

乐山市 2023 年初中学业水平考试

数学

本试题卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题），共 8 页。考生作答时，须将答案答在答题卡上，在本试题卷、草稿纸上答题无效。满分 150 分。考试时间 120 分钟。考试结束后，将本试题卷和答题卡一并交回。考生作答时，不能使用任何型号的计算器。

第 I 卷（选择题 共 30 分）

注意事项：

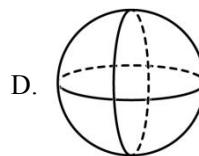
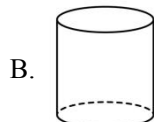
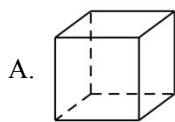
1. 选择题必须使用 2B 铅笔将答案标号填涂在答题卡对应题目标号的位置上。
2. 在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求。

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分。

1. 计算： $2a - a =$ ()

- A. a B. $-a$ C. $3a$ D. 1

2. 下面几何体中，是圆柱的是 ()



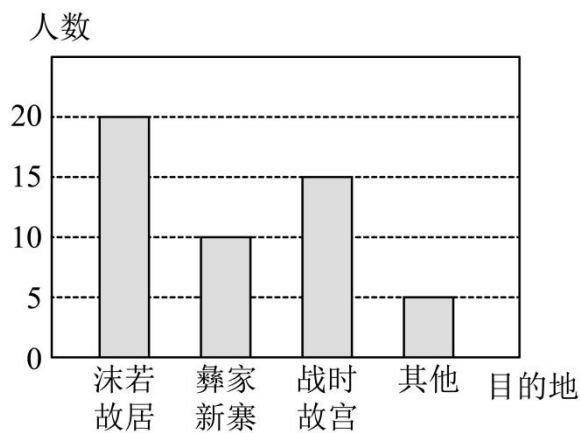
3. 下列各点在函数 $y = 2x - 1$ 图象上的是 ()

- A. $(-1, 3)$ B. $(0, 1)$ C. $(1, -1)$ D. $(2, 3)$

4. 从水利部长江水利委员会获悉，截止 2023 年 3 月 30 日 17 时，南水北调中线一期工程自 2014 年 12 月全面通水以来，已累计向受水区实施生态补水约 90 亿立方米。其中 9000000000 用科学记数法表示为 ()

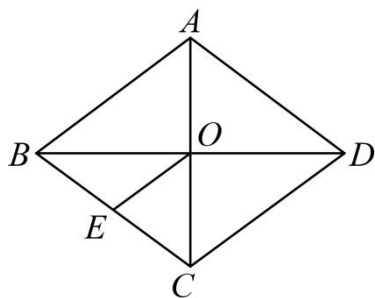
- A. 9×10^8 B. 9×10^9 C. 9×10^{10} D. 9×10^{11}

5. 乐山是一座著名的旅游城市，有着丰富的文旅资源。某校准备组织初一年级 500 名学生进行研学旅行活动，政教处周老师随机抽取了其中 50 名同学进行研学目的地意向调查，并将调查结果制成如下统计图，如图所示估计初一年级愿意去“沫若故居”的学生人数为 ()



- A. 100 B. 150 C. 200 D. 400

6. 如图, 菱形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , E 为边 BC 的中点, 连结 OE . 若 $AC = 6$, $BD = 8$, 则 $OE = (\quad)$

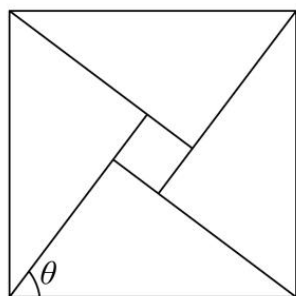


- A. 2 B. $\frac{5}{2}$ C. 3 D. 4

7. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 8x + m = 0$ 两根为 x_1 、 x_2 , 且 $x_1 = 3x_2$, 则 m 的值为 ()

