

2022 年辽宁省丹东市中考数学试卷

一、选择题

1. -7 的绝对值是 ()

A. 7

B. -7

C. $\frac{1}{7}$

D. $-\frac{1}{7}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据负数的绝对值是它的相反数即可求解.

【详解】解: -7 的绝对值是 7 ,

故答案选: A.

【点睛】本题考查绝对值的定义, 正数的绝对值是它本身, 负数的绝对值是它的相反数, 0 的绝对值是 0 .

2. 下列运算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B. $(a^2)^3 = a^5$

C. $(ab)^3 = a^3b^3$

D. $a^8 \div a^2 = a^4$

【答案】C

【解析】

【分析】根据同底数幂的乘法运算、同底数幂乘方运算、积的乘方、幂的除法运算法则, 对选项进行逐一计算即可.

【详解】解: $a^2 \cdot a^3 = a^5$, A 选项错误;

$(a^2)^3 = a^6$, B 选项错误;

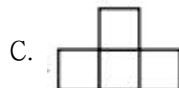
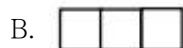
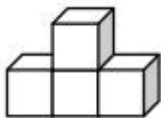
$(ab)^3 = a^3b^3$, C 选项正确;

$a^8 \div a^2 = a^6$, D 选项错误;

故选: C.

【点睛】本题考查了同底数幂的基本运算, 解题关键在于要注意指数在计算过程中是相加还是相乘.

3. 如图是由几个完全相同的小正方体组成的立体图形, 它的左视图是 ()



【答案】A

【解析】

【分析】从左边看该组合体，所得到的图形即为左视图.

【详解】解：从左边看到第一层一个小正方形，第二层一个小正方形，看到的图形如下：



故选：A.

【点睛】本题考查简单组合体的三视图，把从左边看到的图形画出来是解题的关键.

4. 四张不透明的卡片，正面标有数字分别是 -2 , 3 , -10 , 6 ，除正面数字不同外，其余都相同，将它们背面朝上洗匀后放在桌面上，从中随机抽取一张卡片，则这张卡片正面的数字是 -10 的概率是 ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

【答案】A

【解析】

【分析】正面标有数字分别是 -2 , 3 , -10 , 6 ，从中随机抽取一张卡片， -10 的个数是 1，再根据概率公式直接求解即可求得概率.

【详解】解：由题意可知，共有 4 张标有数字 -2 , 3 , -10 , 6 的卡片，摸到每一张的可能性是均等的，其中为 -10 的有 1 种，所以随机抽取一张，这张卡片正面的数字是 -10 的概率是 $\frac{1}{4}$ ，

故选：A.

【点睛】本题考查概率公式，理解概率的意义，掌握概率的计算方法是正确解答的前提.

5. 在函数 $y = \frac{\sqrt{x+3}}{x}$ 中，自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 3$ B. $x \geq -3$ C. $x \geq 3$ 且 $x \neq 0$ D. $x \geq -3$ 且 $x \neq 0$

【答案】D

【解析】

【分析】根据二次根式的被开方数是非负数、分母不为 0 列出不等式组，解不等式组即可得到答案.

【详解】解：由题意得： $x+3 \geq 0$ 且 $x \neq 0$ ，

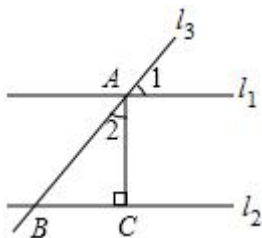
解得： $x \geq -3$ 且 $x \neq 0$ ，

故选：D.

【点睛】本题考查的是函数自变量的取值范围的确定，掌握二次根式的被开方数是非负数、分母不为 0 是解题的关键.

6. 如图，直线 $l_1 \parallel l_2$ ，直线 l_3 与 l_1 , l_2 分别交于 A , B 两点，过点 A 作 $AC \perp l_2$ ，垂足为 C ，若 $\angle 1 = 52^\circ$ ，则

$\angle 2$ 的度数是 ()



A. 32°

B. 38°

C. 48°

D. 52°

【答案】B

【解析】

【分析】根据平行线的性质求出 $\angle ABC$ ，根据三角形内角和定理求出即可.

【详解】解: $\because$ 直线 $l_1 \parallel l_2$, $\angle 1 = 52^\circ$,

$$\therefore \angle ABC = \angle 1 = 52^\circ,$$

$$\because AC \perp l_2,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB = 180^\circ - 52^\circ - 90^\circ = 38^\circ,$$

故选: B.

【点睛】本题考查了对平行线的性质和三角形内角和定理的运用，解题的关键是熟练掌握平行线的性质:

①两直线平行，同位角相等，②两直线平行，内错角相等，③两直线平行，同旁内角互补.

7. 甲、乙、丙、丁四人进行射击测试，每人 10 次射击的平均成绩恰好都是 9.2 环，方差分别是 $s_{\text{甲}}^2 = 0.12$, $s_{\text{乙}}^2 = 0.59$, $s_{\text{丙}}^2 = 0.33$, $s_{\text{丁}}^2 = 0.46$ ，在本次射击测试中，这四个人成绩最稳定的是 ()

A. 甲

B. 乙

C. 丙

D. 丁

【答案】A

【解析】

【分析】根据方差的定义，方差越小数据越稳定. 进行判断即可.

【详解】解: $\because s_{\text{甲}}^2 = 0.12$, $s_{\text{乙}}^2 = 0.59$, $s_{\text{丙}}^2 = 0.33$, $s_{\text{丁}}^2 = 0.46$,

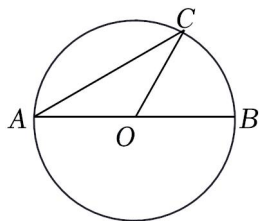
$$\therefore s_{\text{甲}}^2 < s_{\text{丙}}^2 < s_{\text{丁}}^2 < s_{\text{乙}}^2,$$

$\therefore$ 成绩最稳定的是甲,

故选: A.

【点睛】本题考查了方差的意义. 方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定.

8. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C 是 $\odot O$ 上一点, 连接 AC , OC , 若 $AB=6$, $\angle A=30^\circ$, 则 $\widehat{BC}$ 的长为 ()



- A. 6π B. 2π C. $\frac{3}{2}\pi$ D. π

【答案】D

【解析】

【分析】先根据圆周角定理求出 $\angle BOC = 2\angle A = 60^\circ$, 求出半径 OB , 再根据弧长公式求出答案即可.

【详解】解: $\because$ 直径 $AB=6$,

$\therefore$ 半径 $OB=3$,

$\because$ 圆周角 $\angle A=30^\circ$,

$\therefore$ 圆心角 $\angle BOC=2\angle A=60^\circ$,

$\therefore \widehat{BC}$ 的长是 $\frac{60\pi \times 3}{180} = \pi$,

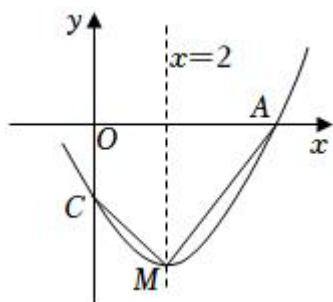
故选: D.

【点睛】本题考查了弧长公式和圆周角定理, 能熟记弧长公式是解此题的关键, 注意: 半径为 r , 圆心角为 n° 的弧的长度是 $\frac{n\pi r}{180}$.

