

2022 年辽宁省锦州市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 8 小题, 共 16 分. 在每小题列出的选项中, 选出符合题目的一项)

1. -2022 的绝对值是 ()

A. $\frac{1}{2022}$

B. $-\frac{1}{2022}$

C. 2022

D. -2022

【答案】C

【解析】

【分析】根据绝对值的意义可直接得出答案.

【详解】解: -2022 的绝对值是 2022,

故选: C.

【点睛】本题考查了绝对值, 掌握绝对值的意义是解题的关键.

2. 党的十八大以来, 以习近平同志为核心的党中央重视技能人才的培育与发展. 据报道, 截至 2021 年底, 我国高技能人才超过 60000000 人, 请将数据 60000000 用科学记数法表示为 ()

A. 0.6×10^8

B. 6×10^7

C. 6×10^6

D. 60×10^6

【答案】B

【解析】

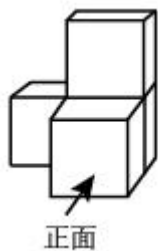
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于或等于 10 时, n 是正整数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负整数.

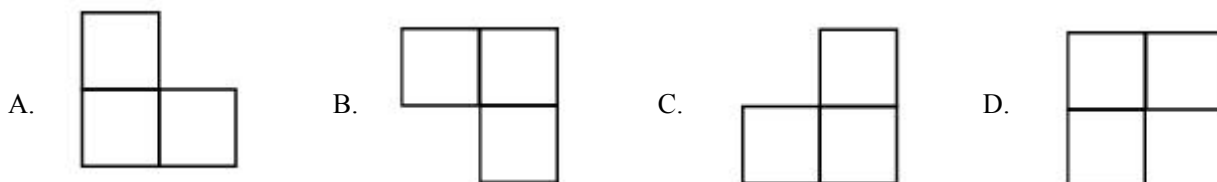
【详解】解: 将数据 60000000 用科学记数法表示为 6×10^7 ;

故选 B.

【点睛】本题主要考查科学记数法, 熟练掌握科学记数法是解题的关键.

3. 如图所示的几何体是由 4 个完全相同的小正方体搭成的, 它的主视图是 ()



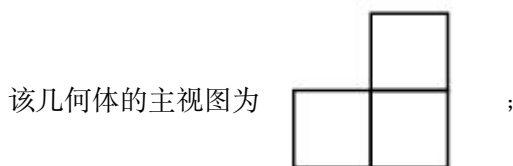


【答案】C

【解析】

【分析】根据几何体的三视图可直接进行排除选项.

【详解】解: 由题意得:



故选 C.

【点睛】本题主要考查三视图, 熟练掌握几何体的三视图是解题的关键.

4. 某校教师自愿者团队经常做公益活动, 下表是对 10 名成员本学期参加公益活动情况进行的统计:

次数/次	10	8	7	4
人数	3	4	2	1

那么关于活动次数的统计数据描述正确的是 ()

A. 中位数是 8, 平均数是 8

B. 中位数是 8, 众数是 3

C. 中位数是 3, 平均数是 8

D. 中位数是 3, 众数是 8

【答案】A

【解析】

【分析】由表格可直接进行求解.

【详解】解: 由表格得: 次数为 8 的人数有 4 人, 故众数为 8, 这组数据的中位数为 $\frac{8+8}{2}=8$, 平均数为 $\frac{10 \times 3 + 8 \times 4 + 7 \times 2 + 4}{10} = 8$;

故选 A.

【点睛】本题主要考查平均数、众数及中位数, 熟练掌握平均数、众数与中位数的求法是解题的关键.

5. 下列运算正确的是 ()

A. $(-4ab^2)^2 = 8a^2b^4$

B. $-a^6 \div a^3 = -a^3$

C. $2a^3 \cdot a^2 = 2a^6$

D. $a^3 + a^3 = 2a^6$

【答案】B

【解析】

【分析】分别根据幂的乘方运算法则，同底数幂的乘法法则，同底数幂的除法法则以及合并同类项逐一判断即可.

【详解】解: A. $(-4ab^2)^2 = 16a^2b^4$, 故本选项不合题意;

B. $-a^6 \div a^3 = -a^3$, 故本选项符合题意;

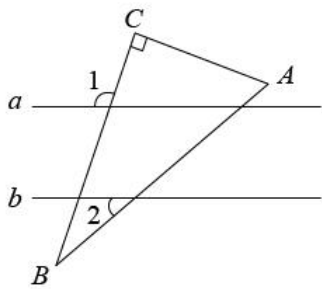
C. $2a^3 \cdot a^2 = 2a^5$, 故本选项不合题意;

D. $a^3 + a^3 = 2a^3$, 故本选项不合题意.

故选: B.

【点睛】本题主要考查了同底数幂的乘除法以及幂的乘方与积的乘方, 熟记这些运算法则是解答本题的关键.

6. 如图, 直线 $a \parallel b$, 将含 30° 角的直角三角板 ABC ($\angle ABC = 30^\circ$) 按图中位置摆放, 若 $\angle 1 = 110^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()



A. 30°

B. 36°

C. 40°

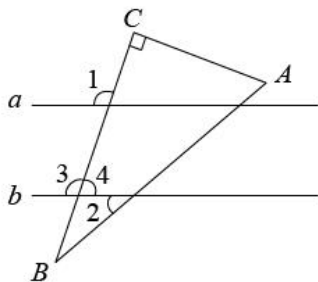
D. 50°

【答案】C

【解析】

【分析】如图, 根据平行线的性质可得 $\angle 3 = \angle 1 = 110^\circ$, 则有 $\angle 4 = 70^\circ$, 然后根据三角形外角的性质可求解.

【详解】解: 如图,



$$\because a \parallel b, \angle 1 = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 = 110^\circ,$$

$$\therefore \angle 4 = 180^\circ - \angle 3 = 70^\circ,$$

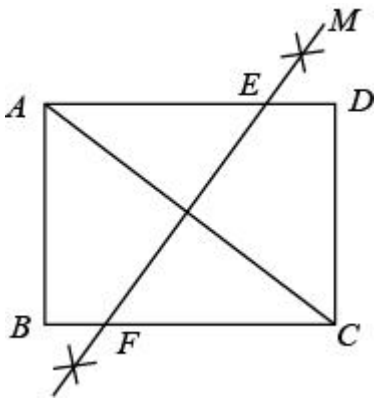
$$\therefore \angle ABC = 30^\circ$$

$$\therefore \angle 2 = \angle 4 - \angle B = 40^\circ;$$

故选 C.

【点睛】 本题主要考查平行线的性质及三角形外角的性质，熟练掌握平行线的性质及三角形外角的性质是解题的关键.

7. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 6, BC = 8$ ，分别以点 A 和 C 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 M 和 N ，作直线 MN 分别交 AD, BC 于点 E, F ，则 AE 的长为 ()



A. $\frac{7}{4}$

B. $\frac{9}{4}$

C. $\frac{15}{4}$

D. $\frac{25}{4}$

【答案】 D

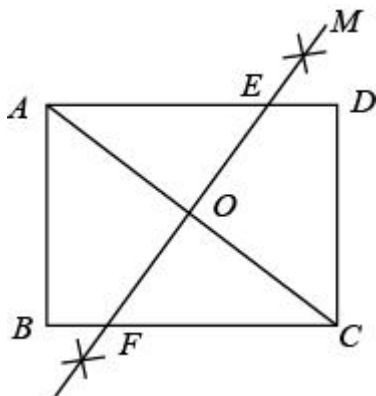
【解析】

【分析】 根据矩形 $ABCD$ 可知 $\triangle ADC$ 为直角三角形，根据勾股定理可得 AC 的长度，在 $Rt\triangle ADC$ 中得到

$$\cos \angle CAD = \frac{AD}{AC}, \text{ 又由题知 } MN \text{ 为 } AC \text{ 的垂直平分线, 于是 } \angle MOA = 90^\circ \quad AO = \frac{1}{2}AC, \text{ 于是在}$$

$Rt\triangle AOE$ 中，利用锐角三角函数即可求出 AE 的长.