- A. 4 B. 8 C. 12 D. 16

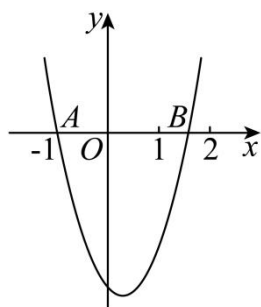
8. 我国汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出“赵爽弦图”，如图所示，它是由四个全等的直角三角形与中间的小正方形拼成的大正方形. 如果大正方形面积为 25，小正方形面积为 1，则 $\sin \theta = (\quad)$



- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

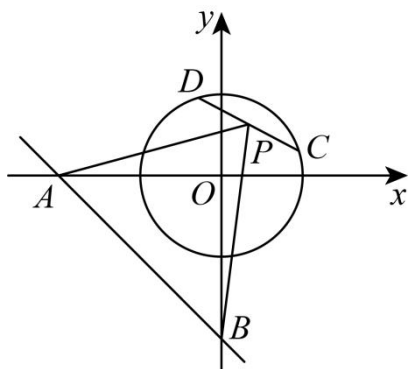
9. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $A(-1, 0)$ 、 $B(m, 0)$, 且 $1 < m < 2$, 有下列结论: ① $b < 0$;

② $a+b>0$; ③ $0<a<-c$; ④ 若点 $C\left(-\frac{2}{3}, y_1\right), D\left(\frac{5}{3}, y_2\right)$ 在抛物线上, 则 $y_1 > y_2$. 其中, 正确的结论有 ()



A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

10. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = -x - 2$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A 、 B 两点, C 、 D 是半径为 1 的 $\odot O$ 上两动点, 且 $CD = \sqrt{2}$, P 为弦 CD 的中点. 当 C 、 D 两点在圆上运动时, $\triangle PAB$ 面积的最大值是 ()



A. 8 B. 6 C. 4 D. 3

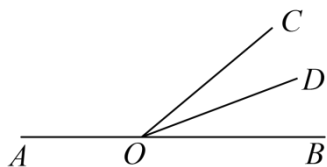
第 II 卷 (非选择题 共 120 分)

注意事项:

1. 考生使用 0.5m 黑色墨汁签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答, 答在试题卷上无效。
2. 作图时, 可先用铅笔画线, 确认后再用 0.5mm 黑色墨汁签字笔描清楚。
3. 解答题应写出文字说明、证明过程或推演步骤。
4. 本部分共 16 个小题, 共 120 分。

二、填空题: 本大题共 6 个小题, 每小题 3 分, 共 18 分。

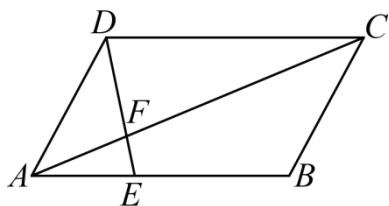
11. 不等式 $x-1>0$ 的解集是_____。
12. 小张在“阳光大课间”活动中进行了 5 次一分钟跳绳练习, 所跳个数分别为: 160, 163, 160, 157, 160. 这组数据的众数为_____。
13. 如图, 点 O 在直线 AB 上, OD 是 $\angle BOC$ 的平分线, 若 $\angle AOC = 140^\circ$, 则 $\angle BOD$ 的度数为_____。



14. 若 m 、 n 满足 $3m - n - 4 = 0$ ，则 $8^m \div 2^n =$ _____.

15. 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中， E 是线段 AB 上一点，连结 AC 、 DE 交于点 F . 若 $\frac{AE}{EB} = \frac{2}{3}$ ，则

$$\frac{S_{\triangle ADF}}{S_{\triangle AEF}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



16. 定义：若 x 、 y 满足 $x^2 = 4y + t$ ， $y^2 = 4x + t$ 且 $x \neq y$ (t 为常数)，则称点 $M(x, y)$ 为“和谐点”.

(1) 若 $P(3, m)$ 是“和谐点”，则 $m =$ _____.

