

2022 年辽宁省阜新市中考数学试卷

第 I 卷 (选择题)

一、选择题 (本大题共 10 小题, 共 30 分. 在每小题列出的选项中, 选出符合题目的一项)

1. 在实数 $-1, 2, 0, -2$ 中, 最小的数是 ()

- A. -1 B. 2 C. 0 D. -2

【答案】D

【解析】

【分析】根据有理数大小比较的方法进行判断即可.

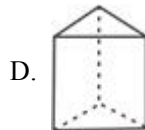
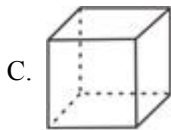
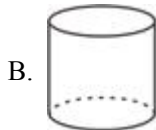
【详解】 $\because -2 < -1 < 0 < 2$

$\therefore$ 最小的数是 -2

故答案为: D.

【点睛】本题考查了有理数大小比较的问题, 掌握有理数大小比较的方法是解题的关键.

2. 在如图所示的几何体中, 俯视图和左视图相同的是 ()



【答案】C

【解析】

【分析】根据俯视图与左视图的概念依次判断即可. 主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看, 所得到的图形.

【详解】解: A、俯视图是带圆心的圆, 左视图是等腰三角形, 故本选项不合题意;

B、俯视图是圆, 左视图是矩形, 故本选项不合题意;

C、俯视图与左视图都是正方形, 故本选项符合题意;

D、俯视图是三角形, 左视图是矩形, 故本选项不合题意.

故选: C.

【点睛】本题考查了几何体的三种视图, 掌握定义是关键.

3. 为庆祝神舟十四号发射成功, 学校开展航天知识竞赛活动. 经过几轮筛选, 本班决定从甲、乙、丙、丁四名同学中选择一名同学代表班级参加比赛, 经过统计, 四名同学成绩的平均数 (单位: 分) 及方差 (单位: 分²) 如表所示:

	甲	乙	丙	丁
平均数	96	98	95	98
方差	2	0.4	0.4	1.6

如果要选一名成绩好且状态稳定的同学参赛，那么应该选择（ ）

- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

【答案】 B

【解析】

【分析】 先比较平均数得到乙同学和丁同学成绩较好，然后比较方差得到乙同学的状态稳定，于是可决定选乙同学去参赛.

【详解】 解： $\because$ 乙、丁同学的平均数比甲、丙同学的平均数大，

$\therefore$ 应从乙和丁同学中选，

$\because$ 乙同学的方差比丁同学的小，

$\therefore$ 乙同学的成绩较好且状态稳定，应选的是乙同学；

故选： B

【点睛】 本题考查了方差：一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数，叫做这组数据的方差. 方差是反映一组数据的波动大小的一个量. 方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越差；反之，则与其平均值的离散程度越小，稳定性越好.

4. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像经过点 $(-2, 4)$ ，那么该反比例函数图像也一定经过点（ ）

- A. $(4, 2)$ B. $(1, 8)$ C. $(-1, 8)$ D. $(-1, -8)$

【答案】 C

【解析】

【分析】 先把点 $(-2, 4)$ 代入反比例函数的解析式求出 k 的值，再对各选项进行逐一判断即可.

【详解】 解： $\because$ 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 $(-2, 4)$ ，

$\therefore k = -2 \times 4 = -8$ ，

A、 $\because 4 \times 2 = 8 \neq -8$ ， $\therefore$ 此点不在反比例函数的图象上，故本选项错误；

B、 $\because 1 \times 8 = 8 \neq -8$ ， $\therefore$ 此点不在反比例函数的图象上，故本选项错误；

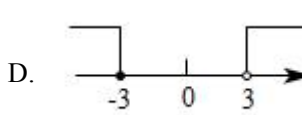
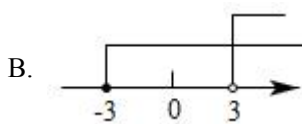
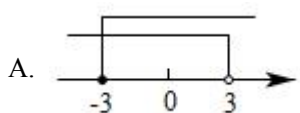
C、 $-1 \times 8 = -8$ ， $\therefore$ 此点在反比例函数的图象上，故本选项正确；

D、 $(-1) \times (-8) = 8 \neq -8$ ， $\therefore$ 此点不在反比例函数的图象上，故本选项错误.

故选: C.

【点睛】 本题考查的是反比例函数图象上点的坐标特点, 熟知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 中, $k = xy$ 为定值是解答此题的关键.

5. 不等式组 $\begin{cases} -x-1 \leq 2 \\ 0.5x-1 < 0.5 \end{cases}$ 的解集, 在数轴上表示正确的是 ()



【答案】 A

【解析】

【分析】 分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到确定不等式组的解集.

【详解】 解: 由 $-x-1 \leq 2$, 得: $x \geq -3$,

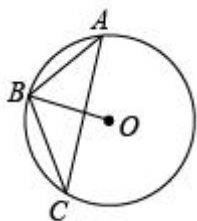
由 $0.5x-1 < 0.5$, 得: $x < 3$,

则不等式组的解集为 $-3 \leq x < 3$,

故选: A.

【点睛】 本题考查的是解一元一次不等式组, 正确求出每一个不等式解集是基础, 熟知“同大取大; 同小取小; 大小小大中间找; 大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

6. 如图, A, B, C 是 $\odot O$ 上的三点, 若 $\angle C = 35^\circ$, 则 $\angle ABO$ 的度数是 ()



A. 35°

B. 55°

C. 60°

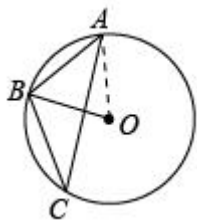
D. 70°

【答案】 B

【解析】

【分析】 由圆周角定理, 即可求得 $\angle AOB$ 的度数, 又由 $OA = OB$, 根据等边对等角与三角形内角和定理, 即可求得 $\angle ABO$ 的度数.

【详解】解：连接 OA ，



$$\because \angle C = 35^\circ,$$

$$\therefore \angle AOB = 2\angle C = 70^\circ,$$

$$\because OA = OB,$$

$$\therefore \angle ABO = \angle BAO = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle AOB) = 55^\circ.$$

故选：B

【点睛】此题考查了圆周角定理与等腰三角形的性质. 此题比较简单，注意在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角等于这条弧所对的圆心角的一半定理的应用.