【详解】 解： 设 MN 与 AC 的交点为 O ,



∵ 四边形 $ABCD$ 为矩形,

$$\therefore \angle ADC = 90^\circ, \quad AB = DC = 6, \quad BC = AD = 8,$$

$\therefore \triangle ADC$ 为直角三角形,

$$\because CD = 6, \quad AD = 8,$$

$$\therefore AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10,$$

$$\cos \angle CAD = \frac{AD}{AC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5},$$

又由作图知 MN 为 AC 的垂直平分线,

$$\therefore \angle MOA = 90^\circ, \quad AO = \frac{1}{2} AC = 5,$$

$\therefore$ 在 $Rt\triangle AOE$ 中,

$$\cos \angle EAO = \frac{AO}{AE},$$

$$\because \cos \angle CAD = \cos \angle EAO,$$

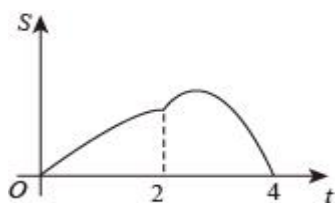
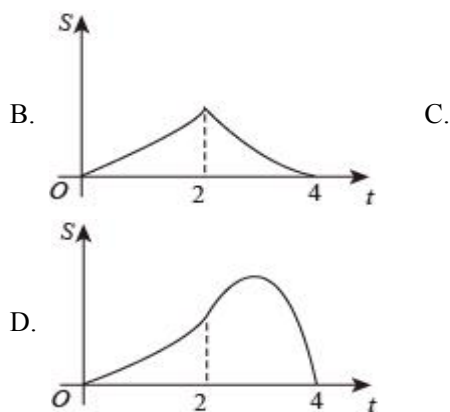
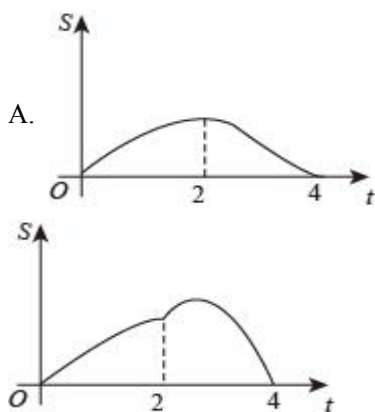
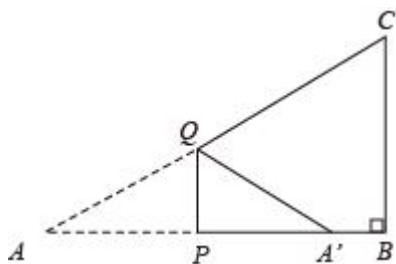
$$\therefore \frac{5}{AE} = \frac{4}{5},$$

$$\therefore AE = \frac{25}{4}.$$

故选: D.

【点睛】 本题主要考查矩形的性质, 锐角三角函数, 垂直平分线, 勾股定理, 掌握定理以及性质是解题的关键.

8. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 2BC = 4$, 动点 P 从点 A 出发, 以每秒 1 个单位长度的速度沿线段 AB 匀速运动, 当点 P 运动到点 B 时, 停止运动, 过点 P 作 $PQ \perp AB$ 交 AC 于点 Q , 将 $\triangle APQ$ 沿直线 PQ 折叠得到 $\triangle A'PQ$, 设动点 P 的运动时间为 t 秒, $\triangle A'PQ$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积为 S , 则下列图象能大致反映 S 与 t 之间函数关系的是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】由题意易得 $AP = t$, $\tan \angle A = \frac{1}{2}$, 则有 $PQ = \frac{1}{2}t$, 进而可分当点 P 在 AB 中点的左侧时和在 AB 中点的右侧时, 然后分类求解即可.

【详解】解: $\because \angle ABC = 90^\circ, AB = 2BC = 4$,

$$\therefore \tan \angle A = \frac{1}{2},$$

由题意知: $AP = t$,

$$\therefore PQ = AP \cdot \tan \angle A = \frac{1}{2}t,$$

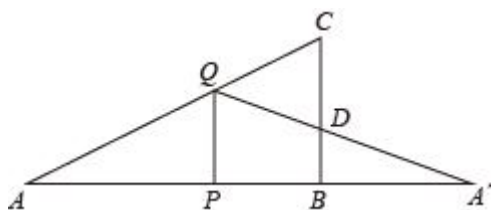
由折叠的性质可得: $A'P = AP, \angle APQ = \angle A'PQ = 90^\circ$,

当点 P 与 AB 中点重合时, 则有 $t = 2$,

当点 P 在 AB 中点的左侧时, 即 $0 \leq t < 2$,

$$\therefore \triangle A'PQ \text{ 与 } \triangle ABC \text{ 重叠部分的面积为 } S_{\triangle A'PQ} = \frac{1}{2} A'P \cdot PQ = \frac{1}{2} t \cdot \frac{1}{2} t = \frac{1}{4} t^2;$$

当点 P 在 AB 中点的右侧时, 即 $2 \leq t \leq 4$, 如图所示:



由折叠性质可得: $A'P = AP = t, \angle APQ = \angle A'PQ = 90^\circ, \tan \angle A = \tan \angle A' = \frac{1}{2},$

$$\therefore BP = 4 - t,$$

$$\therefore A'B = 2t - 4,$$

$$\therefore BD = A'B \cdot \tan \angle A' = t - 2,$$

$\therefore \triangle A'PQ$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积为

$$S_{\text{梯形}PBDQ} = \frac{1}{2}(BD + PQ) \cdot PB = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}t + t - 2\right) \cdot (4 - t) = -\frac{3}{4}t^2 + 4t - 4;$$

综上所述: 能反映 $\triangle A'PQ$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分的面积 S 与 t 之间函数关系的图象只有 D 选项;

故选 D.

【点睛】 本题主要考查二次函数的图象及三角函数, 熟练掌握二次函数的图象及三角函数是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 共 24 分)

9. 甲、乙两名学生 10 次立定跳远成绩的平均数相同, 若甲生 10 次立定跳远成绩的方差为 $S_{\text{甲}}^2 = 0.6$, 乙生

10 次立定跳远成绩的方差为 $S_{\text{乙}}^2 = 0.35$, 则甲、乙两名学生 10 次立定跳远成绩比较稳定的是

_____. (填“甲”或“乙”)

【答案】 乙

【解析】

【分析】 根据方差可直接进行求解.

【详解】 解: 由 $S_{\text{甲}}^2 = 0.6, S_{\text{乙}}^2 = 0.35$ 可知: $S_{\text{甲}}^2 > S_{\text{乙}}^2$, 且甲、乙两名学生 10 次立定跳远成绩的平均数相同, 所以甲、乙两名学生 10 次立定跳远成绩比较稳定的是乙;

故答案为乙.

【点睛】 本题主要考查方差, 熟练掌握方差的相关知识点是解题的关键.

10. 在一个不透明的口袋中装有红球和白球共 8 个, 这些球除颜色外都相同, 将口袋中的球搅匀后, 从中随机摸出一个球, 记下它的颜色后再放回口袋中, 不断重复这一过程, 共摸了 100 次球, 发现有 75 次摸到红球, 则口袋中红球的个数约为_____.

【答案】 6

【解析】

【分析】 用球的总个数乘以摸到红球的频率即可.

【详解】 解: 估计这个口袋中红球的数量为 $8 \times \frac{75}{100} = 6$ (个).

故答案为: 6.

【点睛】本题考查了利用频率估计概率: 大量重复实验时, 事件发生的频率在某个固定位置左右摆动, 并且摆动的幅度越来越小, 根据这个频率稳定性定理, 可以用频率的集中趋势来估计概率, 这个固定的近似值就是这个事件的概率, 用频率估计概率得到的是近似值, 随实验次数的增多, 值越来越精确.

11. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+3x+k=0$ 有两个不相等的实数根, 则 k 的取值范围是_____.

【答案】 $k < \frac{9}{4}$

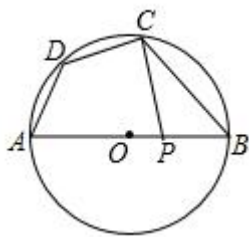
【解析】

【详解】解: 由题意得: $\Delta=9-4k>0$,

解得: $k < \frac{9}{4}$,

故答案为: $k < \frac{9}{4}$.

12. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, AB 为 $\odot O$ 的直径, $\angle ADC=130^\circ$, 连接 AC , 则 $\angle BAC$ 的度数为_____.



【答案】 40°

【解析】

【分析】首先利用圆内接四边形的性质和 $\angle ADC$ 的度数求得 $\angle B$ 的度数, 然后利用直径所对的圆周角是直角确定 $\angle ACB=90^\circ$, 然后利用直角三角形的两个锐角互余求得答案即可.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $\angle ADC=130^\circ$,

$\therefore \angle B=180^\circ-\angle ADC=180^\circ-130^\circ=50^\circ$,

$\because AB$ 为直径,

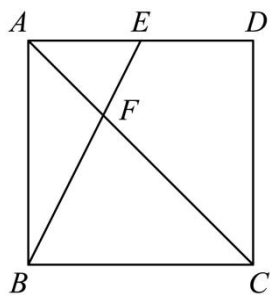
$\therefore \angle ACB=90^\circ$,

$\therefore \angle CAB=90^\circ-\angle B=90^\circ-50^\circ=40^\circ$,

故答案为: 40° .

【点睛】本题考查了圆内接四边形的性质及圆周角定理的知识, 解题的关键是了解圆内接四边形的对角互补.

13. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, E 为 AD 的中点, 连接 BE 交 AC 于点 F . 若 $AB=6$, 则 $\triangle AEF$ 的面积为_____.



【答案】3

【解析】

【分析】由正方形的性质可知 $AE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}BC = 3$, $AD \parallel BC$, 则有 $\triangle AEF \sim \triangle CBF$, 然后可得 $\frac{EF}{BF} = \frac{AE}{BC} = \frac{1}{2}$, 进而问题可求解.

【详解】解: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形, $AB = 6$,

$\therefore AD = BC = AB = 6$, $AD \parallel BC$,

$\therefore \triangle AEF \sim \triangle CBF$,

$$\therefore \frac{EF}{BF} = \frac{AE}{BC},$$

$\because E$ 为 AD 的中点,

$$\therefore AE = \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}BC = 3,$$

$$\therefore \frac{EF}{BF} = \frac{AE}{BC} = \frac{1}{2}, \quad S_{\triangle ABE} = \frac{1}{2}AE \cdot AB = 9,$$

$$\therefore \frac{EF}{BE} = \frac{1}{3},$$

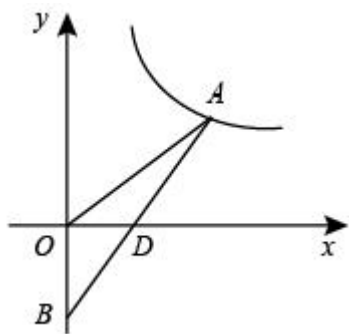
$$\therefore S_{\triangle AEF} = \frac{1}{3}S_{\triangle ABE} = 3;$$

故答案为 3.

【点睛】本题主要考查正方形的性质及相似三角形的性质与判定, 熟练掌握正方形的性质及相似三角形的性质与判定是解题的关键.

14. 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle AOB$ 的边 OB 在 y 轴上, 边 AB 与 x 轴交于点 D , 且 $BD=AD$, 反比例函数

$y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像经过点 A , 若 $S_{\triangle OAB} = 1$, 则 k 的值为_____.

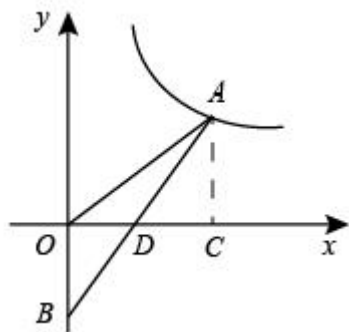


【答案】2

【解析】

【分析】作 A 过 x 轴的垂线与 x 轴交于 C ，证明 $\triangle ADC \cong \triangle BDO$ ，推出 $S_{\triangle OAC} = S_{\triangle OAB} = 1$ ，由此即可求得答案.

【详解】解：设 $A(a, b)$ ，如图，作 A 过 x 轴的垂线与 x 轴交于 C ，



则： $AC=b$ ， $OC=a$ ， $AC \parallel OB$ ，

$\therefore \angle ACD = \angle BOD = 90^\circ$ ， $\angle ADC = \angle BDO$ ，

$\therefore \triangle ADC \cong \triangle BDO$ ，

$\therefore S_{\triangle ADC} = S_{\triangle BDO}$ ，

$\therefore S_{\triangle OAC} = S_{\triangle AOD} + S_{\triangle ADC} = S_{\triangle AOD} + S_{\triangle BDO} = S_{\triangle OAB} = 1$ ，

$\therefore \frac{1}{2} \times OC \times AC = \frac{1}{2} ab = 1$ ，

$\therefore ab = 2$ ，

$\therefore A(a, b)$ 在 $y = \frac{k}{x}$ 上，

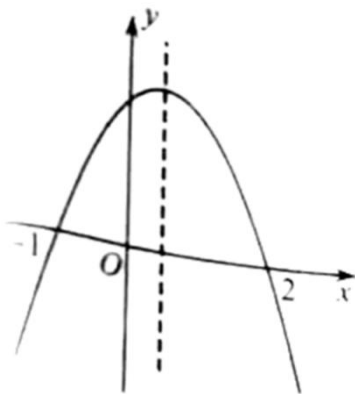
$\therefore k = ab = 2$.

故答案为：2 .

【点睛】 本题考查了反比例函数的性质，三角形的面积公式，全等三角形的判定和性质等知识，解题的关键是熟练掌握所学的知识，正确作出辅助线进行解题.

15. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 与 x 轴交于点 $(-1, 0)$ 和点 $(2, 0)$ ，以下结论：

① $abc < 0$; ② $4a - 2b + c < 0$; ③ $a + b = 0$; ④ 当 $x < \frac{1}{2}$ 时, y 随 x 的增大而减小. 其中正确的结论有_____。(填写代表正确结论的序号)



【答案】①②##②①

【解析】

【分析】根据二次函数的对称轴位置和抛物线开口方向确定①③, 根据 $x = -2$ 时判定②, 由抛物线图像性质判定④.

【详解】解: ① 抛物线的对称轴在 y 轴右侧, 则 $ab < 0$, 而 $c > 0$, 故 $abc < 0$, 故正确;

② $x = -2$ 时, 函数值小于 0, 则 $4a - 2b + c < 0$, 故正确;

③ 与 x 轴交于点 $(-1, 0)$ 和点 $(2, 0)$, 则对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{-1+2}{2} = \frac{1}{2}$, 故 $a = b$, 故③错误;

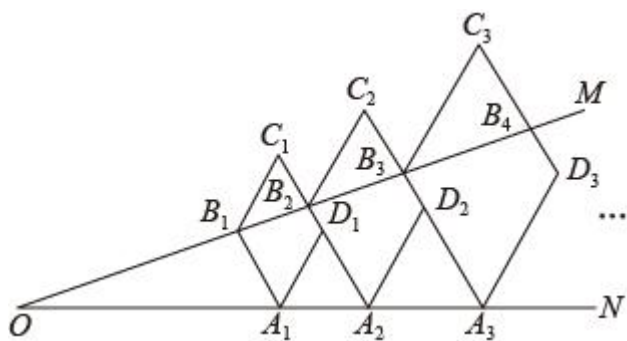
④ 当 $x < \frac{1}{2}$ 时, 图像位于对称轴左边, y 随 x 的增大而减小. 故④错误;

综上所述, 正确的为①②.

