

2023 年上海市初中学业水平考试

考生注意：

1. 本场考试时间 100 分钟，试卷共 4 页，满分 150 分，答题纸共 2 页。
2. 作答前，在答题纸指定位置填写姓名、报名号、座位号。将核对后的条形码贴在答题纸指定位置。
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位。在试卷上的作答一律不得分。
4. 选择题和作图题用 2B 铅笔作答，其余题型用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答。

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，共 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题卡的相应位置上】

1. 下列运算正确的是（ ）

- A. $a^5 \div a^2 = a^3$ B. $a^3 + a^3 = a^6$ C. $(a^3)^2 = a^5$ D. $\sqrt{a^2} = a$

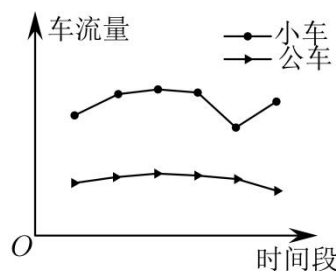
2. 在分式方程 $\frac{2x-1}{x^2} + \frac{x^2}{2x-1} = 5$ 中，设 $\frac{2x-1}{x^2} = y$ ，可得到关于 y 的整式方程为（ ）

- A. $y^2 + 5y + 5 = 0$ B. $y^2 - 5y + 5 = 0$ C. $y^2 + 5y + 1 = 0$ D. $y^2 - 5y + 1 = 0$

3. 下列函数中，函数值 y 随 x 的增大而减小的是（ ）

- A. $y = 6x$ B. $y = -6x$ C. $y = \frac{6}{x}$ D. $y = -\frac{6}{x}$

4. 如图所示，为了调查不同时间段的车流量，某学校的兴趣小组统计了不同时间段的车流量，下图是各时间段的小车与公车的车流量，则下列说法正确的是（ ）



- A. 小车的车流量与公车的车流量稳定； B. 小车的车流量的平均数较大；
- C. 小车与公车车流量在同一时间段达到最小值； D. 小车与公车车流量的变化趋势相同。
5. 在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC, AB = CD$ 。下列说法能使四边形 $ABCD$ 为矩形的是（ ）
- A. $AB \parallel CD$ B. $AD = BC$ C. $\angle A = \angle B$ D. $\angle A = \angle D$
6. 已知在梯形 $ABCD$ 中，连接 AC, BD ，且 $AC \perp BD$ ，设 $AB = a, CD = b$ 。下列两个说法：

$$\textcircled{1} AC = \frac{\sqrt{2}}{2}(a+b); \textcircled{2} AD = \frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{a^2+b^2}$$

则下列说法正确的是 ()

- A. ①正确②错误 B. ①错误②正确 C. ①②均正确 D. ①②均错误

二、填空题：(本大题共 12 题，每题 4 分，共 48 分)【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7. 分解因式： $x^2 - 9 =$ _____.

8. 化简： $\frac{2}{1-x} - \frac{2x}{1-x}$ 的结果为 _____.

9. 已知关于 x 的方程 $\sqrt{x-14} = 2$ ，则 $x =$ _____.

10. 函数 $f(x) = \frac{1}{x-23}$ 的定义域为 _____.

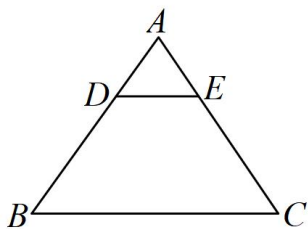
11. 已知关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 6x + 1 = 0$ 没有实数根，那么 a 的取值范围是 _____.

12. 在不透明的盒子中装有一个黑球，两个白球，三个红球，四个绿球，这十个球除颜色外完全相同. 那么从中随机摸出一个球是绿球的概率为 _____.