7. 如图，是由12个全等的等边三角形组成的图案，假设可以随机在图中取点，那么这个点取在阴影部分的概率是（ ）



A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{3}{4}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】先设每个小等边三角形的面积为 x ，则阴影部分的面积是 $6x$ ，得出整个图形的面积是 $12x$ ，再根据几何概率的求法即可得出答案.

【详解】解：先设每个小等边三角形的面积为 x ，

则阴影部分的面积是 $6x$ ，整个图形的面积是 $12x$ ，

$$\text{则这个点取在阴影部分的概率是 } \frac{6x}{12x} = \frac{1}{2}.$$

故选：D.

【点睛】本题考查几何概率的求法：首先根据题意将代数关系用面积表示出来，一般用阴影区域表示所求事件 (A) ；然后计算阴影区域的面积在总面积中占的比例，这个比例即事件 (A) 发生的概率.

8. 我市某区为30万人接种新冠疫苗，由于市民积极配合这项工作，实际每天接种人数是原计划的1.2倍，

结果提前 20 天完成了这项工作. 设原计划每天接种 x 万人, 根据题意, 所列方程正确的是 ()

A. $\frac{30}{x} - \frac{30}{1.2x} = 20$

B. $\frac{30}{x} - \frac{30}{x-20} = 1.2$

C. $\frac{30}{1.2x} - \frac{30}{x} = 20$

D. $\frac{30}{x-20} - \frac{30}{x} = 1.2$

【答案】A

【解析】

【分析】由实际接种人数与原计划接种人数间的关系, 可得出实际每天接种 $1.2x$ 万人, 再结合结果提前 20 天完成了这项工作, 即可得出关于 x 的分式方程, 此题得解.

【详解】解: $\because$ 实际每天接种人数是原计划的 1.2 倍, 且原计划每天接种 x 万人,

$\therefore$ 实际每天接种 $1.2x$ 万人,

又 $\because$ 结果提前 20 天完成了这项工作,

$$\therefore \frac{30}{x} - \frac{30}{1.2x} = 20.$$

故选: A.

【点睛】本题考查了由实际问题抽象出分式方程, 找准等量关系, 正确列出分式方程是解题的关键.

9. 下列关于二次函数 $y = 3(x+1)(2-x)$ 的图像和性质的叙述中, 正确的是 ()

A. 点 $(0, 2)$ 在函数图像上

B. 开口方向向上

C. 对称轴是直线 $x = 1$

D. 与直线 $y = 3x$ 有两个交点

【答案】D

【解析】

【分析】A、把 $x = 0$ 代入 $y = 3(x+1)(2-x)$, 求函数值再与点的纵坐标进行比较; B、化简二次函数: $y = -3x^2 + 3x + 6$, 根据 a 的取值判断开口方向; C、根据对称轴公式计算; D、把函数的问题转化为一元二次方程的问题, 根据判别式的取值来判断.

【详解】解: A、把 $x = 0$ 代入 $y = 3(x+1)(2-x)$,

得 $y = 6 \neq 2$,

$\therefore$ A 错误;

B、化简二次函数: $y = -3x^2 + 3x + 6$,

$\therefore a = -3 < 0$,

$\therefore$ 二次函数的图象开口方向向下,

$\therefore$ B 错误;

C、 $\because$ 二次函数对称轴是直线 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2}$

$\therefore$ C 错误;

D、 $\because 3(x+1)(2-x) = 3x$,

$\therefore -3x^2 + 3x + 6 = 3x$,

$\therefore -3x^2 + 6 = 0$,

$\therefore b^2 - 4ac = 72 > 0$,

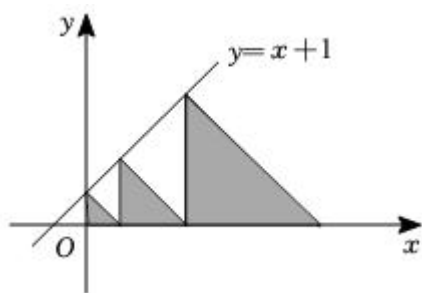
$\therefore$ 二次函数 $y = 3(x+1)(2-x)$ 的图象与直线 $y = 3x$ 有两个交点,

$\therefore$ D 正确;

故选: D.

【点睛】此题考查了二次函数图象上点的坐标特征、二次函数的性质、一次函数图象上点的坐标特征、正比例函数的性质, 掌握这几个知识点的应用, 其中函数的问题转化为一元二次方程的问题是解题关键.

10. 如图, 平面直角坐标系中, 在直线 $y = x + 1$ 和 x 轴之间由小到大依次画出若干个等腰直角三角形 (图中所示的阴影部分), 其中一条直角边在 x 轴上, 另一条直角边与 x 轴垂直, 则第 100 个等腰直角三角形的面积是 ()



A. 2^{98}

B. 2^{99}

C. 2^{197}

D. 2^{198}

【答案】C

【解析】

【分析】根据一次函数图象上点的坐标特征, 可得第 1 个等腰直角三角形的直角边长, 求出第 1 个等腰直角三角形的面积, 用同样的方法求出第 2 个等腰直角三角形的面积, 第 3 个等腰直角三角形的面积, 找出其中的规律即可求出第 100 个等腰直角三角形的面积.

【详解】解: 当 $x = 0$ 时, $y = x + 1 = 1$,

根据题意, 第 1 个等腰直角三角形的直角边长为 1,

第 1 个等腰直角三角形的面积为 $\frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$,

当 $x = 1$ 时, $y = x + 1 = 2$,

∴第2个等腰直角三角形的直角边长为2,

第2个等腰直角三角形的面积为 $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$,

当 $x=3$ 时, $y=x+1=4$,

∴第3个等腰直角三角形的直角边长为4,

第3个等腰直角三角形的面积为 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$,

依此规律, 第100个等腰直角三角形的面积为 $\frac{1}{2} \times 4^{100-1} = 2^{197}$,

故选: C.