故答案为: ①②.

【点睛】本题考查了二次函数的图像和性质, 要求熟练掌握函数与坐标轴的交点、顶点等点坐标的求法, 及这些点代表的意义及函数特征.

16. 如图, A_1 为射线 ON 上一点, B_1 为射线 OM 上一点, $\angle B_1 A_1 O = 60^\circ$, $O A_1 = 3$, $B_1 A_1 = 1$. 以 $B_1 A_1$ 为边在其右侧作菱形 $A_1 B_1 C_1 D_1$, 且 $\angle B_1 A_1 D_1 = 60^\circ$, $C_1 D_1$ 与射线 OM 交于点 B_2 , 得 $C_1 B_1 B_2$; 延长 $B_2 D_1$ 交射线 ON 于点 A_2 , 以 $B_2 A_2$ 为边在其右侧作菱形 $A_2 B_2 C_2 D_2$, 且 $\angle B_2 A_2 D_2 = 60^\circ$, $C_2 D_2$ 与射线 OM 交于点 B_3 , 得 $C_2 B_2 B_3$; 延长 $B_3 D_2$ 交射线 ON 于点 A_3 , 以 $B_3 A_3$ 为边在其右侧作菱形 $A_3 B_3 C_3 D_3$, 且 $\angle B_3 A_3 D_3 = 60^\circ$, $C_3 D_3$ 与射线 OM 交于点 B_4 , 得 $\triangle C_3 B_3 B_4$; $\cdots$, 按此规律进行下去, 则 $\triangle C_{2022} B_{2022} B_{2023}$ 的面积_____.



【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{6} \times \left(\frac{4}{3}\right)^{4042}$

【解析】

【分析】 过点 B_1 作 $B_1D \perp OA_1$ 于点 D ，连接 B_1D_1, B_2D_2, B_3D_3 ，分别作

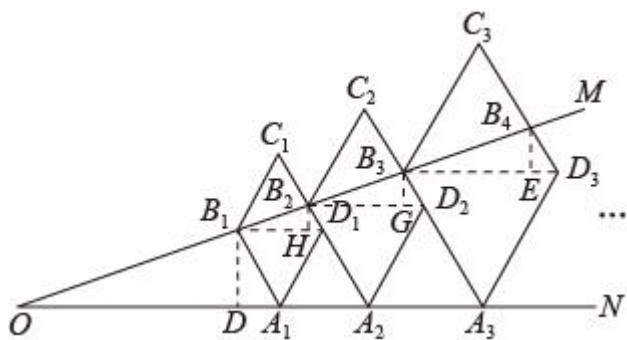
$B_2H \perp B_1D_1, B_3G \perp B_2D_2, B_4E \perp B_3D_3$ ，然后根据菱形的性质及题意可得

$$B_1D_1 \parallel OA_1, B_2D_2 \parallel OA_1, B_3D_3 \parallel OA_1, \text{ 则有 } \tan \angle O = \tan \angle B_2B_1D_1 = \tan \angle B_3B_2D_2 = \tan \angle B_4B_3D_3 = \frac{\sqrt{3}}{5},$$

进而可得出规律进行求解.

【详解】 解： 过点 B_1 作 $B_1D \perp OA_1$ 于点 D ，连接 B_1D_1, B_2D_2, B_3D_3 ，分别作

$B_2H \perp B_1D_1, B_3G \perp B_2D_2, B_4E \perp B_3D_3$ ， 如图所示：



$$\therefore \angle B_1DO = \angle B_1DA_1 = \angle B_2HD_1 = \angle B_3GD_2 = \angle B_4ED_3 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle B_1A_1O = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle DB_1A_1 = 30^\circ,$$

$$\therefore B_1A_1 = 1, OA_1 = 3,$$

$$\therefore DA_1 = \frac{1}{2}B_1A_1 = \frac{1}{2}, \quad OD = \frac{5}{2},$$

$$\therefore B_1D = \sqrt{A_1B_1^2 - A_1D^2} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \tan \angle O = \frac{B_1D}{OD} = \frac{\sqrt{3}}{5},$$

$$\therefore \text{菱形 } A_1B_1C_1D_1, \text{ 且 } \angle B_1A_1D_1 = 60^\circ,$$

$$\therefore \triangle A_1B_1D_1 \text{ 是等边三角形},$$

$$\therefore \angle A_1B_1D_1 = 60^\circ, \quad B_1D_1 = A_1B_1 = 1,$$

$$\therefore \angle A_1B_1D_1 = \angle OA_1B_1 = 60^\circ,$$

$$\therefore OA_1 // B_1D_1,$$

$$\therefore \angle O = \angle B_2B_1D_1,$$

$$\therefore \tan \angle B_2B_1D_1 = \tan \angle O = \frac{\sqrt{3}}{5},$$

$$\text{设 } B_2D_1 = x,$$

$$\therefore \angle B_2D_1H = 60^\circ,$$

$$\therefore HD_1 = B_2D_1 \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2}x, \quad B_2H = B_2D_1 \cdot \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}x,$$

$$\therefore B_1H = \frac{B_2H}{\tan \angle B_2B_1H} = \frac{5}{2}x,$$

$$\therefore \frac{5}{2}x + \frac{1}{2}x = 1, \text{ 解得: } x = \frac{1}{3},$$

$$\therefore B_2D_1 = \frac{1}{3},$$

$$\therefore A_2B_2 = \frac{4}{3},$$

$$\text{同理可得: } B_3D_2 = \frac{4}{9}, \quad B_4D_3 = \frac{16}{27},$$

$$\therefore A_3B_3 = \frac{16}{9}, \quad A_4B_4 = \frac{64}{27},$$

$$\text{由上可得: } A_nB_n = \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}, \quad B_{n+1}D_n = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1},$$

∴

$$S_{\triangle C_{2022}B_{2022}B_{2023}} = S_{\triangle C_{2022}B_{2022}D_{2022}} - S_{\triangle B_{2023}B_{2022}D_{2022}} = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left[\left(\frac{4}{3} \right)^{2021} \right]^2 - \frac{1}{2} \times \left(\frac{4}{3} \right)^{2021} \times \frac{1}{3} \times \left(\frac{4}{3} \right)^{2021} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6} \times \left(\frac{4}{3} \right)^{4042}$$

故答案为 $\frac{\sqrt{3}}{6} \times \left(\frac{4}{3} \right)^{4042}$.

【点睛】本题主要考查菱形的性质、等边三角形的性质与判定、含 30 度直角三角形的性质及三角函数，熟练掌握菱形的性质、等边三角形的性质与判定、含 30 度直角三角形的性质及三角函数是解题的关键.

三、解答题（本大题共 9 小题，共 80 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. 先化简，再求值： $\left(\frac{2}{x+1} + \frac{1}{x-2} \right) \div \frac{x-1}{x-2}$ ，其中 $x = \sqrt{3} - 1$.

【答案】 $\frac{3}{x+1}$, $\sqrt{3}$

【解析】

【分析】先对分式进行化简，然后再代入求解即可.

【详解】解：原式 $= \left[\frac{2x-4}{(x+1)(x-2)} + \frac{x+1}{(x+1)(x-2)} \right] \div \frac{x-1}{x-2}$

$$= \frac{3x-3}{(x+1)(x-2)} \div \frac{x-1}{x-2}$$

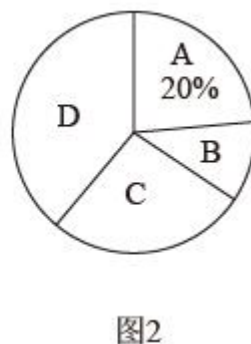
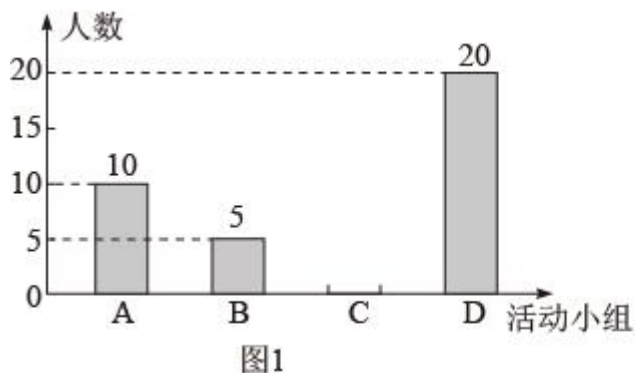
$$= \frac{3(x-1)}{(x+1)(x-2)} \times \frac{x-2}{x-1}$$

$$= \frac{3}{x+1},$$

把 $x = \sqrt{3} - 1$ 代入得：原式 $= \frac{3}{\sqrt{3} - 1 + 1} = \sqrt{3}$.