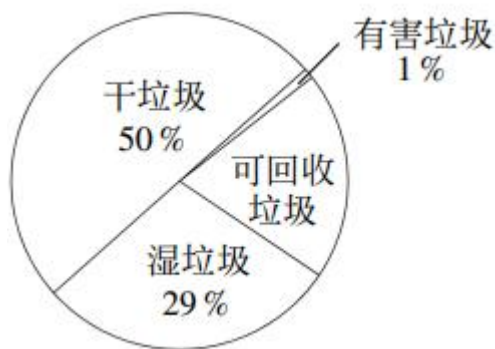
13. 如果一个正多边形的中心角是 20° ，那么这个正多边形的边数为 _____.

14. 一个二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的顶点在 y 轴正半轴上，且其对称轴左侧的部分是上升的，那么这个二次函数的解析式可以是 _____.

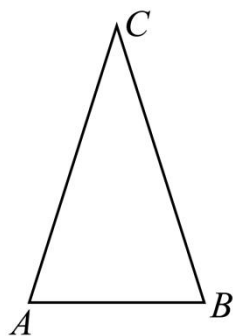
15. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D, E 在边 AB, AC 上， $2AD = BD, DE \parallel BC$ ，联结 DE ，设向量 $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，那么用 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{DE} =$ _____.



16. 垃圾分类 (Refuse sorting)，是指按照垃圾的不同成分、属性、利用价值以及对环境的影响，并根据不同处置方式的要求，分成属性不同的若干种类. 某市试点区域的垃圾收集情况如扇形统计图所示，已知可回收垃圾共收集 60 吨，且全市人口约为试点区域人口的 10 倍，那么估计全市可收集的干垃圾总量为 _____.



17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 35^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕着点 A 旋转 α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$), 旋转后的点 B 落在 BC 上, 点 B 的对应点为 D , 连接 AD , AD 是 $\angle BAC$ 的角平分线, 则 $\alpha =$ _____.



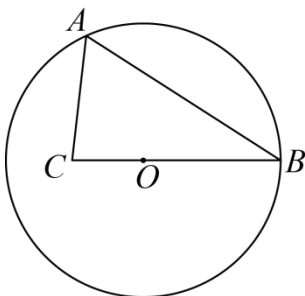
18. 在 $\triangle ABC$ 中 $AB = 7, BC = 3, \angle C = 90^\circ$, 点 D 在边 AC 上, 点 E 在 CA 延长线上, 且 $CD = DE$, 如果 $\odot B$ 过点 A , $\odot E$ 过点 D , 若 $\odot B$ 与 $\odot E$ 有公共点, 那么 $\odot E$ 半径 r 的取值范围是_____.

三、解答题: (本大题共 7 题, 共 78 分)

19. 计算: $\sqrt[3]{8} + \frac{1}{2+\sqrt{5}} - \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + |\sqrt{5}-3|$

20. 解不等式组 $\begin{cases} 3x > x+6 \\ \frac{1}{2}x < -x+5 \end{cases}$

21. 如图, 在 $\odot O$ 中, 弦 AB 的长为 8, 点 C 在 BO 延长线上, 且 $\cos \angle ABC = \frac{4}{5}, OC = \frac{1}{2}OB$.

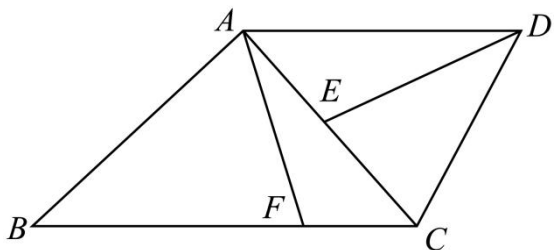


- (1) 求 $\odot O$ 的半径;
- (2) 求 $\angle BAC$ 的正切值.