【点睛】 本题考查了一次函数图象上点的坐标特征与规律的综合, 涉及等腰直角三角形的性质, 找出规律是解题的关键.

第 II 卷 (非选择题)

二、填空题 (本大题共 6 小题, 共 18 分)

11. 计算: $2^{-2} - \sqrt{4} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $-\frac{7}{4}$

【解析】

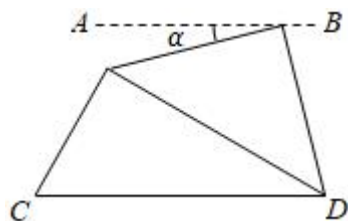
【分析】 先计算 2^{-2} 、 $\sqrt{4}$, 再算减法.

【详解】 解: 原式 $=\frac{1}{4}-2=-\frac{7}{4}$.

故答案为: $-\frac{7}{4}$.

【点睛】 本题考查了实数的计算, 掌握负整数指数幂、二次根式的化简是解决本题的关键.

12. 一副三角板如图摆放, 直线 $AB \parallel CD$, 则 $\angle\alpha$ 的度数是_____.



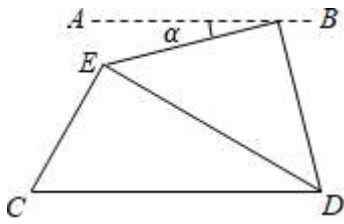
【答案】 15° ## 15 度

【解析】

【分析】 根据题意可得: $\angle EBD = 90^\circ$, $\angle BDE = 45^\circ$, $\angle EDC = 30^\circ$, 然后利用平行线的性质可得

$\angle ABD + \angle BDC = 180^\circ$ ，从而进行计算即可解答.

【详解】解：如图：



由题意得：

$$\angle EBD = 90^\circ, \angle BDE = 45^\circ, \angle EDC = 30^\circ,$$

$$\because AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle ABD + \angle BDC = 180^\circ,$$

$$\therefore \angle \alpha = 180^\circ - \angle EBD - \angle BDE - \angle EDC$$

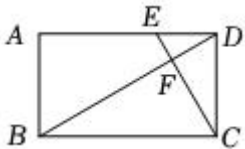
$$= 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ - 30^\circ$$

$$= 15^\circ,$$

故答案为： 15° .

【点睛】本题考查了平行线的性质，熟练掌握平行线的性质是解题的关键.

13. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， E 是 AD 边上一点，且 $AE = 2DE$ ， BD 与 CE 相交于点 F ，若 $\triangle DEF$ 的面积是 3，则 $\triangle BCF$ 的面积是_____.



【答案】27

【解析】

【分析】根据矩形 $ABCD$ 的性质，很容易证明 $\triangle DEF \sim \triangle BCF$ ，相似三角形之比等于对应边比的平方，即可求出 $\triangle BCF$ 的面积.

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore AD = BC, AD \parallel BC$$

$$\therefore \angle EDF = \angle CBF,$$

$$\because \angle EFD = \angle CFB, \angle EDF = \angle CBF$$

$$\therefore \triangle DEF \sim \triangle BCF,$$

$$\because AE = 2DE, AD = BC,$$

$$\therefore DE : BC = 1 : 3,$$

$$\therefore S_{\triangle DEF} : S_{\triangle BCF} = DE^2 : BC^2, \text{ 即 } 3 : S_{\triangle BCF} = 1 : 9,$$

$$\therefore S_{\triangle BCF} = 27.$$

故答案为: 27.

【点睛】本题考查了相似三角形的判定与性质, 矩形的性质, 综合性比较强, 学生要灵活应用. 掌握相似三角形的面积比是相似比的平方是解题的关键.

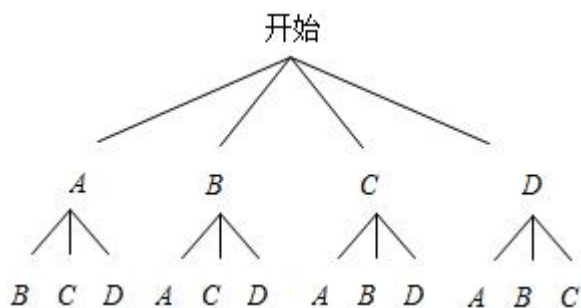
14. 在创建“文明校园”的活动中, 班级决定从四名同学(两名男生, 两名女生)中随机抽取两名同学担任本周的值周长, 那么抽取的两名同学恰好是一名男生和一名女生的概率是_____.

【答案】 $\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】画树状图得出所有等可能的结果数和抽取的两名同学恰好是一名男生和一名女生的结果数, 再利用概率公式可得出答案.

【详解】解: 设两名男生分别记为 A, B , 两名女生分别记为 C, D ,
画树状图如下:



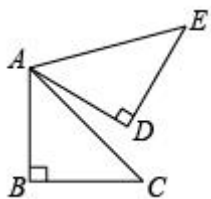
共有12种等可能的结果, 其中抽取的两名同学恰好是一名男生和一名女生的结果有8种,

$$\therefore \text{抽取的两名同学恰好是一名男生和一名女生的概率为 } \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

故答案为: $\frac{2}{3}$.

【点睛】本题考查列表法与树状图法, 解题时要注意是放回实验还是不放回实验. 用到的知识点为: 概率 = $\frac{\text{所求情况数}}{\text{总情况数}}$.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = BC = 4$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 60° , 得到 $\triangle ADE$, 则点 D 到 BC 的距离是_____.

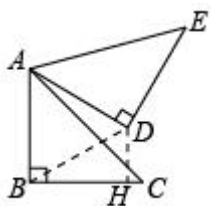


【答案】2

【解析】

【分析】由旋转的性质可得 $AB = AD = 4$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ ，可证 $\triangle ABD$ 是等边三角形，由直角三角形的性质可求解.