【点睛】本题主要考查分式的化简求值及二次根式的运算，熟练掌握分式的化简求值及二次根式的运算是解题的关键.

18. 某校为了传承中华优秀传统文化，举行“薪火传承育新人”系列活动，组建了四个活动小组：A（经典诵读），B（诗词大赛），C（传统故事），D（汉字听写）. 学校规定：每名学生必须参加且只能参加其中一个小组. 学校随机抽取了部分学生，对其参加活动小组的情况进行了调查. 下面图 1 和图 2 是根据调查结果绘制的不完整的统计图.



请根据图中提供的信息，解答下列问题：

- (1) 本次随机调查的学生有_____名，在扇形统计图中“C”部分圆心角的度数为_____；
- (2) 通过计算补全条形统计图；
- (3) 若该校共有 1500 名学生，请根据以上调查结果，估计参加“B”活动小组的人数.

【答案】 (1) 50、108°

- (2) 见解析
- (3) 估计参加“B”活动小组的人数约有 150 名.

【解析】

【分析】 (1) 由 A 的人数及其所占百分比可得总人数，根据各类型人数之和等于总人数求得 C 的人数，用 360° 乘以 C 人数所占比例即可得其对应圆心角度数；

(2) 据 (1) 的数据补全图形即可得；

(3) 总人数乘以 B 活动小组人数和所占比例即可；

【小问 1 详解】

解：本次调查的总人数为 $10 \div 20\% = 50$ (名)，

C 活动小组人数为 $50 - (10 + 5 + 20) = 15$ (名)，

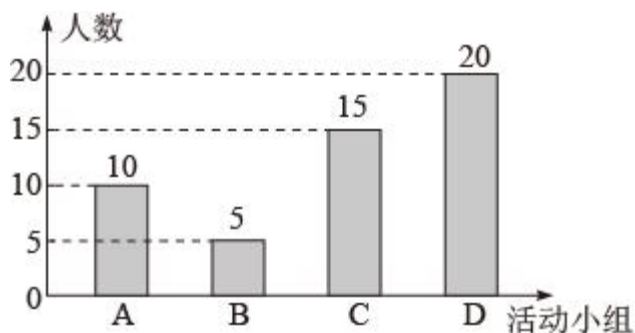
扇形统计图中，C 所对应的扇形的圆心角度数是 $360^\circ \times \frac{15}{50} = 108^\circ$ ，

故答案为：50、108°；

【小问 2 详解】

解：由 (1) 得 C 活动小组人数为 15 名，

补全图形如下：



【小问 3 详解】

解: 估计参加“B”活动小组的人数有 $1500 \times \frac{5}{50} = 150$ (名).

【点睛】 本题考查条形统计图、扇形统计图、用样本估计总体, 解答本题的关键是明确题意, 利用数形结合的思想解答.

19. 小华同学从一副扑克牌中取出花色为“红心”, “黑桃”, “方块”, “梅花”各 1 张放入不透明的甲盒中, 再从这副扑克牌中取出花色为“红心”, “黑桃”, “方块”, “梅花”各 1 张放入不透明的乙盒中.

- (1) 小华同学从甲盒中随机抽取 1 张, 抽到扑克牌花色为“红心”的概率为_____;
- (2) 小华同学从甲、乙两个盒中各随机抽取 1 张扑克牌. 请用画树状图或列表的方法, 求抽到扑克牌花色恰好是 1 张“红心”和 1 张“方块”的概率.

【答案】 (1) $\frac{1}{4}$

(2) $\frac{1}{8}$

【解析】

【分析】 (1) 先求出从甲盒中随机抽取 1 张有 4 种等可能的结果, 抽到扑克牌花色为“红心”结果只有 1 种, 再利用概率公式求解;

(2) 先列表, 进而得到从甲、乙两个盒中各随机抽取 1 张扑克牌共有 16 种等可能的结果, 其中抽到扑克牌花色恰好是 1 张“红心”和 1 张“方块”的结果有 2 种, 利用概率公式求解.

【小问 1 详解】

解: 根据题意可知

从甲盒中随机抽取 1 张有 4 种等可能的结果, 抽到扑克牌花色为“红心”结果只有 1 种,

所以抽到扑克牌花色为“红心”的概率为 $\frac{1}{4}$.

故答案为: $\frac{1}{4}$;

【小问 2 详解】

解: 列表如下:

	红心 _甲	黑桃 _甲	方块 _甲	梅花 _甲
红心 _乙	红心 _甲 , 红心 _乙	黑桃 _甲 , 红心 _乙	方块 _甲 , 红心 _乙	梅花 _甲 , 红心 _乙
黑桃 _乙	红心 _甲 , 黑桃 _乙	黑桃 _甲 , 黑桃 _乙	方块 _甲 , 黑桃 _乙	梅花 _甲 , 黑桃 _乙
方块 _乙	红心 _甲 , 方块 _乙	黑桃 _甲 , 方块 _乙	方块 _甲 , 方块 _乙	梅花 _甲 , 方块 _乙
梅花 _乙	红心 _甲 , 梅花 _乙	黑桃 _甲 , 梅花 _乙	方块 _甲 , 梅花 _乙	梅花 _甲 , 梅花 _乙

从图中可知, 从甲、乙两个盒中各随机抽取 1 张扑克牌共有 16 种等可能的结果, 其中抽到扑克牌花色恰好是 1 张“红心”和 1 张“方块”的结果有 2 种,

所以抽到扑克牌花色恰好是 1 张“红心”和 1 张“方块”的概率是 $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$.

【点睛】本题主要考查了概率公式和用树状图或列表法求概率, 理解相关知识是解答关键.

20. 2022 年 3 月 23 日“天宫课堂”第二课在中国空间站开讲了, 精彩的直播激发了学生探索科学奥秘的兴趣. 某中学为满足学生的需求, 充实物理兴趣小组的实验项目, 决定购入 A、B 两款物理实验套装, 其中 A 款套装单价是 B 款套装单价的 1.2 倍, 用 9900 元购买的 A 款套装数量比用 7500 元购买的 B 款套装数量多 5 套. 求 A、B 两款套装的单价分别是多少元.

【答案】A 款套装的单价是 180 元、B 款套装的单价是 150 元.

【解析】

【分析】设 B 款套装的单价是 x 元, 则 A 款套装的单价是 1.2x 元, 即可得出关于 x 的分式方程, 解之经检验后即可得出结论.

【详解】解: 设 B 款套装的单价是 x 元, 则 A 款套装的单价是 1.2x 元,

$$\text{由题意得: } \frac{9900}{1.2x} = \frac{7500}{x} + 5,$$

$$\text{解得: } x=150,$$

经检验, x=150 是原方程的解, 且符合题意,

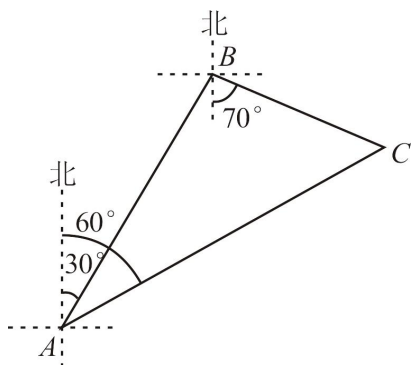
$$\therefore 1.2x=180.$$

答: A 款套装的单价是 180 元、B 款套装的单价是 150 元.