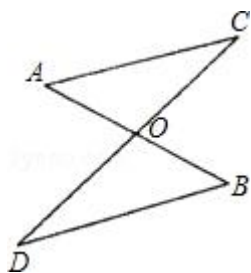
(2) 若双曲线 $y = \frac{k}{x} (-3 < x < -1)$ 存在“和谐点”，则 k 的取值范围为 _____.

三、解答题：本大题共 10 个小题，共 102 分。解答应写出必要的文字说明，证明过程或演算步骤。

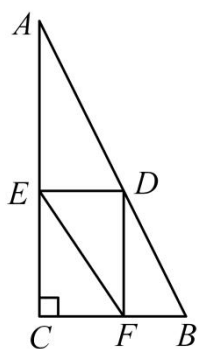
17. 计算： $|-2| + 2023^0 - \sqrt{4}$

18. 解二元一次方程组：
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$$

19. 如图， AB 、 CD 相交于点 O ， $AO = BO$ ， $AC \parallel DB$. 求证： $AC = BD$.



20. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ，点 D 为 AB 边上任意一点（不与点 A 、 B 重合），过点 D 作 $DE \parallel BC$ ， $DF \parallel AC$ ，分别交 AC 、 BC 于点 E 、 F ，连接 EF .

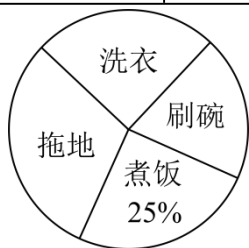


- (1) 求证：四边形 $ECFD$ 是矩形；
- (2) 若 $CF = 2$ ， $CE = 4$ ，求点 C 到 EF 的距离.

21. 为了践行习近平总书记提出的“绿水青山就是金山银山”的发展理念，某地计划在规定时间内种植梨树 6000 棵. 开始种植时，由于志愿者的加入，实际每天种植梨树的数量比原计划增加了 20%，结果提前 2 天完成任务. 问原计划每天种植梨树多少棵？

22. 为培养同学们爱劳动的习惯，某班开展了“做好一件家务”主题活动，要求全班同学人人参与经统计，同学们做的家务类型为“洗衣”“拖地”“煮饭”“刷碗”. 班主任将以上信息绘制成了统计图表，如图所示.

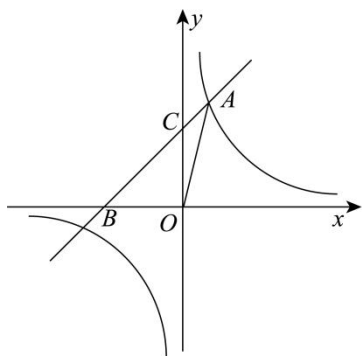
家务类型	洗衣	拖地	煮饭	刷碗
人数 (人)	10	12	10	m



根据上面图表信息，回答下列问题：

- (1) $m =$ _____；
- (2) 在扇形统计图中，“拖地”所占的圆心角度数为_____；
- (3) 班会课上，班主任评选出了近期做家务表现优异的 4 名同学，其中有 2 名男生. 现准备从表现优异的同学中随机选取两名同学分享体会，请用画树状图或列表的方法求所选同学中有男生的概率.

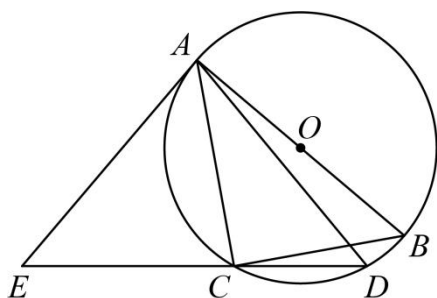
23. 如图，一次函数 $y = kx + b$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象交于点 $A(m, 4)$ ，与 x 轴交于点 B ，与 y 轴交于点 $C(0, 3)$.



(1) 求 m 的值和一次函数的表达式；

(2) 已知 P 为反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 图象上的一点， $S_{\triangle OBP} = 2S_{\triangle OAC}$ ，求点 P 的坐标.