【详解】解：如图，连接 BD ，过点 D 作 $DH \perp BC$ 于 H ，



$\because$ 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 60° ，

$\therefore AB = AD = 4$ ， $\angle BAD = 60^\circ$ ，

$\therefore \triangle ABD$ 是等边三角形，

$\therefore BD = AB = 4$ ， $\angle ABD = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle DBC = 30^\circ$ ，

$\because DH \perp BC$ ，

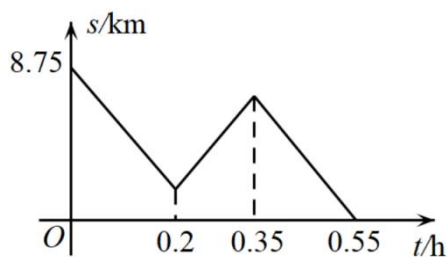
$\therefore DH = \frac{1}{2}BD = 2$ ，

$\therefore$ 点 D 到 BC 的距离是 2，

故答案为：2.

【点睛】本题考查了旋转的性质，等边三角形的判定和性质，直角三角形的性质，掌握旋转的性质是解题的关键.

16. 快递员经常驾车往返于公司和客户之间. 在快递员完成某次投递业务时，他与客户的距离 s (km) 与行驶时间 t (h) 之间的函数关系如图所示 (因其他业务，曾在途中有一次折返，且快递员始终匀速行驶)，那么快递员的行驶速度是_____ km/h.



【答案】 35

【解析】

【分析】 根据图象求出快递员往返的时间为 $2(0.35 - 0.2)h$ ，然后再根据速度 = 路程 ÷ 时间.

【详解】 解： ∵ 快递员始终匀速行驶，

$$\therefore \text{快递员的行驶速度是 } \frac{8.75}{0.55 - 2(0.35 - 0.2)} = 35 \text{ (km/h)}.$$

故答案为： 35.

【点睛】 本题考查一次函数的应用，关键是结合图象掌握快递员往返的时间.

三、解答题 (本大题共 8 小题，共 72 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤)

17. 先化简，再求值： $\frac{a^2 - 6a + 9}{a^2 - 2a} \div \left(1 - \frac{1}{a-2}\right)$ ，其中 $a = 4$.

【答案】 $\frac{a-3}{a}$ ； $\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】 根据分式的混合运算法则把原式化简，把 a 的值代入计算即可.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解： 原式} &= \frac{(a-3)^2}{a(a-2)} \div \left(\frac{a-2}{a-2} - \frac{1}{a-2}\right) \\ &= \frac{(a-3)^2}{a(a-2)} \div \frac{a-3}{a-2} \\ &= \frac{(a-3)^2}{a(a-2)} \cdot \frac{a-2}{a-3} \\ &= \frac{a-3}{a}, \end{aligned}$$

$$\text{当 } a = 4 \text{ 时，原式} = \frac{4-3}{4} = \frac{1}{4}.$$

【点睛】 本题考查的是分式的化简求值，掌握分式的混合运算法则是解题的关键.

18. 当我们将一条倾斜的直线进行上下平移时，直线的左右位置也发生着变化. 下面是关于“一次函数图像平移的性质”的探究过程，请补充完整.

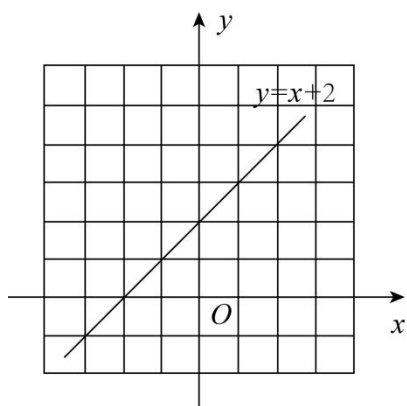
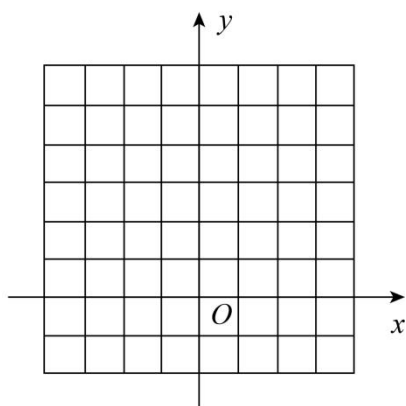


图 1



备用图

(1) 如图1, 将一次函数 $y = x + 2$ 的图像向下平移1个单位长度, 相当于将它向右平移了_____个单位长度;

(2) 将一次函数 $y = -2x + 4$ 的图像向下平移1个单位长度, 相当于将它向_____ (填“左”或“右”) 平移了_____个单位长度;

(3) 综上, 对于一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图像而言, 将它向下平移 $m (m > 0)$ 个单位长度, 相当于将它向_____ (填“左”或“右”) ($k > 0$ 时) 或将它向_____ (填“左”或“右”) ($k < 0$ 时) 平移了 $n (n > 0)$ 个单位长度, 且 m, n, k 满足等式_____.

【答案】(1) 1 (2) 左, $\frac{1}{2}$

(3) 右, 左, $m = n|k|$

【解析】

【分析】(1) 根据“上加下减, 左加右减”的平移规律即可得到结论;

(2) 根据“上加下减, 左加右减”的平移规律即可得到结论;

(3) 根据 (1) (2) 题得出结论即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 将一次函数 $y = x + 2$ 的图像向下平移1个单位长度得到 $y = x + 2 - 1 = (x - 1) + 2$,

$\therefore$ 相当于将它向右平移了1个单位长度,

故答案为: 1;

【小问 2 详解】

解: 将一次函数 $y = -2x + 4$ 的图像向下平移1个单位长度得到 $y = -2x + 4 - 1 = -2\left(x + \frac{1}{2}\right) + 4$,

$\therefore$ 相当于将它向左平移了 $\frac{1}{2}$ 个单位长度;

故答案为: 左, $\frac{1}{2}$;

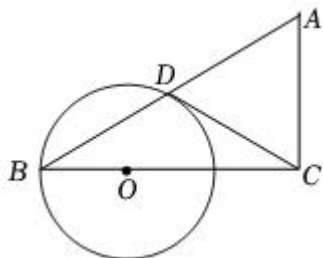
【小问 3 详解】

解: 综上, 对于一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图像而言, 将它向下平移 $m (m > 0)$ 个单位长度, 相当于将它向右 ($k > 0$ 时) 或将它向左 ($k < 0$ 时) 平移了 $n (n > 0)$ 个单位长度, 且 m, n, k 满足等式 $m = n|k|$.