【点睛】本题考查了分式方程的应用, 解题的关键是: 找准等量关系, 正确列出分式方程.

21. 如图, 一艘货轮在海面上航行, 准备要停靠到码头 C, 货轮航行到 A 处时, 测得码头 C 在北偏东 60°方向上. 为了躲避 A, C 之间的暗礁, 这艘货轮调整航向, 沿着北偏东 30°方向继续航行, 当它航行到 B 处后, 又沿着南偏东 70°方向航行 20 海里到达码头 C. 求货轮从 A 到 B 航行的距离 (结果精确到 0.1 海里. 参考

数据: $\sin 50^\circ \approx 0.766$, $\cos 50^\circ \approx 0.643$, $\tan 50^\circ \approx 1.192$.

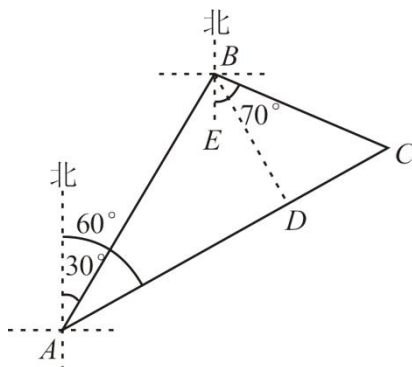


【答案】 货轮从 A 到 B 航行的距离约为 30.6 海里.

【解析】

【分析】 过 B 作 $BD \perp AC$ 于 D , 在 $Rt\triangle BCD$ 中, 利用正弦函数求得 $BD=15.32$ 海里, 再在 $Rt\triangle ABD$ 中, 利用含 30° 度角的直角三角形的性质即可求解.

【详解】 解: 过 B 作 $BD \perp AC$ 于 D ,



由题意可知 $\angle ABE=30^\circ$, $\angle BAC=30^\circ$, 则 $\angle C=180^\circ-30^\circ-30^\circ-70^\circ=50^\circ$,

在 $Rt\triangle BCD$ 中, $\angle C=50^\circ$, $BC=20$ (海里),

$\therefore BD=BC\sin 50^\circ \approx 20 \times 0.766=15.32$ (海里),

在 $Rt\triangle ABD$ 中, $\angle BAD=30^\circ$, $BD=15.32$ (海里),

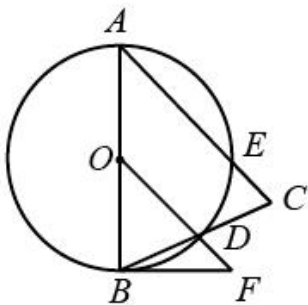
$\therefore AB=2BD=30.64 \approx 30.6$ (海里),

答: 货轮从 A 到 B 航行的距离约为 30.6 海里.

【点睛】 本题考查了解直角三角形的应用—方向角问题, 正确作出辅助线构造直角三角形是解题的关键.

22. 如图, 在 $\odot O$ 中, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 E 在 $\odot O$ 上, D 为 $\widehat{BE}$ 的中点, 连接 AE, BD 并延长交于点 C . 连

接 OD , 在 OD 的延长线上取一点 F , 连接 BF , 使 $\angle CBF = \frac{1}{2} \angle BAC$.



(1) 求证: BF 为 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $AE = 4, OF = \frac{9}{2}$, 求 $\odot O$ 的半径.

【答案】(1) 证明见解析;

(2) 3;

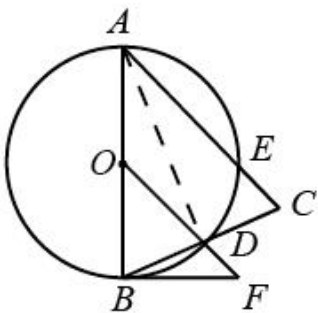
【解析】

【分析】(1) 连接 AD , 由圆周角定理可得 $\angle ADB = 90^\circ$, 由等弧对等角可得 $\angle BAD = \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC$, 再进行等量代换可得 $\angle ABF = 90^\circ$ 便可证明;

(2) 连接 AD, BE , 由圆周角定理可得 $\angle AEB = 90^\circ$, $\angle BOD = 2\angle BAD$, 于是 $\angle BOD = \angle BAC$, 由 $\triangle OBF \sim \triangle AEB$ 可得 $OB : AE = OF : AB$, 再代入求值即可;

【小问 1 详解】

证明: 如图, 连接 AD ,



AB 是圆的直径, 则 $\angle ADB = 90^\circ$,

D 为 $\widehat{BE}$ 的中点, 则 $\angle BAD = \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAC$,

$$\therefore \angle CBF = \frac{1}{2} \angle BAC,$$

$$\therefore \angle CBF = \angle BAD,$$

$$\therefore \angle BAD + \angle ABD = 90^\circ,$$

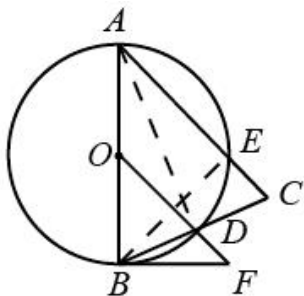
$$\therefore \angle ABF = \angle ABD + \angle CBF = 90^\circ,$$

$$\therefore AB \perp BF,$$

$\therefore BF$ 是 $\odot O$ 的切线;

【小问 2 详解】

解: 如图, 连接 AD 、 BE ,



AB 是圆的直径, 则 $\angle AEB = 90^\circ$,

$\therefore \angle BOD = 2\angle BAD$, $\angle BAC = 2\angle BAD$,

$\therefore \angle BOD = \angle BAC$,

又 $\therefore \angle ABF = \angle AEB = 90^\circ$,

$\therefore \triangle OBF \sim \triangle AEB$,

$\therefore OB : AE = OF : AB$,

$\therefore OB : 4 = \frac{9}{2} : 2OB$, $OB^2 = 9$,

$OB > 0$, 则 $OB = 3$,

$\therefore \odot O$ 的半径为 3;

【点睛】本题考查了圆周角定理, 切线的判定, 相似三角形的判定和性质; 正确作出辅助线是解题关键.

23. 某文具店购进一批单价为 12 元的学习用品, 按照相关部门规定其销售单价不低于进价, 且不低于进价的 1.5 倍, 通过分析销售情况, 发现每天的销售量 y (件) 与销售单价 x (元) 满足一次函数关系, 且当 $x = 15$ 时, $y = 50$; 当 $x = 17$ 时, $y = 30$.

(1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 这种学习用品的销售单价定为多少时, 每天可获得最大利润, 最大利润是多少元?

【答案】(1) y 与 x 之间的函数关系式为 $y = -10x + 200$

(2) 这种学习用品的销售单价定为 16 元时, 每天可获得最大利润, 最大利润是 160 元.

【解析】

【分析】(1) 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b$, 然后代值求解即可;

(2) 设每天获得的利润为 w 元, 由 (1) 可得 $w = (x - 12)(\quad)$, 进而根据二次函数的性质可求解.

【小问 1 详解】

解: 设 y 与 x 之间的函数关系式为 $y = kx + b$, 由题意得:

$$\begin{cases} 15k + b = 50 \\ 17k + b = 30 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -10 \\ b = 200 \end{cases},$$

$\therefore y$ 与 x 之间的函数关系式为 $y = -10x + 200$;

【小问 2 详解】

解: 设每天获得的利润为 w 元, 由 (1) 可得:

$$w = (x - 12)(-10x + 200) = -10x^2 + 320x - 2400 = -10(x - 16)^2 + 160,$$

$\therefore 12 \leq x \leq 18$, 且 $-10 < 0$,

$\therefore$ 当 $x = 16$ 时, w 有最大值, 最大值为 160;

答: 这种学习用品的销售单价定为 16 元时, 每天可获得最大利润, 最大利润是 160 元.