9. 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于点 $A(5, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 其对称轴为直线 $x=2$, 结合图象分析如下结论: ① $abc > 0$; ② $b+3a < 0$; ③ 当 $x > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大; ④ 若一次函数 $y = kx + b$

($k \neq 0$) 的图象经过点 A , 则点 $E(k, b)$ 在第四象限; ⑤ 点 M 是抛物线的顶点, 若 $CM \perp AM$, 则 $a = \frac{\sqrt{6}}{6}$. 其

中正确的有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】D

【解析】

【分析】①正确，根据抛物线的位置判断即可；②正确，利用对称轴公式，可得 $b = -4a$ ，可得结论；③错误，应该是 $x > 2$ 时， y 随 x 的增大而增大；④正确，判断出 $k > 0$ ，可得结论；⑤正确，设抛物线的解析式为 $y = a(x+1)(x-5) = a(x-2)^2 - 9a$ ，可得 $M(2, -9a)$ ， $C(0, -5a)$ ，过点 M 作 $MH \perp y$ 轴于点 H ，设对称轴交 x 轴于点 K ，利用相似三角形的性质，构建方程求出 a 即可。

【详解】解：∵ 抛物线开口向上，

$$\therefore a > 0,$$

$$\therefore \text{对称轴是直线 } x = 2,$$

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 2,$$

$$\therefore b = -4a < 0$$

$$\therefore \text{抛物线交 } y \text{ 轴的负半轴,}$$

$$\therefore c < 0,$$

$$\therefore abc > 0, \text{ 故①正确,}$$

$$\therefore b = -4a, a > 0,$$

$$\therefore b+3a = -a < 0, \text{ 故②正确,}$$

观察图象可知，当 $0 < x \leq 2$ 时， y 随 x 的增大而减小，故③错误，

一次函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 A ，

$$\therefore b < 0,$$

$$\therefore k > 0, \text{ 此时 } E(k, b) \text{ 在第四象限, 故④正确.}$$

$$\therefore \text{抛物线经过 } (-1, 0), (5, 0),$$

$$\therefore \text{可以假设抛物线的解析式为 } y = a(x+1)(x-5) = a(x-2)^2 - 9a,$$

$$\therefore M(2, -9a), C(0, -5a),$$

过点 M 作 $MH \perp y$ 轴于点 H ，设对称轴交 x 轴于点 K 。

$$\therefore AM \perp CM,$$

$$\therefore \angle AMC = \angle KMH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle CMH = \angle KMA,$$

$$\therefore \angle MHC = \angle MKA = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle MHC \sim \triangle MKA,$$

$$\therefore \frac{MH}{MK} = \frac{CH}{AK},$$

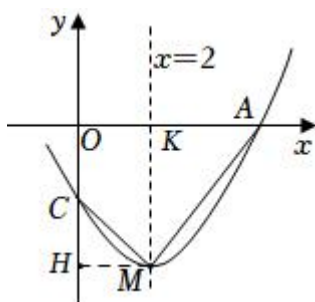
$$\therefore \frac{2}{-9a} = \frac{-4a}{3},$$

$$\therefore a^2 = \frac{1}{6},$$

$$\because a > 0,$$

$$\therefore a = \frac{\sqrt{6}}{6}, \text{ 故⑤正确,}$$

故选: D.



【点睛】本题考查二次函数的性质，相似三角形的判定和性质等知识，解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题，属于中考选择题中的压轴题.

二、填空题

10. 美丽的丹东山清水秀，水资源丰富. 2021 年水资源总量约为 12600000000 立方米，数据 12600000000 用科学记数法表示为_____.

【答案】 1.26×10^{10}

【解析】

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同，当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正整数，当原数绝对值 < 1 时， n 是负整数.

【详解】解： $12600000000 = 1.26 \times 10^{10}$.

故答案为: 1.26×10^{10} .

【点睛】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

11. 因式分解: $2a^2 + 4a + 2 =$ _____.

【答案】 $2(a+1)^2$

【解析】

【分析】先提公因式，再运用完全平方公式进行因式分解.

【详解】 $2a^2 + 4a + 2 = 2(a^2 + 2a + 1) = 2(a+1)^2$

故答案为: $2(a+1)^2$

【点睛】考核知识点: 因式分解. 掌握提公因式法和公式法是解题关键.

12. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2+3x+m=0$ 有实数根, 则 m 的取值范围是_____.

【答案】 $m \leq \frac{9}{4}$

【解析】

【分析】根据方程有实数根结合根的判别式即可得出关于 m 的一元一次不等式, 解不等式即可求出 m 的取值范围.

【详解】 $\because$ 方程 $x^2+3x+m=0$ 有实数根,

$\therefore \Delta = 3^2 - 4m \geq 0$,

解得: $m \leq \frac{9}{4}$.

故答案为 $m \leq \frac{9}{4}$.

【点睛】本题考查了根的判别式以及解一元一次不等式, 解题的关键是根据根的个数结合根的判别式得出不等式.

13. 某书店与一所中学建立帮扶关系, 连续 6 个月向该中学赠送书籍的数量 (单位: 本) 分别为: 200, 300, 400, 200, 500, 550, 则这组数据的中位数是_____本.

【答案】 350

【解析】

【分析】根据中位数的概念求解即可.

【详解】解: 将数据 200, 300, 400, 200, 500, 550 按照从小到大的顺序排列为: 200, 200, 300, 400, 500, 550. 则其中位数为: $\frac{300+400}{2} = 350$.

故答案为: 350.

【点睛】本题主要考查中位数, 将一组数据按照从小到大 (或从大到小) 的顺序排列, 如果数据的个数是奇数, 则处于中间位置的数就是这组数据的中位数. 如果这组数据的个数是偶数, 则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

14. 不等式组 $\begin{cases} x-5 < 1 \\ 2x > 3 \end{cases}$ 的解集为_____.

【答案】 $1.5 < x < 6$

【解析】

【分析】先解每一个不等式, 再求它们的解集的公共部分.

【详解】解：解不等式 $x-5 < 1$ 得： $x < 6$ ，

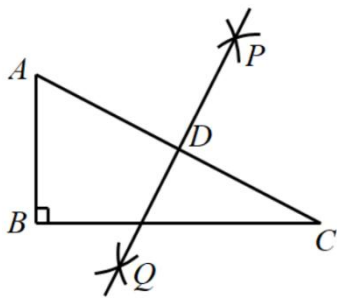
解不等式 $2x > 3$ 得： $x > 1.5$ ，

所以不等式组的解集为： $1.5 < x < 6$ ，

故答案为： $1.5 < x < 6$ 。

【点睛】本题考查了不等式组的解法，熟练解一元一次不等式是解题的关键。

15. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 4$ ， $BC = 8$ ，分别以 A ， C 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 P 和点 Q ，直线 PQ 与 AC 交于点 D ，则 AD 的长为_____。



【答案】 $2\sqrt{5}$

【解析】

【分析】利用勾股定理求出 AC ，再利用线段的垂直平分线的性质求出 AD 。

【详解】解：在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = 4$ ， $BC = 8$ ，

$$\therefore AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5},$$

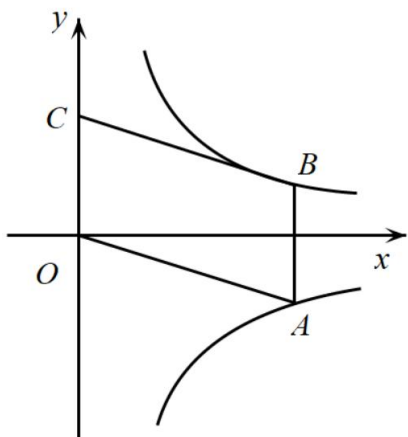
由作图可知， PQ 垂直平分线段 AC ，

$$\therefore AD = DC = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{5},$$