故答案为: 右, 左, $m = n|k|$.

【点睛】 本题考查了一次函数图像与几何变换, 平移后解析式有这样一个规律“左加右减, 上加下减”, 关键是要搞清楚平移前后的解析式有什么关系.

19. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, O 是 BC 边上一点, 以 O 为圆心, OB 为半径的圆与 AB 相交于点 D , 连接 CD , 且 $CD = AC$.



(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\angle A = 60^\circ$, $AC = 2\sqrt{3}$, 求 $\widehat{BD}$ 的长.

【答案】 (1) 见解析 (2) $\frac{4}{3}\pi$

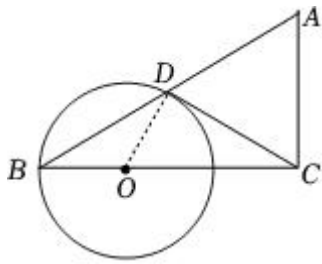
【解析】

【分析】 (1) 连接 OD . 由等腰三角形的性质及圆的性质可得 $\angle A = \angle ADC$, $\angle B = \angle BDO$. 再根据余角性质及三角形的内角和定理可得 $\angle ODC = 180^\circ - (\angle ADC + \angle BDO) = 90^\circ$. 最后由切线的判定定理可得结论;

(2) 根据等边三角形的判定与性质可得 $\angle DCO = \angle ACB - \angle ACD = 30^\circ$. 再由解直角三角形及三角形内角和定理可得 $\angle BOD$ 的度数, 最后根据弧长公式可得答案.

【小问 1 详解】

证明: 连接 OD .



$$\because AC = CD,$$

$$\therefore \angle A = \angle ADC.$$

$$\because OB = OD,$$

$$\therefore \angle B = \angle BDO.$$

$$\because \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle A + \angle B = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ADC + \angle BDO = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ODC = 180^\circ - (\angle ADC + \angle BDO) = 90^\circ.$$

又 $\because OD$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore CD$ 是 $\odot O$ 的切线.

【小问 2 详解】

$$\text{解: } \because AC = CD = 2\sqrt{3}, \angle A = 60^\circ,$$

$\therefore \triangle ACD$ 是等边三角形.

$$\therefore \angle ACD = 60^\circ.$$

$$\therefore \angle DCO = \angle ACB - \angle ACD = 30^\circ.$$

$$\text{在 Rt}\triangle OCD \text{ 中, } OD = CD \tan \angle DCO = 2\sqrt{3} \cdot \tan 30^\circ = 2.$$

$$\because \angle B = 90^\circ - \angle A = 30^\circ, OB = OD,$$

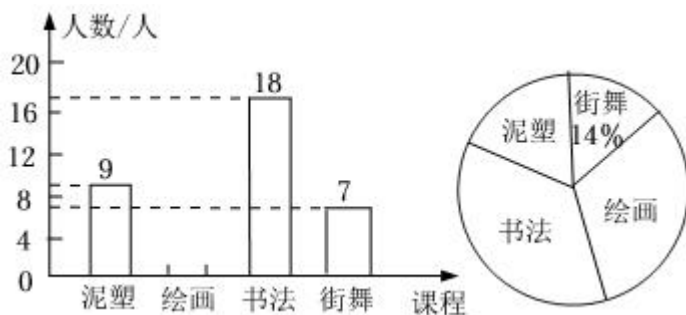
$$\therefore \angle ODB = \angle B = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle BOD = 180^\circ - (\angle B + \angle BDO) = 120^\circ.$$

$$\therefore \overset{\frown}{BD} \text{ 的长} = \frac{120\pi \times 2}{180} = \frac{4}{3}\pi.$$

【点睛】 此题考查的是切线的判定与性质、直角三角形的性质、弧长公式, 正确作出辅助线是解决此题的关键.

20. 某校为提高学生的综合素质, 准备开设“泥塑”“绘画”“书法”“街舞”四门校本课程, 为了解学生对这四门课程的选择情况 (要求每名学生只能选择其中一门课程), 学校从七年级学生中随机抽取部分学生进行问卷调查, 根据调查结果绘制成如图所示的两幅不完整的统计图.



请你依据图中信息解答下列问题:

- (1) 参加此次问卷调查的学生人数是_____人, 在扇形统计图中, 选择“泥塑”的学生所对应的扇形圆心角的度数是_____;
- (2) 通过计算将条形统计图补充完整;
- (3) 若该校七年级共有 600 名学生, 请估计七年级学生中选择“书法”课程的约有多少人?

【答案】 (1) 50, 64.8°

(2) 见解析 (3) 216 人

【解析】

【分析】 (1) 根据“街舞”的人数和所占的百分比, 求出调查的学生总人数; 用选择“泥塑”课程的学生数除以总人数, 再乘以 360° 即可得出选择“泥塑”的学生所对应的扇形圆心角的度数;

(2) 用总人数减去其它课程的人数, 求出“绘画”的人数, 从而补全统计图;

(3) 用样本估计总体即可.

【小问 1 详解】

解: 参加此次问卷调查的学生人数是: $7 \div 14\% = 50$;

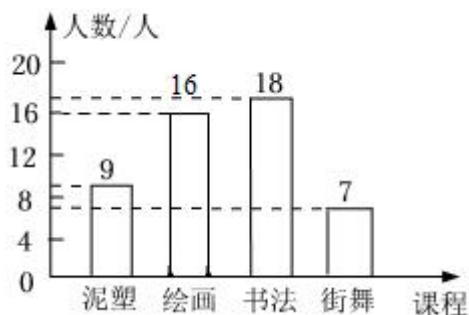
选择“泥塑”的学生所对应的扇形圆心角的度数是: $360^\circ \times \frac{9}{50} = 64.8^\circ$.

故答案为: 50, 64.8°;

【小问 2 详解】

“绘画”的人数为: $50 - 9 - 18 - 7 = 16$ (人),

补全条形统计图如图所示.