【点睛】本题主要考查一次函数与二次函数的应用, 熟练掌握一次函数与二次函数的图象与性质是解题的关键.

24. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2\sqrt{5}$, $BC = 4$, D, E, F 分别为 AC, AB, BC 的中点, 连接 DE, DF .

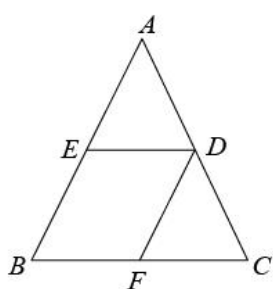


图1

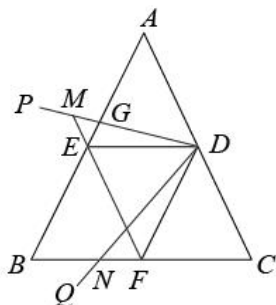


图2

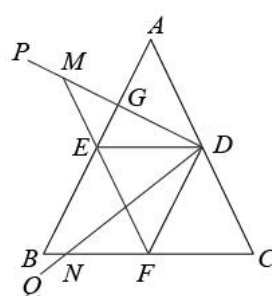


图3

(1) 如图 1, 求证: $DF = \frac{\sqrt{5}}{2} DE$;

(2) 如图 2, 将 $\angle EDF$ 绕点 D 顺时针旋转一定角度, 得到 $\angle PDQ$, 当射线 DP 交 AB 于点 G , 射线 DQ 交 BC 于点 N 时, 连接 FE 并延长交射线 DP 于点 M , 判断 FN 与 EM 的数量关系, 并说明理由;

(3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, 当 $DP \perp AB$ 时, 求 DN 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) $FN = \frac{\sqrt{5}}{2} EM$, 理由见解析

$$(3) \frac{10}{3}$$

【解析】

【分析】(1) 连接 AF ，可得 $AF \perp BC$ ，根据直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可得

$$DF = \frac{1}{2} AC = \sqrt{5}, \text{ 根据中位线定理可得 } DE = \frac{1}{2} BC = 2, \text{ 即可得证;}$$

$$(2) \text{ 证明 } \triangle DNF \sim \triangle DME, \text{ 根据 (1) 的结论即可得 } FN = \frac{\sqrt{5}}{2} EM;$$

$$(3) \text{ 连接 } AF, \text{ 过点 } C \text{ 作 } CH \perp AB \text{ 于 } H, \text{ 证明 } \triangle AGD \sim \triangle AHC, \text{ 可得 } GD = \frac{1}{2} HC = \frac{4\sqrt{5}}{5}, \text{ 勾股定理}$$

$$\text{求得 } GE, AG, \text{ 根据 } \tan \angle ADG = \frac{AG}{GD} = \frac{3}{4}, \angle EMG = \angle ADG, \text{ 可得 } \tan \angle EMG = \frac{EG}{MG} = \frac{3}{4}, \text{ 进而求得}$$

$$MG, \text{ 根据 } MD = MG + GD \text{ 求得 } MD, \text{ 根据 (2) 的结论 } DN = \frac{\sqrt{5}}{2} DM, \text{ 即可求解.}$$

【小问 1 详解】

证明：如图，连接 AF ，

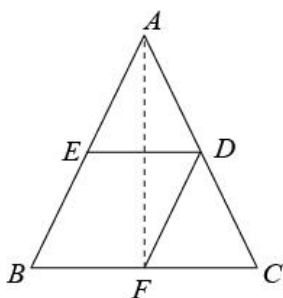


图1

$$\because AB = AC = 2\sqrt{5}, BC = 4, D, E, F \text{ 分别为 } AC, AB, BC \text{ 的中点,}$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2} BC = 2, AF \perp BC,$$

$$\therefore DF = \frac{1}{2} AC = \sqrt{5},$$

$$\therefore DF = \frac{\sqrt{5}}{2} DE,$$

【小问 2 详解】

$$FN = \frac{\sqrt{5}}{2} EM, \text{ 理由如下,}$$

连接 AF , 如图,

$\because AB = AC = 2\sqrt{5}, BC = 4$, D, E, F 分别为 AC, AB, BC 的中点,

$$\therefore EF = \frac{1}{2} AC = CD, EF \parallel DC,$$

$\therefore$ 四边形 $CDEF$ 是平行四边形,

$$\therefore \angle DEF = \angle C,$$

$$\because DF = \frac{1}{2} AC = DC,$$

$$\therefore \angle DFC = \angle C,$$

$$\therefore \angle DEF = \angle DFC,$$

$$\therefore 180^\circ - \angle DEF = 180^\circ - \angle DFC,$$

$$\therefore \angle DEM = \angle DFN,$$

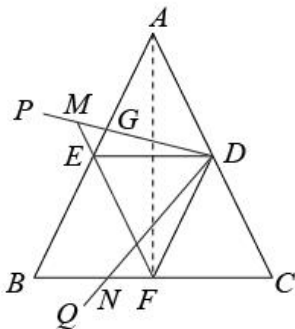


图2

$\therefore$ 将 $\angle EDF$ 绕点 D 顺时针旋转一定角度, 得到 $\angle PDQ$,

$$\therefore \angle EDF = \angle PDQ,$$

$$\because \angle FDN + \angle NDE = \angle EDM + \angle NDE,$$

$$\therefore \angle FDN = \angle EDM,$$

$$\therefore \triangle DNF \sim \triangle DME,$$

$$\therefore \frac{NF}{EM} = \frac{DF}{DE} = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore FN = \frac{\sqrt{5}}{2} EM,$$

【小问 3 详解】

如图，连接 AF ，过点 C 作 $CH \perp AB$ 于 H ，

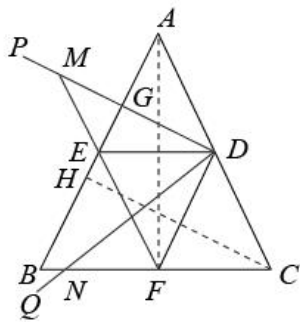


图3

Rt $\triangle AFC$ 中, $FC = \frac{1}{2}BC = 2$,

$$\therefore AF = \sqrt{AC^2 - FC^2} = 4,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AF = \frac{1}{2} AB \cdot CH,$$

$$\therefore HC = \frac{BC \cdot AF}{AB} = \frac{4 \times 4}{2\sqrt{5}} = \frac{8\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore DP \perp AB,$$
$$\therefore_{\Delta} AGD \sim_{\Delta} AHC,$$

$$\therefore \frac{GD}{HC} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore GD = \frac{1}{2}HC = \frac{4\sqrt{5}}{5},$$

$Rt_{\Delta}GED$ 中,

$$GE = \sqrt{ED^2 - GD^2} = \sqrt{2^2 - \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

$Rt_{\Delta AGD}$ 中,

$$AG = \sqrt{AD^2 - GD^2} = \sqrt{\left(\sqrt{5}\right)^2 - \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{3\sqrt{5}}{5},$$

$$\therefore \tan \angle ADG = \frac{AG}{GD} = \frac{\frac{3\sqrt{5}}{4}}{\frac{5}{\sqrt{5}}} = \frac{3}{4},$$

$$\because EF \parallel AD,$$

$$\therefore \angle EMG = \angle ADG,$$

$$\therefore \tan \angle EMG = \frac{EG}{MG} = \frac{3}{4},$$

$$\therefore MG = \frac{4}{3}GE = \frac{4}{3} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{8\sqrt{5}}{15},$$

$$\therefore MD = MG + GD = \frac{8\sqrt{5}}{15} + \frac{4\sqrt{5}}{5} = \frac{4\sqrt{5}}{3},$$