故答案为： $2\sqrt{5}$ 。

【点睛】本题考查作图 - 基本作图，勾股定理，线段的垂直平分线的性质等知识，解题的关键是读懂图象信息，灵活运用所学知识解决问题。

16. 如图，四边形 $OABC$ 是平行四边形，点 O 是坐标原点，点 C 在 y 轴上，点 B 在反比例函数 $y = \frac{3}{x}$ ($x > 0$) 的图象上，点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上，若平行四边形 $OABC$ 的面积是 7，则 $k =$ _____。

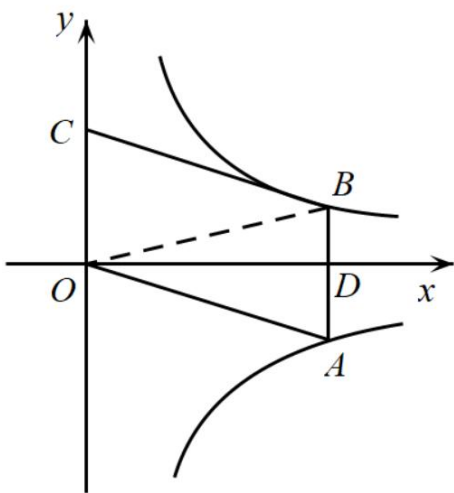


【答案】 -4

【解析】

【分析】 连接 OB ，根据反比例函数系数 k 的几何意义得到 $|k|+3=7$ ，进而即可求得 k 的值.

【详解】 解： 连接 OB ，



$\because$ 四边形 $OABC$ 是平行四边形,

$\therefore AB \parallel OC$,

$\therefore AB \perp x$ 轴,

$$\therefore S_{\triangle AOD} = \frac{1}{2} |k|, \quad S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{2},$$

$$\therefore S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOD} + S_{\triangle BOD} = \frac{1}{2} |k| + \frac{3}{2},$$

$$\therefore S_{\text{平行四边形 } OABC} = 2S_{\triangle AOB} = |k| + 3,$$

$\because$ 平行四边形 $OABC$ 的面积是 7,

$$\therefore |k| = 4,$$

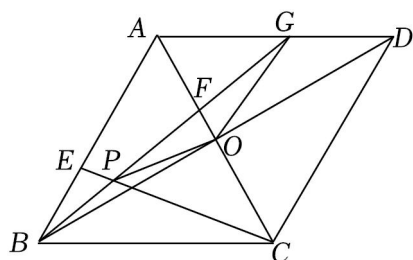
$\because$ 在第四象限,

$\therefore k = -4$,

故答案为: -4.

【点评】 本题考查了反比例系数 k 的几何意义、平行四边形的面积, 熟知在反比例函数的图象上任意一点向坐标轴作垂线, 这一点和垂足以及坐标原点所构成的三角形的面积是 $\frac{1}{2}|k|$ 是解答此题的关键.

17. 如图, 四边形 $ABCD$ 是边长为 6 的菱形, $\angle ABC = 60^\circ$, 对角线 AC 与 BD 交于点 O , 点 E, F 分别是线段 AB, AC 上的动点 (不与端点重合), 且 $BE = AF$, BF 与 CE 交于点 P , 延长 BF 交边 AD (或边 CD) 于点 G , 连接 OP, OG , 则下列结论: ① $\triangle ABF \cong \triangle BCE$; ② 当 $BE = 2$ 时, $\triangle BOG$ 的面积与四边形 $OCDG$ 面积之比为 1:3; ③ 当 $BE = 4$ 时, $BE:CG = 2:1$; ④ 线段 OP 的最小值为 $2\sqrt{5} - 2\sqrt{3}$. 其中正确的是_____. (请填写序号)



【答案】 ①②

【解析】

【分析】 ①证明 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 进而得出三角形全等的三个条件;

②可推出点 G 是 AD 的中点, 可以得出 $S_{\triangle COD} = S_{\triangle AOD} = 2S_{\triangle DOG}$, 根据点 O 是 BD 的中点, 可以得到 $S_{\triangle BOG} = S_{\triangle DOG}$, 进一步得出结果;

③根据 $AB \parallel CD$ 得出 $\frac{CG}{AB} = \frac{CF}{AF}$, 从而得出 $CG = 3$, 于是 $BE:CG = 4:3$;

④可推出 $\angle BPC = 120^\circ$, 从而得出点 P 在以等边三角形 BCH 的外接圆的 $\widehat{BC}$ 上运动, 当点 O, P, I 共线时, OP 最小.

【详解】 解: ① $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AB = BC = AD = CD$,

$\therefore \angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore \angle BAC = \angle ABC = 60^\circ$,

在 $\triangle ABF$ 和 $\triangle BCE$ 中,
$$\begin{cases} AB = BC \\ \angle BAC = \angle ABC, \\ AF = BE \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABF \cong \triangle BCE \text{ (SAS)},$$

故①正确;

②由①知: $\triangle ABC$ 是等边三角形,

$$\therefore AC = AB = 6,$$

$$\therefore AF = BE = 2,$$

$$\therefore CF = AC - AF = 4,$$

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore AD \parallel BC, OB = OD, OA = OC,$$

$$\therefore \triangle AGF \sim \triangle CBF, S_{\triangle BOG} = S_{\triangle DOG}, S_{\triangle AOD} = S_{\triangle COD},$$

$$\therefore \frac{AG}{BC} = \frac{AF}{CF},$$

$$\therefore \frac{AG}{6} = \frac{2}{4},$$

$$\therefore AG = 3,$$

$$\therefore AG = \frac{1}{2} AD,$$

$$\therefore S_{\triangle AOD} = 2S_{\triangle DOG},$$

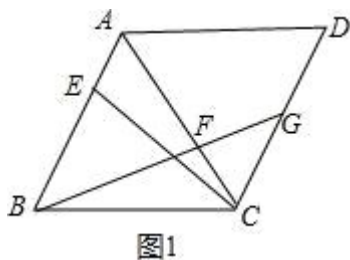
$$\therefore S_{\triangle COD} = 2S_{\triangle COG} = 2S_{\triangle BOG},$$

$$\therefore \therefore S_{\text{四边形 } OCDG} = S_{\triangle DOG} + S_{\triangle COD} = 3S_{\triangle DOG} = 3S_{\triangle BOG},$$

$\triangle BOG$ 的面积与四边形 $OCDG$ 面积之比为 1: 3;

故②正确;

③如图 1,



$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore AB \parallel CD,$$

$$\therefore \frac{CG}{AB} = \frac{CF}{AF},$$

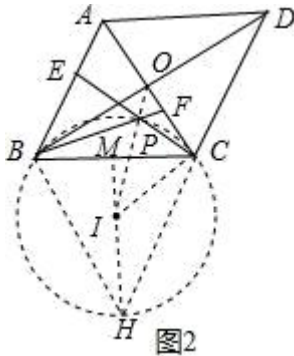
$$\therefore \frac{CG}{6} = \frac{2}{4},$$

$$\therefore CG = 3,$$

$$\therefore BE: CG = 4: 3,$$

故③不正确;

④如图 2,



由①得: $\triangle ABF \cong \triangle BCE$,

$$\therefore \angle BCE = \angle ABF,$$

$$\therefore \angle BCE + \angle CBF = \angle ABF + \angle CBF = \angle ABC = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BPC = 120^\circ,$$

作等边三角形 $\triangle BCH$, 作 $\triangle BCH$ 的外接圆 I ,

则点 P 在 $\odot I$ 上运动,

点 O 、 P 、 I 共线时, OP 最小,

作 $HM \perp BC$ 于 M ,

$$\therefore HM = \frac{\sqrt{3}}{2} BC = 3\sqrt{3},$$

$$\therefore PI = IH = \frac{2}{3} HM = 2\sqrt{3},$$

$$\because \angle ACB + \angle ICB = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore OI = \sqrt{OC^2 + CI^2} = \sqrt{3^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{21},$$

$$\therefore OP_{\text{最小}} = OI - PI = \sqrt{21} - 2\sqrt{3},$$

故④不正确,

故答案为: ①②.