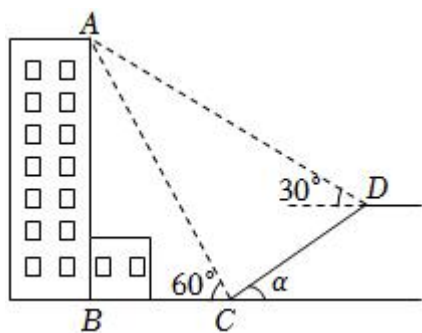
【小问3 详解】

$$\frac{18}{50} \times 600 = 216 \text{ 名.}$$

答：七年级学生中选择“书法”课程的约有 216 人.

【点睛】本题考查条形统计图、扇形统计图、用样本估计总体，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件，利用数形结合的思想解答.

21. 如图，小文在数学综合实践活动中，利用所学的数学知识测量居民楼的高度 AB ，在居民楼前方有一斜坡，坡长 $CD = 15\text{m}$ ，斜坡的倾斜角为 α ， $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. 小文在 C 点处测得楼顶端 A 的仰角为 60° ，在 D 点处测得楼顶端 A 的仰角为 30° （点 A, B, C, D 在同一平面内）.



(1) 求 C, D 两点的高度差;

(2) 求居民楼的高度 AB . (结果精确到 1m , 参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.7$)

【答案】(1) 9m (2) 24m

【解析】

【分析】(1) 过点 D 作 $DE \perp BC$ ，交 BC 的延长线于点 E ，在 $\text{Rt} \triangle DCE$ 中，可得

$CE = CD \cdot \cos \alpha = 15 \times \frac{4}{5} = 12(\text{m})$ ，再利用勾股定理可求出 DE ，即可得出答案.

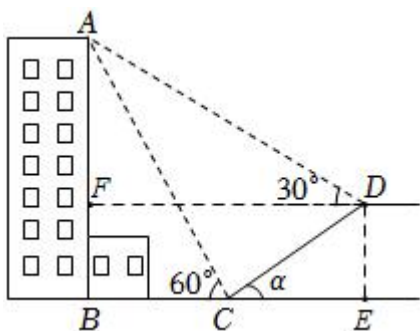
(2) 过点 D 作 $DF \perp AB$ 于 F ，设 $AF = x\text{m}$ ，在 $\text{Rt} \triangle ADF$ 中， $\tan 30^\circ = \frac{AF}{DF} = \frac{x}{DF} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，解得

$$DF = \sqrt{3}x, \text{ 在 } \text{Rt} \triangle ABC \text{ 中, } AB = (x+9)\text{m}, BC = (\sqrt{3}x-12)\text{m}, \tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{x+9}{\sqrt{3}x-12} = \sqrt{3},$$

求出 x 的值，即可得出答案.

【小问1 详解】

解: 过点 D 作 $DE \perp BC$, 交 BC 的延长线于点 E ,



$\therefore$ 在 $\text{Rt} \triangle DCE$ 中, $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, $CD = 15\text{m}$,

$$\therefore CE = CD \cdot \cos \alpha = 15 \times \frac{4}{5} = 12(\text{m}).$$

$$\therefore DE = \sqrt{CD^2 - CE^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9(\text{m}).$$

答: C , D 两点的高度差为 9m .

【小问 2 详解】

过点 D 作 $DF \perp AB$ 于 F ,

由题意可得 $BF = DE$, $DF = BE$,

设 $AF = x\text{m}$,

$$\text{在 } \text{Rt} \triangle ADF \text{ 中, } \tan \angle ADF = \tan 30^\circ = \frac{AF}{DF} = \frac{x}{DF} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\text{解得 } DF = \sqrt{3}x,$$

$$\text{在 } \text{Rt} \triangle ABC \text{ 中, } AB = AF + FB = AF + DE = (x + 9)\text{m}, \quad BC = BE - CE = DF - CE = (\sqrt{3}x - 12)\text{m},$$

$$\tan 60^\circ = \frac{AB}{BC} = \frac{x + 9}{\sqrt{3}x - 12} = \sqrt{3},$$

$$\text{解得 } x = 6\sqrt{3} + \frac{9}{2},$$

$$\therefore AB = 6\sqrt{3} + \frac{9}{2} + 9 \approx 24(\text{m}).$$

答: 居民楼的高度 AB 约为 24m .

【点睛】本题考查解直角三角形的应用 - 仰角俯角问题、坡度坡角问题, 熟练掌握锐角三角函数的定义是解答本题的关键.

22. 某公司引入一条新生产线生产 A , B 两种产品, 其中 A 产品每件成本为 100 元, 销售价格为 120 元, B 产品每件成本为 75 元, 销售价格为 100 元, A , B 两种产品均能在生产当月全部售出.

(1) 第一个月该公司生产的 A , B 两种产品的总成本为 8250 元, 销售总利润为 2350 元, 求这个月生产 A ,

B 两种产品各多少件?

(2) 下个月该公司计划生产 A , B 两种产品共 180 件, 且使总利润不低于 4300 元, 则 B 产品至少要生产多少件?

【答案】(1) 这个月生产 A 产品 30 件, B 产品 70 件

(2) 140 件

【解析】

【分析】(1) 设生产 A 产品 x 件, B 产品 y 件, 根据题意列出方程组, 求出即可;

(2) 设 B 产品生产 m 件, 则 A 产品生产 $(180-m)$ 件, 根据题意列出不等式组, 求出即可.

【小问 1 详解】

解: 设生产 A 产品 x 件, B 产品 y 件,

根据题意, 得
$$\begin{cases} 100x + 75y = 8250, \\ (120-100)x + (100-75)y = 2350 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x = 30 \\ y = 70 \end{cases},$$

$\therefore$ 这个月生产 A 产品 30 件, B 产品 70 件,

答: 这个月生产 A 产品 30 件, B 产品 70 件;

【小问 2 详解】

解: 设 B 产品生产 m 件, 则 A 产品生产 $(180-m)$ 件,

根据题意, 得 $(100-75)m + (120-100)(180-m) \geq 4300$,

解这个不等式, 得 $m \geq 140$.

$\therefore B$ 产品至少生产 140 件,

答: B 产品至少生产 140 件.

【点睛】本题考查了二元一次方程组 and 一元一次不等式的应用, 能根据题意列出方程组和不等式是解此题的关键.