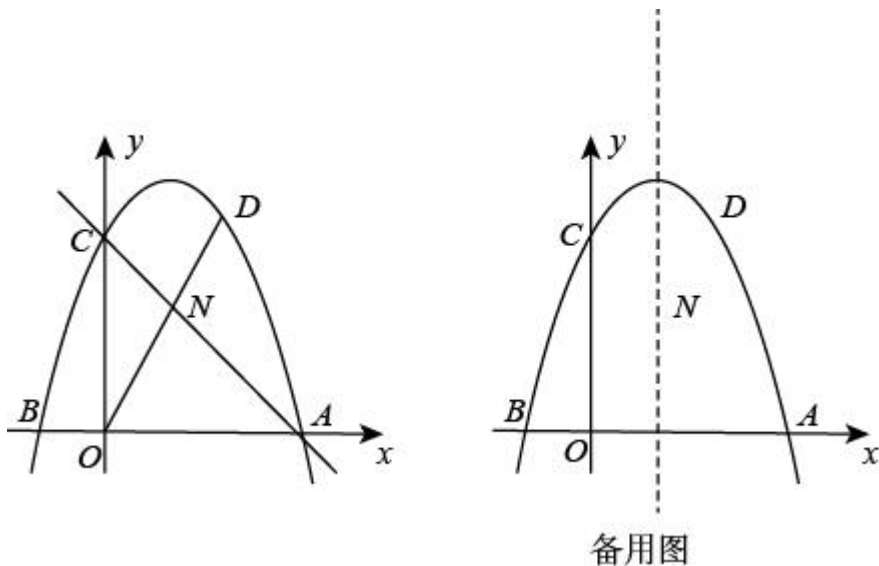
$$\because \triangle DNF \sim \triangle DME,$$

$$\therefore \frac{DN}{DM} = \frac{DF}{DE} = \frac{\sqrt{5}}{2},$$

$$\therefore DN = \frac{\sqrt{5}}{2}DM = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{4\sqrt{5}}{3} = \frac{10}{3}.$$

【点睛】本题考查了勾股定理，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半，中位线的性质定理，相似三角形的性质与判定，求角的正确，掌握相似三角形的性质与判定是解题的关键.

25. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 交 x 轴于点 $A(3,0)$ 和 $B(-1,0)$ ，交 y 轴于点 C .



(1) 求抛物线的表达式;

(2) D 是直线 AC 上方抛物线上一动点，连接 OD 交 AC 于点 N ，当 $\frac{DN}{ON}$ 的值最大时，求点 D 的坐标;

(3) P 为抛物线上一点, 连接 CP , 过点 P 作 $PQ \perp CP$ 交抛物线对称轴于点 Q , 当 $\tan \angle PCQ = \frac{3}{4}$ 时,

请直接写出点 P 的横坐标.

【答案】(1) $y = -x^2 + 2x + 3$

(2) $D\left(\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right)$

(3) 点 P 的横坐标为 $\frac{1+\sqrt{13}}{3}$ 或 $\frac{1-\sqrt{13}}{3}$ 或 $\frac{5-\sqrt{13}}{3}$ 或 $\frac{5+\sqrt{13}}{3}$

【解析】

【分析】(1) 把点 $A(3,0)$ 和 $B(-1,0)$ 代入解析式求解即可;

(2) 过点 D 作 $DH \parallel y$ 轴, 交 AC 于点 H , 由 (1) 设 $D(m, -m^2 + 2m + 3)$, 直线 AC 的解析式为 $y = kx + b$, 然后可求出直线 AC 的解析式, 则有 $H(m, -m + 3)$, 进而可得 $DH = -m^2 + 3m$, 最后根据 $\triangle OCN \sim \triangle DHN$ 可进行求解;

(3) 由题意可作出图象, 设 $P(n, -n^2 + 2n + 3)$, 然后根据题意及 k 型相似可进行求解.

【小问 1 详解】

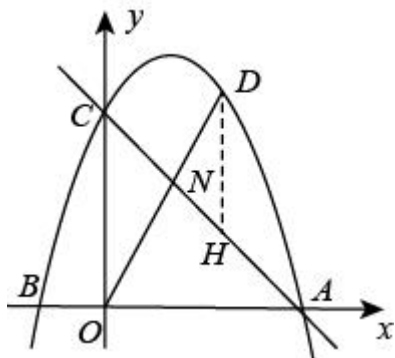
解: 把点 $A(3,0)$ 和 $B(-1,0)$ 代入得:

$$\begin{cases} 9a + 3b + 3 = 0 \\ a - b + 3 = 0 \end{cases}, \text{解得: } \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$;

【小问 2 详解】

解: 过点 D 作 $DH \parallel y$ 轴, 交 AC 于点 H , 如图所示:



设 $D(m, -m^2 + 2m + 3)$, 直线 AC 的解析式为 $y = kx + b$,

由 (1) 可得: $C(0, 3)$,

$$\therefore \begin{cases} 3k + b = 0 \\ b = 3 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 AC 的解析式为 $y = -x + 3$,

$\therefore H(m, -m + 3)$,

$\therefore DH = -m^2 + 3m$,

$\therefore DH \parallel y$ 轴,

$\therefore \triangle OCN \sim \triangle DHN$,

$$\therefore \frac{DN}{ON} = \frac{DH}{OC} = \frac{-m^2 + 3m}{3} = -\frac{1}{3} \left(m - \frac{3}{2} \right)^2 + \frac{3}{4},$$

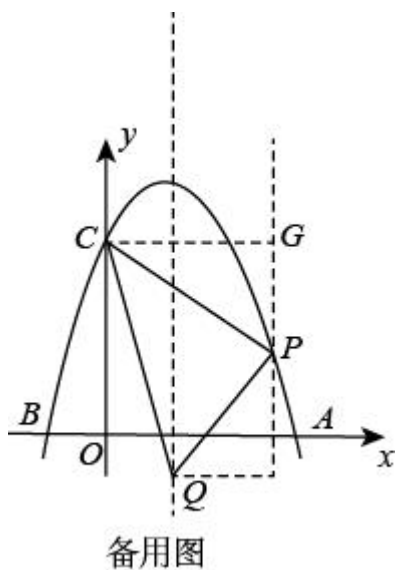
$$\therefore -\frac{1}{3} < 0,$$

$\therefore$ 当 $m = \frac{3}{2}$ 时, $\frac{DN}{ON}$ 的值最大,

$$\therefore D\left(\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right);$$

【小问 3 详解】

解: 由题意可得如图所示:



分别过点 C 、 Q 作垂线，交过点 P 作 y 轴的平行线于点 G 、 H ，

$$\therefore PQ \perp CP,$$

$$\therefore \angle CPQ = \angle CGP = \angle PHQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CPG + \angle PCG = \angle CPG + \angle QPH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PCG = \angle QPH,$$

$$\therefore \triangle PCG \sim \triangle QPH,$$

$$\therefore \frac{QH}{PG} = \frac{PQ}{CP},$$

$$\therefore \tan \angle PCQ = \frac{3}{4},$$

$$\therefore \frac{QH}{PG} = \frac{PQ}{CP} = \frac{3}{4},$$

设点 $P(n, -n^2 + 2n + 3)$ ，由题意可知：抛物线的对称轴为直线 $x = 1$ ， $C(0, 3)$ ，

$$\therefore QH = |n - 1|, PG = |-n^2 + 2n|,$$

$$\therefore |n - 1| = \frac{3}{4} |-n^2 + 2n|,$$

$$\text{当 } n - 1 = \frac{3}{4}(-n^2 + 2n) \text{ 时, 解得: } n = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{3},$$

$$\text{当 } n - 1 = -\frac{3}{4}(-n^2 + 2n) \text{ 时, 解得: } n = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{3}$$

综上：点 P 的横坐标为 $\frac{1 + \sqrt{13}}{3}$ 或 $\frac{1 - \sqrt{13}}{3}$ 或 $\frac{5 - \sqrt{13}}{3}$ 或 $\frac{5 + \sqrt{13}}{3}$ 。

【点睛】 本题主要考查二次函数的综合、三角函数及相似三角形的性质与判定，熟练掌握二次函数的综合、三角函数及相似三角形的性质与判定是解题的关键。