【点睛】 本题考查了菱形的性质, 等边三角形的判定和性质, 全等三角形的判定和性质, 相似三角形的判定和性质, 解直角三角形, 确定圆的条件等知识, 解决问题的关键熟练掌握“定弦对定角”等模型.

三、解答题

18. 先化简, 再求值: $\frac{x+2}{x^2-4} \div \frac{x}{2x-4} - \frac{1}{x}$, 其中 $x = \sin 45^\circ$.

【答案】 $\frac{1}{x}, \sqrt{2}$.

【解析】

【分析】 根据分式的运算法则进行化简，化简后代入即可得出答案.

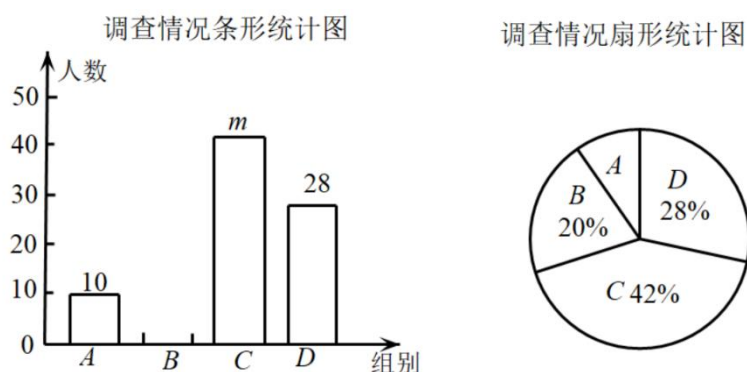
$$\begin{aligned} \text{【详解】 解: 原式} &= \frac{x+2}{(x+2)(x-2)} \cdot \frac{2(x-2)}{x} - \frac{1}{x} \\ &= \frac{2}{x} - \frac{1}{x} \\ &= \frac{1}{x}, \end{aligned}$$

$$\text{当 } x = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 时, 则 } \frac{1}{x} = \sqrt{2},$$

$$\text{所以原式} = \sqrt{2}.$$

【点睛】 本题考查了分式的化简求值，熟记特殊角的三角函数值也是解题的关键.

19. 为了解学生一周劳动情况，我市某校随机调查了部分学生的一周累计劳动时间，将他们一周累计劳动时间 t (单位: 小时) 划分为 $A: t < 2$, $B: 2 \leq t < 3$, $C: 3 \leq t < 4$, $D: t \geq 4$ 四个组，并将调查结果绘制成如图所示的两幅不完整的统计图，根据图中所给信息解答下列问题:



- (1) 这次抽样调查共抽取_____人，条形统计图中的 $m =$ _____;
- (2) 在扇形统计图中，求 B 组所在扇形圆心角的度数，并将条形统计图补充完整;
- (3) 已知该校有 960 名学生，根据调查结果，请你估计该校一周累计劳动时间达到 3 小时及 3 小时以上的学生共有多少人?
- (4) 学校准备从一周累计劳动时间较长的两男两女四名中，随机抽取两名学生为全校学生介绍劳动体会，请用列表法或画树状图法求恰好抽取到一名男生和一名女生的概率.

【答案】 (1) 100, 42

(2) 72° ; 补图见解析

(3) 估计该校一周累计劳动时间达到 3 小时及 3 小时以上的学生共有 672 人;

(4) $\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】(1) 根据 D 组的人数和所占的百分比，求出调查的总人数，再用总人数乘以 C 所占的百分比，即可得出 m 的值；

(2) 用 360° 乘以 B 组所占的百分比，求出 B 组的圆心角度数，再用总人数乘以 B 所占的百分比，即可得出 B 组的人数；

(3) 用该校的总人数乘以达到 3 小时及 3 小时以上的学生所占的百分比即可；

(4) 画树状图展示所有 12 种等可能的结果，再找出一名男生和一名女生的结果数，然后根据概率公式求解。

【小问 1 详解】

解：这次抽样调查共抽取的人数有： $28 \div 28\% = 100$ （人），

$$m = 100 \times 42\% = 42,$$

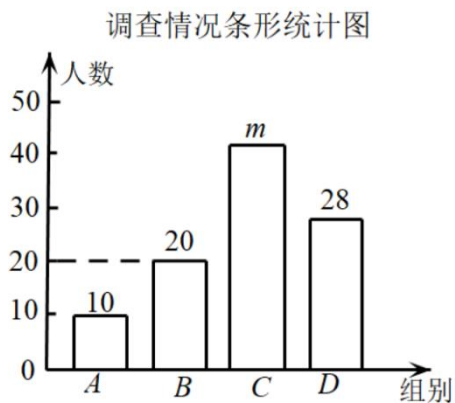
故答案为：100，42；

【小问 2 详解】

解： B 组所在扇形圆心角的度数是： $360^\circ \times 20\% = 72^\circ$ ；

B 组的人数有： $100 \times 20\% = 20$ （人），

补全统计图如下：



【小问 3 详解】

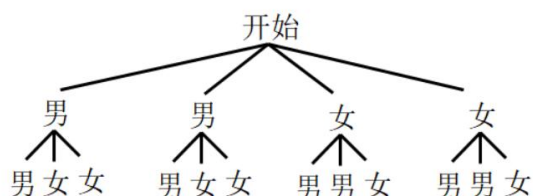
解：根据题意得：

$$960 \times (42\% + 28\%) = 672 \text{（人）},$$

答：估计该校一周累计劳动时间达到 3 小时及 3 小时以上的学生共有 672 人；

【小问 4 详解】

解：画树状图为：



共有 12 种等可能的结果，其中抽取的两人恰好是一名男生和一名女生结果数为 8，

所以抽取的两人恰好是一名男生和一名女生概率为 $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ 。

【点睛】此题考查了列表法或树状图法求概率以及条形统计图与扇形统计图。用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比。

四、解答题

20. 为推动家乡学校篮球运动的发展，某公司计划出资 12000 元购买一批篮球赠送给家乡的学校。实际购买时，每个篮球的价格比原价降低了 20 元，结果该公司出资 10000 元就购买了和原计划一样多的篮球，每个篮球的原价是多少元？

【答案】每个篮球的原价是 120 元。

【解析】

【分析】设每个篮球的原价是 x 元，则每个篮球的实际价格是 $(x - 20)$ 元，根据“该公司出资 10000 元就购买了和原计划一样多的篮球”列出方程并解答。