24. 如图，已知 $\odot O$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的外接圆， $\angle ACB = 90^\circ$ ， D 是圆上一点， E 是 DC 延长线上一点，连结 AD ， AE ，且 $AD = AE$ ， $CA = CE$.



(1) 求证：直线 AE 是 $\odot O$ 的切线；

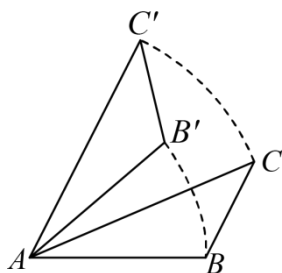
(2) 若 $\sin E = \frac{2}{3}$ ， $\odot O$ 的半径为 3，求 AD 的长.

25. 在学习完《图形的旋转》后，刘老师带领学生开展了一次数学探究活动

【问题情境】

刘老师先引导学生回顾了华东师大版教材七年级下册第121页“探索”部分内容：

如图，将一个三角形纸板 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 θ 到达 $\triangle AB'C'$ 的位置，那么可以得到： $AB = AB'$ ，
 $AC = AC'$ ， $BC = B'C'$ ； $\angle BAC = \angle B'AC'$ ， $\angle ABC = \angle AB'C'$ ， $\angle ACB = \angle AC'B'$ ()



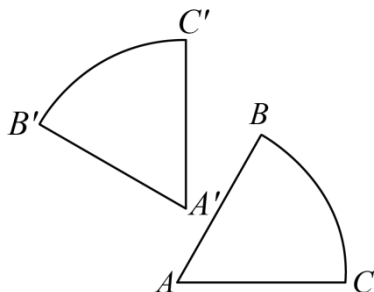
刘老师进一步谈到：图形的旋转蕴含于自然界的运动变化规律中，即“变”中蕴含着“不变”，这是我们

解决图形旋转的关键；故数学就是一门哲学.

【问题解决】

(1) 上述问题情境中 “ () ” 处应填理由: _____;

(2) 如图, 小王将一个半径为 4cm , 圆心角为 60° 的扇形纸板 ABC 绕点 O 逆时针旋转 90° 到达扇形纸板 $A'B'C'$ 的位置.

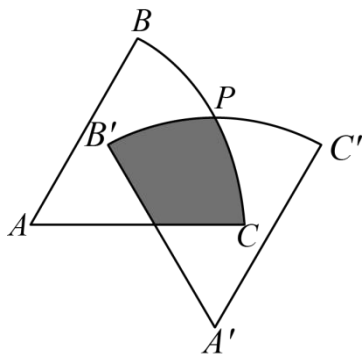


①请在图中作出点 O ;

②如果 $BB'=6\text{cm}$, 则在旋转过程中, 点 B 经过的路径长为_____;

【问题拓展】

小李突发奇想, 将与 (2) 中完全相同的两个扇形纸板重叠, 一个固定在墙上, 使得一边位于水平位置, 另一个在弧的中点处固定, 然后放开纸板, 使其摆动到竖直位置时静止, 此时, 两个纸板重叠部分的面积是多少呢? 如图所示, 请你帮助小李解决这个问题.



26. 已知 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 是抛物线 $C_1: y = -\frac{1}{4}x^2 + bx$ (b 为常数) 上的两点, 当 $x_1 + x_2 = 0$ 时, 总有 $y_1 = y_2$

(1) 求 b 的值;

(2) 将抛物线 C_1 平移后得到抛物线 $C_2: y = -\frac{1}{4}(x-m)^2 + 1 (m > 0)$.

探究下列问题:

①若抛物线 C_1 与抛物线 C_2 有一个交点, 求 m 的取值范围;

②设抛物线 C_2 与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C , 抛物线 C_2 的顶点为点 E , $\triangle ABC$ 外接圆的圆心为

点 F ，如果对抛物线 C_1 上的任意一点 P ，在抛物线 C_2 上总存在一点 Q ，使得点 P 、 Q 的纵坐标相等．求 EF 长的取值范围．

