物线交于点 E ，与直线 BC 交于点 F

$$\therefore E(m, -m^2 - 4m + 5), F(m, m + 5),$$

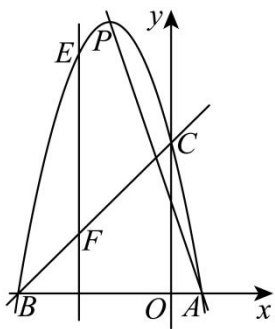
$$\therefore EF = -m^2 - 4m + 5 - (m + 5)$$

$$= -m^2 - 5m$$

$$= -\left(m + \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{25}{4},$$

$$\because -1 < 0,$$

$$\therefore \text{当 } m = -\frac{5}{2} \text{ 时, } EF \text{ 有最大值, 最大值为 } \frac{25}{4};$$



②设直线 $x = m$ 与 x 轴交于 H ,

$$\therefore BH = m + 5, HF = m + 5,$$

$$\therefore BH = HF,$$

$\therefore \triangle BHF$ 是等腰直角三角形,

$$\therefore \angle EFC = \angle BFH = 45^\circ;$$

如图 3-1 所示, 当 $EC = FC$ 时,

过点 C 作 $CG \perp EF$ 于 G , 则 $G(m, 5)$

$\therefore$ 点 G 为 EF 的中点,

由 (2) 得 $E(m, -m^2 - 4m + 5), F(m, m + 5),$

$$\therefore \frac{-m^2 - 4m + 5 + m + 5}{2} = 5,$$

$$\therefore m^2 + 3m = 0,$$

解得 $m = -3$ 或 $m = 0$ (舍去),

$$\therefore E(-3, 8);$$

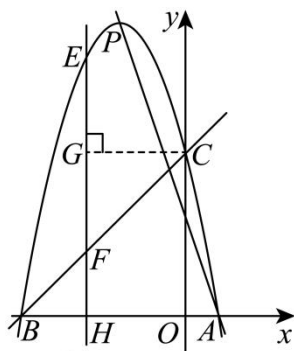


图3-1

如图 3-2 所示，当 $EF = EC$ 时，则 $\triangle EFC$ 是等腰直角三角形，

$\therefore \angle FEF = 90^\circ$ ，即 $CE \perp EF$ ，

$\therefore$ 点 E 的纵坐标为 5，

$$\therefore -m^2 - 4m + 5 = 5,$$

解得 $m = -4$ 或 $m = 0$ (舍去)，

$$\therefore E(-4, 5)$$

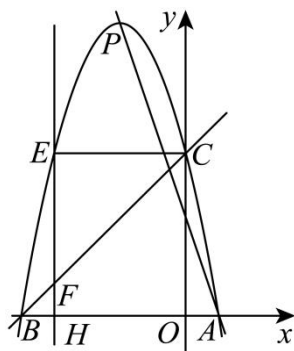


图3-2

如图 3-3 所示，当 $EF = CF$ 时，过点 C 作 $CG \perp EF$ 于 G ，

同理可证 $\triangle CFG$ 是等腰直角三角形，

$$\therefore FG = CG = -m,$$

$$\therefore CF = \sqrt{2}CG = -\sqrt{2}m,$$

$$\therefore -m^2 - 5m = -\sqrt{2}m,$$

$$\therefore m^2 + (5 - \sqrt{2})m = 0,$$

解得 $m = \sqrt{2} - 5$ 或 $m = 0$ (舍去)，

$$\therefore EF = CF = -\sqrt{2} \times (\sqrt{2} - 5) = 5\sqrt{2} - 2, \quad HF = \sqrt{2},$$

$$\therefore HE = 6\sqrt{2} - 2,$$

$$\therefore E(\sqrt{2}-5, 6\sqrt{2}-2)$$

综上所述，点 E 的坐标为 $(-3, 8)$ 或 $(-4, 5)$ 或 $(\sqrt{2}-5, 6\sqrt{2}-2)$

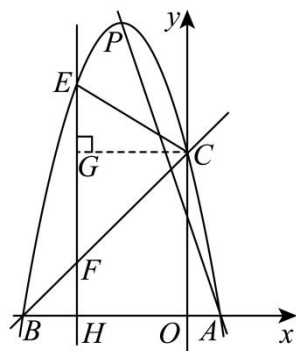


图3-3

【点睛】 本题主要考查了二次函数综合，勾股定理，等腰直角三角形的性质与判断，一次函数与几何综合，待定系数法求函数解析式等等，利用分类讨论的思想求解是解题的关键.

【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】