【详解】解：设每个篮球的原价是 x 元，则每个篮球的实际价格是 $(x - 20)$ 元，

根据题意，得 $\frac{12000}{x} = \frac{10000}{x - 20}$ 。

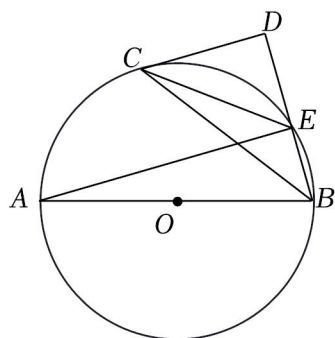
解得 $x = 120$ 。

经检验 $x = 120$ 是原方程的解。

答：每个篮球的原价是 120 元。

【点睛】本题考查了分式方程的应用，根据题意列出方程是解题的关键。

21. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 E 在 $\odot O$ 上，连接 AE 和 BE ， BC 平分 $\angle ABE$ 交 $\odot O$ 于点 C ，过点 C 作 $CD \perp BE$ ，交 BE 的延长线于点 D ，连接 CE 。



(1) 请判断直线 CD 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由；

(2) 若 $\sin \angle ECD = \frac{3}{5}$, $CE = 5$, 求 $\odot O$ 的半径.

【答案】(1) CD 是 $\odot O$ 的切线, 理由见解析

(2) $\odot O$ 的半径为 $\frac{25}{6}$

【解析】

【分析】(1) 结论: CD 是 $\odot O$ 的切线, 证明 $OC \perp CD$ 即可;

(2) 设 $OA = OC = r$, 设 AE 交 OC 于点 J . 证明四边形 $CDEJ$ 是矩形, 推出 $CD = EJ = 4$, $CJ = DE = 3$, 再利用勾股定理构建方程求解.

【小问 1 详解】

解: 结论: CD 是 $\odot O$ 的切线.

理由: 连接 OC .

$$\because OC = OB,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle OBC,$$

$$\because BC \text{ 平分 } \angle ABD,$$

$$\therefore \angle OBC = \angle CBE,$$

$$\therefore \angle OCB = \angle CBE,$$

$$\therefore OC \parallel BD,$$

$$\because CD \perp BD,$$

$$\therefore CD \perp OC,$$

$$\because OC \text{ 是半径},$$

$$\therefore CD \text{ 是 } \odot O \text{ 的切线};$$

【小问 2 详解】

设 $OA = OC = r$, 设 AE 交 OC 于点 J .

$$\because AB \text{ 是直径},$$

$$\therefore \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\because OC \perp DC, \quad CD \perp DB,$$

$$\therefore \angle D = \angle DCJ = \angle DEJ = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{四边形 } CDEJ \text{ 是矩形},$$

$$\therefore \angle CJE = 90^\circ, \quad CD = EJ, \quad CJ = DE,$$

$$\therefore OC \perp AE,$$

$$\therefore AJ = EJ,$$

$$\therefore \sin \angle ECD = \frac{DE}{CE} = \frac{3}{5}, \quad CE = 5,$$

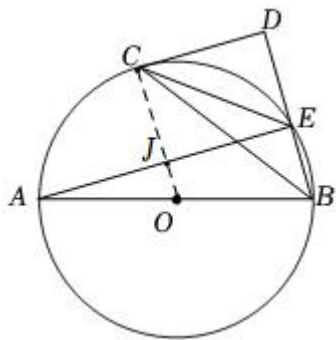
$$\therefore DE = 3, \quad CD = 4,$$

$$\therefore AJ = EJ = CD = 4, \quad CJ = DE = 3,$$

在 $Rt\triangle AJO$ 中, $r^2 = (r-3)^2 + 4^2$,

$$\therefore r = \frac{25}{6},$$

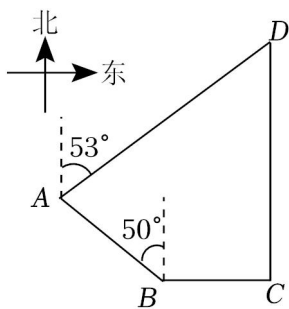
$$\therefore \odot O \text{ 的半径为 } \frac{25}{6}.$$



【点睛】本题考查解直角三角形，切线的判定，垂径定理，矩形的判定和性质，勾股定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

五、解答题

22. 如图, 我国某海域有 A, B, C 三个港口, B 港口在 C 港口正西方向 33.2nmile (nmile 是单位“海里”的符号) 处, A 港口在 B 港口北偏西 50° 方向且距离 B 港口 40nmile 处, 在 A 港口北偏东 53° 方向且位于 C 港口正北方向的点 D 处有一艘货船, 求货船与 A 港口之间的距离. (参考数据: $\sin 50^\circ \approx 0.77$, $\cos 50^\circ \approx 0.64$, $\tan 50^\circ \approx 1.19$, $\sin 53^\circ \approx 0.80$, $\cos 53^\circ \approx 0.60$, $\tan 53^\circ \approx 1.33$.)

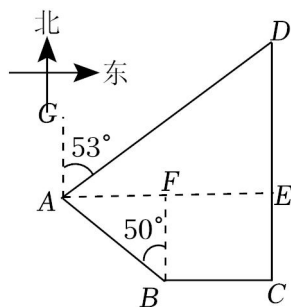


【答案】 货船与 A 港口之间的距离约为 80 海里

【解析】

【分析】过点 A 作 $AE \perp CD$ ，垂足为 E ，过点 B 作 $BF \perp AE$ ，垂足为 F ，根据题意得： $EF=BC=33.2$ 海里，
 $AG \parallel DC$ ，从而可得 $\angle ADC=53^\circ$ ，然后在 $Rt\triangle AEF$ 中，利用锐角三角函数的定义求出 AF 的长，从而求出 AE
 的长，最后在 $Rt\triangle ADE$ 中，利用锐角三角函数的定义求出 AD 的长，进行计算即可解答.

【详解】解：过点 A 作 $AE \perp CD$ ，垂足为 E ，过点 B 作 $BF \perp AE$ ，垂足为 F ，



由题意得：

$$EF=BC=33.2 \text{ 海里}, AG \parallel DC,$$

$$\therefore \angle GAD = \angle ADC = 53^\circ,$$

在 $Rt\triangle ABF$ 中， $\angle ABF = 50^\circ$ ， $AB = 40$ 海里，

$$\therefore AF = AB \cdot \sin 50^\circ \approx 40 \times 0.77 = 30.8 \text{ (海里)},$$

$$\therefore AE = AF + EF = 64 \text{ (海里)},$$

$$\text{在 } Rt\triangle ADE \text{ 中, } AD = \frac{AE}{\sin 53^\circ} \approx \frac{64}{0.8} = 80 \text{ (海里)},$$

$\therefore$ 货船与 A 港口之间的距离约为 80 海里.

【点睛】本题考查了解直角三角形的应用-方向角问题，根据题目的已知条件并结合图形添加适当的辅助线是解题的关键.

六、解答题

23. 丹东是我国的边境城市，拥有丰富的旅游资源. 某景区研发一款纪念品，每件成本为 30 元，投放景区内销售，规定销售单价不低于成本且不低于 54 元，销售一段时间调研发现，每天的销售数量 y (件) 与销售单价 x (元/件) 满足一次函数关系，部分数据如下表所示：

销售单价 x (元/件)	...	35	40	45	...
每天销售数量 y (件)	...	90	80	70	...