23. 已知, 四边形 $ABCD$ 是正方形, $\triangle DEF$ 绕点 D 旋转 ($DE < AB$), $\angle EDF = 90^\circ$, $DE = DF$, 连接 AE , CF .

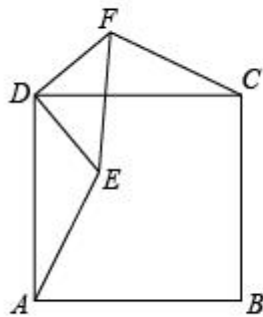


图1

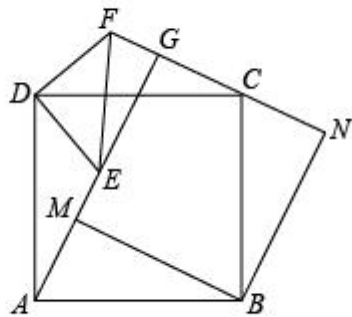


图2

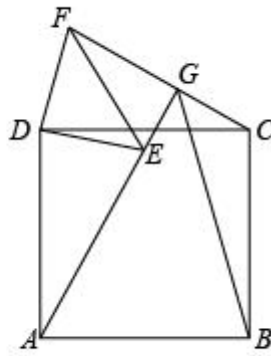


图3

(1) 如图1, 求证: $\triangle ADE \cong \triangle CDF$;

(2) 直线 AE 与 CF 相交于点 G .

① 如图2, $BM \perp AG$ 于点 M , $BN \perp CF$ 于点 N , 求证: 四边形 $BMGN$ 是正方形;

② 如图3, 连接 BG , 若 $AB = 4$, $DE = 2$, 直接写出在 $\triangle DEF$ 旋转的过程中, 线段 BG 长度的最小值.

【答案】(1) 见解析 (2) ①见解析② $2\sqrt{6}$

【解析】

【分析】(1) 根据 SAS 证明三角形全等即可;

(2)① 根据邻边相等的矩形是正方形证明即可;

② 作 $DH \perp AG$ 交 AG 于点 H , 作 $BM \perp AG$ 于点 M , 证明 $\triangle BMG$ 是等腰直角三角形, 求出 BM 的最小值, 可得结论.

【小问1详解】

证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$$\therefore AD = DC, \angle ADC = 90^\circ.$$

$$\because DE = DF, \angle EDF = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ADC = \angle EDF,$$

$$\therefore \angle ADE = \angle CDF,$$

在 $\triangle ADE$ 和 $\triangle CDF$ 中,

$$\begin{cases} DA = DC \\ \angle ADE = \angle CDF \\ DE = DF \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ADE \cong \triangle CDF (SAS);$$

【小问 2 详解】

① 证明: 如图 2 中, 设 AG 与 CD 相交于点 P .

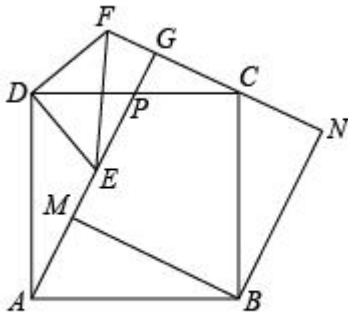


图2

$$\because \angle ADP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAP + \angle DPA = 90^\circ.$$

$$\because \triangle ADE \cong \triangle CDF,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle DCF.$$

$$\because \angle DPA = \angle GPC,$$

$$\therefore \angle DAE + \angle DPA = \angle GPC + \angle GCP = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle PGN = 90^\circ,$$

$$\because BM \perp AG, \quad BN \perp GN,$$

$$\therefore \text{四边形 } BMGN \text{ 是矩形},$$

$$\therefore \angle MBN = 90^\circ.$$

$$\because \text{四边形 } ABCD \text{ 是正方形},$$

$$\therefore AB = BC, \quad \angle ABC = \angle MBN = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle ABM = \angle CBN.$$

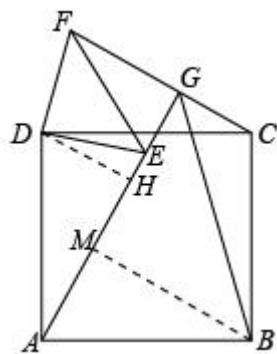
$$\text{又} \because \angle AMB = \angle BNC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AMB \cong \triangle CNB.$$

$$\therefore MB = NB.$$

$$\therefore \text{矩形 } BMGN \text{ 是正方形};$$

② 解: 作 $DH \perp AG$ 交 AG 于点 H , 作 $BM \perp AG$ 于点 M ,



$\therefore \angle DHA = \angle AMB = 90^\circ, \angle ADH = 90^\circ - \angle DAH = \angle BAM, AD = AB$

$\therefore \triangle AMB \cong \triangle DHA$.

$\therefore BM = AH$.

$\therefore AH^2 = AD^2 - DH^2, AD = 4,$

$\therefore DH$ 最大时, AH 最小, $DH_{\text{最大值}} = DE = 2$.

$\therefore BM_{\text{最小值}} = AH_{\text{最小值}} = 2\sqrt{3}$.

由(2)①可知, $\triangle BGM$ 是等腰直角三角形,

$\therefore BG_{\text{最小值}} = \sqrt{2}BM = 2\sqrt{6}$.

【点睛】本题属于四边形综合题, 考查了正方形的性质, 全等三角形的判定和性质, 等腰直角三角形的判定和性质, 勾股定理等知识, 解题的关键是正确寻找全等三角形解决问题, 属于中考压轴题.

24. 如图, 已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图像交 x 轴于点 $A(-1, 0)$, $B(5, 0)$, 交 y 轴于点 C .