22. “中国石化”推出促销活动，一张加油卡的面值是 1000 元，打九折出售．使用这张加油卡加油，每一升油，油的单价降低 0.30 元．假设这张加油卡的面值能够一次性全部用完．

- (1) 他实际花了多少钱购买会员卡？
- (2) 减价后每升油的单价为 y 元/升，原价为 x 元/升，求 y 关于 x 的函数解析式（不用写出定义域）
- (3) 油的原价是 7.30 元/升，求优惠后油的单价比原价便宜多少元？

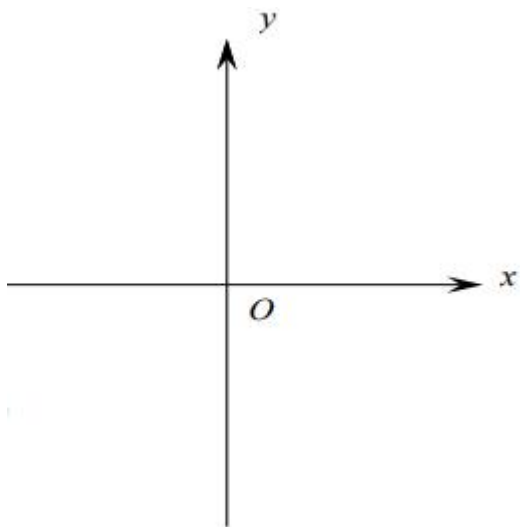
23. 如图，在梯形 $ABCD$ 中 $AD \parallel BC$ ，点 F, E 分别在线段 BC, AC 上，且 $\angle FAC = \angle ADE$ ， $AC = AD$



- (1) 求证： $DE = AF$
- (2) 若 $\angle ABC = \angle CDE$ ，求证： $AF^2 = BF \cdot CE$

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知直线 $y = \frac{3}{4}x + 6$ 与 x 轴交于点 A ， y 轴交于点 B ，点 C 在线段 AB 上，

以点 C 为顶点的抛物线 $M: y = ax^2 + bx + c$ 经过点 B .



- (1) 求点 A, B 的坐标；
- (2) 求 b, c 的值；
- (3) 平移抛物线 M 至 N ，点 C, B 分别平移至点 P, D ，联结 CD ，且 $CD \parallel x$ 轴，如果点 P 在 x 轴上，且新抛物线过点 B ，求抛物线 N 的函数解析式．

25. 如图 (1) 所示，已知在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， O 在边 AB 上，点 F 为边 OB 中点，为以 O 为圆心， BO 为半径的圆分别交 CB, AC 于点 D, E ，联结 EF 交 OD 于点 G ．

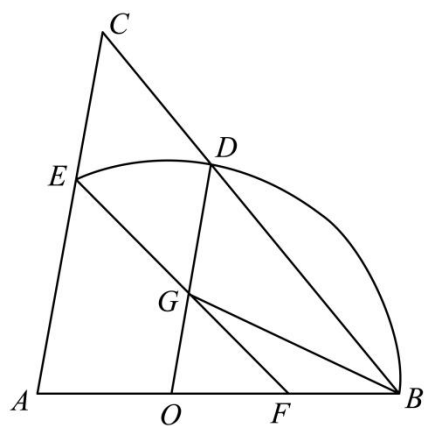


图 (1)

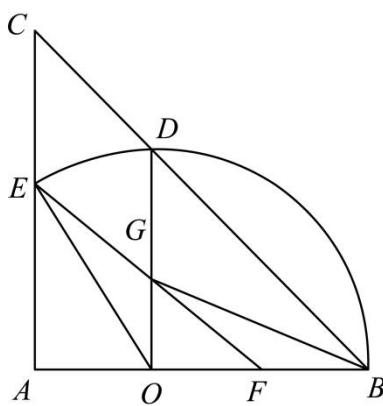


图 (2)

- (1) 如果 $OG = DG$ ，求证：四边形 $CEGD$ 为平行四边形；
- (2) 如图 (2) 所示，联结 OE ，如果 $\angle BAC = 90^\circ, \angle OFE = \angle DOE, AO = 4$ ，求边 OB 的长；
- (3) 联结 BG ，如果 $\triangle OBG$ 是以 OB 为腰的等腰三角形，且 $AO = OF$ ，求 $\frac{OG}{OD}$ 的值.