(1) 直接写出 y 与 x 的函数关系式；

(2) 若每天销售所得利润为 1200 元，那么销售单价应定为多少元？

(3) 当销售单价为多少元时，每天获利最大？最大利润是多少元？

【答案】(1) $y = -2x + 160$

(2) 销售单价应定为 50 元

(3) 当销售单价为 54 元时，每天获利最大，最大利润 1248 元

【解析】

【分析】(1) 设每天的销售数量 y (件) 与销售单价 x (元/件) 之间的关系式为 $y = kx + b$, 用待定系数法可得 $y = -2x + 160$;

(2) 根据题意得 $(x - 30) \cdot (-2x + 160) = 1200$, 解方程并由销售单价不低于成本且不低于 54 元, 可得销售单价应定为 50 元;

(3) 设每天获利 w 元, $w = (x - 30) \cdot (-2x + 160) = -2x^2 + 220x - 4800 = -2(x - 55)^2 + 1250$, 由二次函数性质可得当销售单价为 54 元时, 每天获利最大, 最大利润, 1248 元.

【小问 1 详解】

解: 设每天的销售数量 y (件) 与销售单价 x (元/件) 之间的关系式为 $y = kx + b$,

把 $(35, 90)$, $(40, 80)$ 代入得:
$$\begin{cases} 35k + b = 90 \\ 40k + b = 80 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} k = -2 \\ b = 160 \end{cases}$$

$\therefore y = -2x + 160$;

【小问 2 详解】

根据题意得: $(x - 30) \cdot (-2x + 160) = 1200$,

解得 $x_1 = 50$, $x_2 = 60$,

$\therefore$ 规定销售单价不低于成本且不低于 54 元,

$\therefore x = 50$,

答: 销售单价应定为 50 元;

【小问 3 详解】

设每天获利 w 元,

$w = (x - 30) \cdot (-2x + 160) = -2x^2 + 220x - 4800 = -2(x - 55)^2 + 1250$,

$\therefore -2 < 0$, 对称轴是直线 $x = 55$,

而 $x \leq 54$,

$\therefore x = 54$ 时, w 取最大值, 最大值是 $-2 \times (54 - 55)^2 + 1250 = 1248$ (元),

答: 当销售单价为 54 元时, 每天获利最大, 最大利润, 1248 元.

【点睛】本题考查一次函数, 一元二次方程和二次函数的应用, 解题的关键是读懂题意, 列出函数关系式和一元二次方程.

七、解答题

24. 已知矩形 $ABCD$, 点 E 为直线 BD 上的一个动点 (点 E 不与点 B 重合), 连接 AE , 以 AE 为一边构造矩

形 $AEFG$ (A, E, F, G 按逆时针方向排列), 连接 DG .

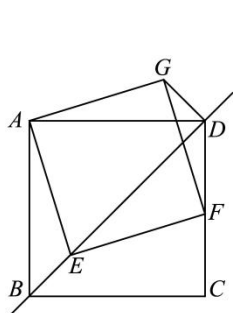


图1

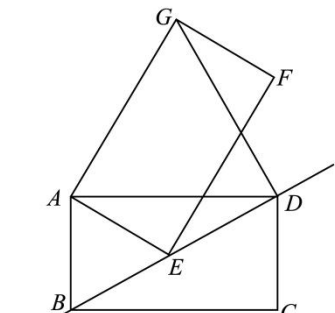


图2

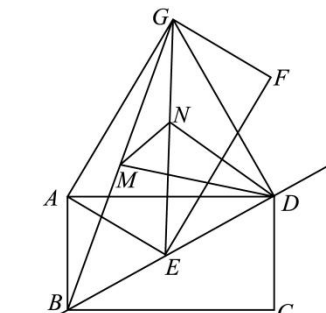


图3

- (1) 如图 1, 当 $\frac{AD}{AB} = \frac{AG}{AE} = 1$ 时, 请直接写出线段 BE 与线段 DG 的数量关系与位置关系;
- (2) 如图 2, 当 $\frac{AD}{AB} = \frac{AG}{AE} = 2$ 时, 请猜想线段 BE 与线段 DG 的数量关系与位置关系, 并说明理由;
- (3) 如图 3, 在 (2) 的条件下, 连接 BG, EG , 分别取线段 BG, EG 的中点 M, N , 连接 MN, MD, ND , 若 $AB = \sqrt{5}$, $\angle AEB = 45^\circ$, 请直接写出 $\triangle MND$ 的面积.

【答案】(1) $BE = DG, BE \perp DG$

(2) $BE = \frac{1}{2}DG, BE \perp DG$, 理由见解析

(3) $S_{\triangle MNG} = \frac{9}{4}$

【解析】

【分析】(1) 证明 $\triangle BAE \cong \triangle DAG$, 进一步得出结论;

(2) 证明 $\triangle BAE \sim \triangle DAG$, 进一步得出结论;

(3) 解斜三角形 ABE , 求得 $BE = 3$, 根据 (2) $\frac{DG}{BE} = 2$ 可得 $DG = 6$, 从而得出三角形 BEG 的面积, 可证得 $\triangle MND \cong \triangle MNG$, $\triangle MNG$ 与 $\triangle BEG$ 的面积比等于 1: 4, 进而求得结果.

【小问 1 详解】

解: 由题意得: 四边形 $ABCD$ 和四边形 $AEFG$ 是正方形,

$$\therefore AB = AD, AE = AG, \angle BAD = \angle EAG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD - \angle DAE = \angle EAG - \angle DAE,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle DAG,$$

$$\therefore \triangle BAE \cong \triangle DAG \text{ (SAS)},$$

$$\therefore BE = DG, \angle ABE = \angle ADG,$$

$$\therefore \angle ADG + \angle ADB = \angle ABE + \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDG = 90^\circ,$$

$$\therefore BE \perp DG;$$

【小问 2 详解】

$$BE = \frac{1}{2}DG, \quad BE \perp DG, \text{ 理由如下:}$$

由 (1) 得: $\angle BAE = \angle DAG$,

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AG}{AE} = 2,$$

$$\therefore \triangle BAE \sim \triangle DAG,$$

$$\therefore \frac{DG}{BE} = \frac{AD}{AB} = 2, \quad \angle ABE = \angle ADG,$$

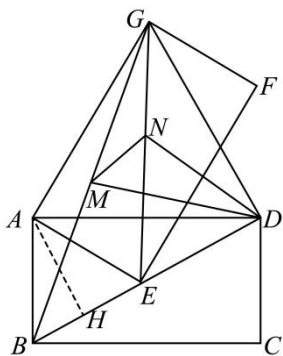
$$\therefore \angle ADG + \angle ADB = \angle ABE + \angle ADB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BDG = 90^\circ,$$

$$\therefore BE \perp DG;$$

【小问 3 详解】

如图,



作 $AH \perp BD$ 于 H ,

$$\therefore \tan \angle ABD = \frac{AH}{BH} = \frac{AD}{AB} = 2,$$

$\therefore$ 设 $AH = 2x$, $BH = x$,

在 $Rt\triangle ABH$ 中,

$$x^2 + (2x)^2 = (\sqrt{5})^2,$$

$$\therefore BH = 1, \quad AH = 2,$$

在 $Rt\triangle AEH$ 中,

$$\therefore \tan \angle ABE = \frac{AH}{EH},$$

$$\therefore \frac{AH}{EH} = \tan 45^\circ = 1,$$

$$\therefore EH = AH = 2,$$

$$\therefore BE = BH + EH = 3,$$

$$\therefore BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2} = 5,$$

$$\therefore DE = BD - BE = 5 - 3 = 2,$$

$$\text{由 (2) 得: } \frac{DG}{BE} = 2, \quad DG \perp BE,$$

$$\therefore DG = 2BE = 6,$$

$$\therefore S_{\triangle BEG} = \frac{1}{2} BE \cdot DG = \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 9,$$