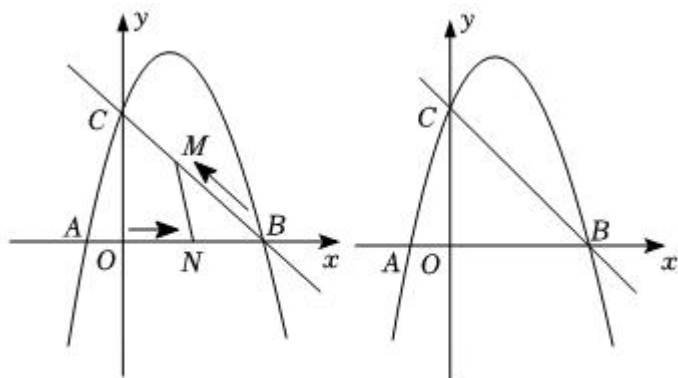


图1

备用图

(1) 求这个二次函数的表达式;

(2) 如图1, 点 M 从点 B 出发, 以每秒 $\sqrt{2}$ 个单位长度的速度沿线段 BC 向点 C 运动, 点 N 从点 O 出发, 以每秒1个单位长度的速度沿线段 OB 向点 B 运动, 点 M , N 同时出发. 设运动时间为 t 秒 ($0 < t < 5$). 当 t 为何值时, $\triangle BMN$ 的面积最大? 最大面积是多少?

(3) 已知 P 是抛物线上一点, 在直线 BC 上是否存在点 Q , 使以 A, C, P, Q 为顶点的四边形是平行四边形? 若存在, 直接写出点 Q 坐标; 若不存在, 请说明理由.

【答案】(1) $y = -x^2 + 4x + 5$

(2) 当 $t = \frac{5}{2}$ 时, $\triangle BMN$ 的面积最大, 最大面积是 $\frac{25}{8}$

(3) 存在, Q 的坐标为 $(-7, 12)$ 或 $(7, -2)$ 或 $(1, 4)$ 或 $(2, 3)$

【解析】

【分析】(1) 用待定系数法可求得二次函数的表达式为:

(2) 过点 M 作 $ME \perp x$ 轴于点 E , 设 $\triangle BMN$ 面积为 S , 由 $ON = t$, $BM = \sqrt{2}t$, 可得 $BN = 5 - t$,

$ME = BM \sin 45^\circ = \sqrt{2}t \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = t$, 即得 $S = \frac{1}{2}BN \cdot ME = \frac{1}{2}(5 - t) \cdot t = -\frac{1}{2}(t - \frac{5}{2})^2 + \frac{25}{8}$, 由二次函数性质

可得当 $t = \frac{5}{2}$ 秒时, $\triangle BMN$ 的面积最大, 求得其最大面积;

(3) 由 $B(5, 0)$, $C(0, 5)$ 得直线 BC 解析式为 $y = -x + 5$, 设 $Q(m, -m + 5)$, $P(n, -n^2 + 4n + 5)$, 分三种情况进行讨论求解.

【小问 1 详解】

将点 $A(-1, 0)$, $B(5, 0)$ 代入 $y = -x^2 + bx + c$ 中,

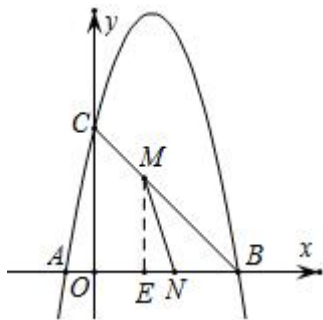
$$\text{得} \begin{cases} 0 = -1 - b + c \\ 0 = -25 + 5b + c \end{cases},$$

$$\text{解这个方程组得} \begin{cases} b = 4 \\ c = 5 \end{cases},$$

$\therefore$ 二次函数的表达式为 $y = -x^2 + 4x + 5$;

【小问 2 详解】

过点 M 作 $ME \perp x$ 轴于点 E , 如图:



设 $\triangle BMN$ 面积为 S ,

根据题意得: $ON = t$, $BM = \sqrt{2}t$.

$$\because B(5,0),$$

$$\therefore BN = 5 - t,$$

在 $y = -x^2 + 4x + 5$ 中, 令 $x = 0$ 得 $y = 5$,

$$\therefore C(0,5),$$

$$\therefore OC = OB = 5,$$

$$\therefore \angle OBC = 45^\circ.$$

$$\therefore ME = BM \sin 45^\circ = \sqrt{2}t \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = t,$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} BN \cdot ME = \frac{1}{2} (5-t) \cdot t = -\frac{1}{2} t^2 + \frac{5}{2} t = -\frac{1}{2} (t - \frac{5}{2})^2 + \frac{25}{8},$$

$$\because 0 < t < 5,$$

$$\therefore \text{当 } t = \frac{5}{2} \text{ 时, } \triangle BMN \text{ 的面积最大, 最大面积是 } \frac{25}{8};$$

【小问3 详解】

存在点 Q , 使以 A, C, P, Q 为顶点的四边形是平行四边形, 理由如下:

由 $B(5,0), C(0,5)$ 得直线 BC 解析式为 $y = -x + 5$,

设 $Q(m, -m + 5), P(n, -n^2 + 4n + 5)$, 又 $A(-1,0), C(0,5)$,

① 当 PQ, AC 是对角线, 则 PQ, AC 的中点重合,

$$\therefore \begin{cases} m + n = -1 + 0 \\ -m + 5 - n^2 + 4n + 5 = 0 + 5 \end{cases}$$

解得 $m = 0$ (与 C 重合, 舍去) 或 $m = -7$,

$$\therefore Q(-7, 12);$$

② 当 QA, PC 为对角线, 则 QA, PC 的中点重合,

$$\therefore \begin{cases} m - 1 = n + 0 \\ -m + 5 + 0 = -n^2 + 4n + 5 + 5 \end{cases}$$

解得 $m = 0$ (舍去) 或 $m = 7$,

$$\therefore Q(7, -2);$$

③ 当 QC , PA 为对角线, 则 QC , PA 的中点重合,

$$\therefore \begin{cases} m+0=n-1 \\ -m+5+5=-n^2+4n+5+0 \end{cases},$$

解得 $m=1$ 或 $m=2$,

$$\therefore Q(1, 4) \text{ 或 } (2, 3),$$

综上所述, Q 的坐标为 $(-7, 12)$ 或 $(7, -2)$ 或 $(1, 4)$ 或 $(2, 3)$.

【点睛】 本题考查二次函数的综合应用, 涉及待定系数法, 三角形面积, 平行四边形的性质及应用, 解题的关键是用含字母的式子表示相关点的坐标和相关线段的长度.