在 $Rt\triangle BDG$ 和 $Rt\triangle DEG$ 中, 点 M 是 BG 的中点, 点 N 是 CE 的中点,

$$\therefore DM = GM = \frac{1}{2} BG, \quad DN = GN = \frac{1}{2} EG,$$

$$\therefore NM = NM,$$

$$\therefore \triangle DMN \cong \triangle GMN \quad (SSS),$$

$\therefore MN$ 是 $\triangle BEG$ 的中位线,

$$\therefore MN \parallel BE,$$

$$\therefore \triangle BEG \sim \triangle MNG,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle MNG}}{S_{\triangle BEG}} = \left(\frac{GM}{GB}\right)^2 = \frac{1}{4},$$

$$\therefore S_{\triangle MNG} = S_{\triangle BEG} = \frac{1}{4} S_{\triangle BEG} = \frac{9}{4}.$$

【点睛】本题主要考查了正方形, 矩形的性质, 全等三角形的判定和性质, 相似三角形的判定和性质等知识, 解决问题的关键是类比的方法.

八、解答题

25. 如图 1, 抛物线 $y = ax^2 + x + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 $A(-2, 0)$, $B(6, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 点 P 是第一象限内抛物线上的一个动点, 过点 P 作 $PD \perp x$ 轴, 垂足为 D , PD 交直线 BC 于点 E , 设点 P 的横坐标为 m .

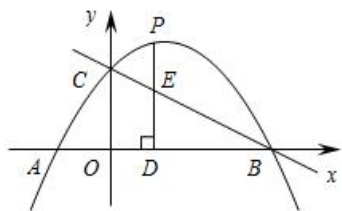


图 1

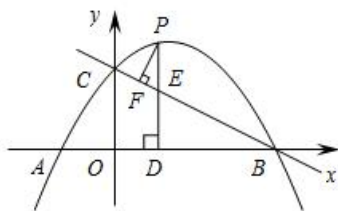


图 2

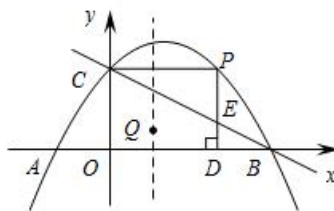


图 3

(1) 求抛物线的表达式;

(2) 设线段 PE 的长度为 h , 请用含有 m 的代数式表示 h ;

(3) 如图 2, 过点 P 作 $PF \perp CE$, 垂足为 F , 当 $CF = EF$ 时, 请求出 m 的值;

(4) 如图 3, 连接 CP , 当四边形 $OCPD$ 是矩形时, 在抛物线的对称轴上存在点 Q , 使原点 O 关于直线 CQ 的对称点 O' 恰好落在该矩形对角线所在的直线上, 请直接写出满足条件的点 Q 的坐标.

【答案】(1) $y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$

(2) $h = -\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m$ ($0 < m < 6$)

(3) $m = 1$ (4) 点 Q 的坐标为 $(2, \frac{1}{3})$ 或 $(2, -1)$ 或 $(2, 4)$

【解析】

【分析】(1) 运用待定系数法即可求得答案;

(2) 利用待定系数法可得直线 BC 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 3$, 设点 P 的横坐标为 m , 则 $P(m, -\frac{1}{4}m^2 + m + 3)$, $E(m, -\frac{1}{2}m + 3)$, 即可得出 $h = -\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m$;

(3) 如图, 过点 E, F 分别作 $EH \perp y$ 轴于点 H , $FG \perp y$ 轴于点 G , 可证得 $\triangle BOC \sim \triangle PFE$, 得出 $\frac{EF}{PE} = \frac{OC}{BC}$, 可求得 $EF = \frac{\sqrt{5}}{5}(-\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m)$, 再由 $\triangle CEH \sim \triangle CBO$, 可得 $\frac{CE}{EH} = \frac{BC}{OB}$, 求得 $CE = \frac{\sqrt{5}}{2}m$, 结合 $CF = EF$, 可得 $EF = \frac{1}{2}CE = \frac{\sqrt{5}}{4}m$, 建立方程求解即可得出答案;

(4) 设 $Q(2, t)$, 分两种情况: ①当点 O' 恰好落在该矩形对角线 OD 所在的直线上时, ②当点 O' 恰好落在该矩形对角线 CD 上时, ③当点 O' 恰好落在该矩形对角线 DC 延长线上时, 分别求出点 Q 的坐标即可.

【小问 1 详解】

解: $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + x + c$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 $A(-2, 0)$, $B(6, 0)$ 两点,

$$\therefore \begin{cases} 4a - 2 + c = 0 \\ 36a + 6 + c = 0 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ c = 3 \end{cases},$$

$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$;

【小问 2 详解】

解: $\because$ 抛物线 $y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$ 与 y 轴交于点 C ,

$\therefore C(0, 3)$,

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$, 把 $B(6, 0)$ 、 $C(0, 3)$ 代入,

$$\text{得: } \begin{cases} 6k + b = 0 \\ b = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 3 \end{cases}$$

$\therefore$ 直线 BC 的解析式为 $y = -\frac{1}{2}x + 3$,

设点 P 的横坐标为 m , 则 $P(m, -\frac{1}{4}m^2 + m + 3)$, $E(m, -\frac{1}{2}m + 3)$,

$$\therefore h = -\frac{1}{4}m^2 + m + 3 - (-\frac{1}{2}m + 3) = -\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m,$$

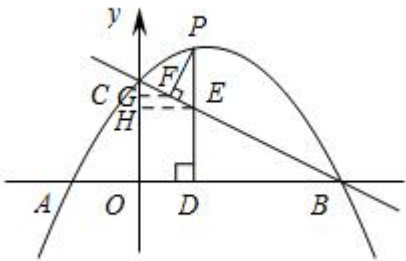
$\therefore$ 点 P 是第一象限内抛物线上的一个动点,

$\therefore 0 < m < 6$,

$$\therefore h = -\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m \quad (0 < m < 6);$$

【小问3 详解】

解: 如图, 过点 E 、 F 分别作 $EH \perp y$ 轴于点 H , $FG \perp y$ 轴于点 G ,



$$\therefore P(m, -\frac{1}{4}m^2 + m + 3), E(m, -\frac{1}{2}m + 3),$$

$$\therefore PE = -\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m,$$

$$\therefore PF \perp CE,$$

$$\therefore \angle EPF + \angle PEF = 90^\circ,$$

$$\therefore PD \perp x \text{ 轴},$$

$$\therefore \angle EBD + \angle BED = 90^\circ,$$

$$\text{又} \therefore \angle PEF = \angle BED,$$

$$\therefore \angle EPF = \angle EBD,$$

$$\because \angle BOC = \angle PFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle BOC \sim \triangle PFE,$$

$$\therefore \frac{EF}{PE} = \frac{OC}{BC},$$

$$\text{在 } Rt\triangle BOC \text{ 中, } BC = \sqrt{OB^2 + OC^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = 3\sqrt{5},$$

$$\therefore EF = \frac{OC}{BC} \times PE = \frac{3}{3\sqrt{5}} \left(-\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m\right) = \frac{\sqrt{5}}{5} \left(-\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m\right),$$

$$\because EH \perp y \text{ 轴, } PD \perp x \text{ 轴,}$$

$$\therefore \angle EHO = \angle EDO = \angle DOH = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{四边形 } ODEH \text{ 是矩形,}$$

$$\therefore EH = OD = m,$$

$$\because EH \parallel x \text{ 轴,}$$

$$\therefore \triangle CEH \sim \triangle CBO,$$

$$\therefore \frac{CE}{EH} = \frac{BC}{OB}, \text{ 即 } \frac{CE}{m} = \frac{3\sqrt{5}}{6},$$

$$\therefore CE = \frac{\sqrt{5}}{2}m,$$

$$\because CF = EF,$$

$$\therefore EF = \frac{1}{2}CE = \frac{\sqrt{5}}{4}m,$$

$$\therefore \frac{\sqrt{5}}{4}m = \frac{\sqrt{5}}{5} \left(-\frac{1}{4}m^2 + \frac{3}{2}m\right),$$

$$\text{解得: } m = 0 \text{ 或 } m = 1,$$

$$\because 0 < m < 6,$$

$$\therefore m = 1;$$

【小问 4 详解】

$$\text{解: } \because \text{抛物线 } y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3,$$

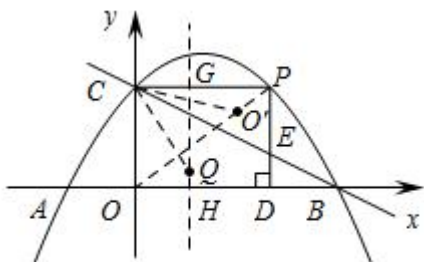
$$\therefore \text{抛物线对称轴为直线 } x = -\frac{1}{2 \times (-\frac{1}{4})} = 2,$$

$$\because \text{点 } Q \text{ 在抛物线的对称轴上,}$$

$$\therefore \text{设 } Q(2, t), \text{ 设抛物线对称轴交 } x \text{ 轴于点 } H, \text{ 交 } CP \text{ 边于点 } G,$$

则 $GQ = 3 - t$, $CG = 2$, $\angle CGQ = 90^\circ$,

①当点 O' 恰好落在该矩形对角线 OD 所在的直线上时, 如图,



则 CQ 垂直平分 OO' , 即 $CQ \perp OD$,

$$\therefore \angle COP + \angle OCQ = 90^\circ,$$

又 $\because$ 四边形 $OCPD$ 是矩形,

$$\therefore CP = OD = 4, \quad OC = 3, \quad \angle OCP = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PCQ + \angle OCQ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PCQ = \angle COP,$$

$$\therefore \tan \angle PCQ = \tan \angle COP = \frac{CP}{OC} = \frac{4}{3},$$

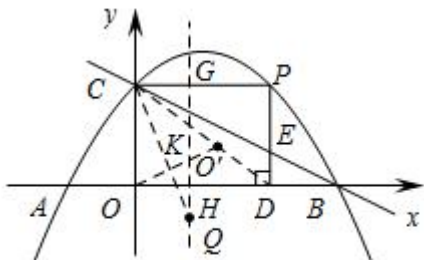
$$\therefore \frac{GQ}{CG} = \tan \angle PCQ = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \frac{3-t}{2} = \frac{4}{3},$$

$$\text{解得: } t = \frac{1}{3},$$

$$\therefore Q \left(2, \frac{1}{3} \right);$$

②当点 O' 恰好落在该矩形对角线 CD 上时, 如图, 连接 CD 交 GH 于点 K ,



$\because$ 点 O 与点 O' 关于直线 CQ 对称,

$\therefore CQ$ 垂直平分 OO' ,

$$\therefore \angle OCQ = \angle DCQ,$$

$$\because GH \parallel OC,$$

$$\therefore \angle CQG = \angle OCQ,$$

$$\therefore \angle DCQ = \angle CQG,$$

$$\therefore CK = KQ,$$

$$\because C、P \text{ 关于对称轴对称, 即点 } G \text{ 是 } CP \text{ 的中点, } GH \parallel OC \parallel PD,$$

$$\therefore \text{点 } K \text{ 是 } CD \text{ 的中点,}$$

$$\therefore K \left(2, \frac{3}{2} \right),$$

$$\therefore GK = \frac{3}{2},$$

$$\therefore CK = KQ = \frac{3}{2} - t,$$

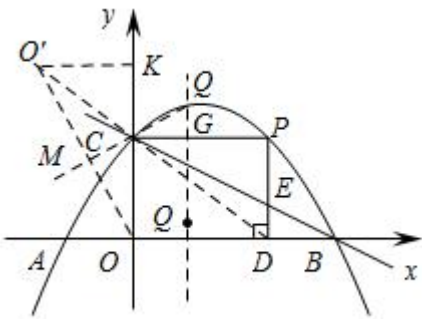
$$\text{在 } Rt\triangle CKG \text{ 中, } CG^2 + GK^2 = CK^2,$$

$$\therefore 2^2 + \left(\frac{3}{2} \right)^2 = \left(\frac{3}{2} - t \right)^2,$$

$$\text{解得: } t_1 = 1 \text{ (舍去), } t_2 = -1,$$

$$\therefore Q(2, -1);$$

③当点 O' 恰好落在该矩形对角线 DC 延长线上时, 如图, 过点 O' 作 $O'K \perp y$ 轴于点 K , 连接 OO' 交 CQ 于点 M ,



$$\because \text{点 } O \text{ 与点 } O' \text{ 关于直线 } CQ \text{ 对称,}$$

$$\therefore CQ \text{ 垂直平分 } OO',$$

$$\therefore \angle OCM = \angle O'CM, \angle OMC = \angle O'MC = 90^\circ, O'C = OC = 3,$$

$$\because \angle O'KC = \angle DOC = 90^\circ, \angle O'CK = \angle DCO,$$

$$\therefore \triangle O'CK \sim \triangle DCO,$$

$$\therefore \frac{O'K}{OD} = \frac{CK}{CO} = \frac{CO'}{CD}, \text{ 即 } \frac{O'K}{4} = \frac{CK}{3} = \frac{3}{5},$$

$$\therefore O'K = \frac{12}{5}, \quad CK = \frac{9}{5},$$

$$\therefore OK = OC + CK = 3 + \frac{9}{5} = \frac{24}{5},$$

$$\therefore O' \left(-\frac{12}{5}, \frac{24}{5} \right),$$

$\therefore$ 点 M 是 OO' 的中点,

$$\therefore M \left(-\frac{6}{5}, \frac{12}{5} \right),$$

设直线 CQ 的解析式为 $y = k'x + b'$,

$$\text{则} \begin{cases} -\frac{6}{5}k' + b' = \frac{12}{5}, \\ b' = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k' = \frac{1}{2}, \\ b' = 3 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 CQ 的解析式为 $y = \frac{1}{2}x + 3$,

当 $x = 2$ 时, $y = \frac{1}{2} \times 2 + 3 = 4$,

$\therefore Q(2, 4)$;

综上所述, 点 Q 的坐标为 $(2, \frac{1}{3})$ 或 $(2, -1)$ 或 $(2, 4)$.

【点睛】 本题是二次函数综合题, 考查了待定系数法求一次函数和二次函数解析式, 矩形的性质, 相似三角形的判定和性质, 解直角三角形, 勾股定理, 轴对称性质等知识, 解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题, 学会用分类讨论的思想思考问题.

