

黔东南州 2022 年初中毕业升学统一考试试卷数学

一、选择题：（每个小题 4 分，10 个小题共 40 分）

1. 下列说法中，正确的是（ ）

- A. 2 与 -2 互为倒数 B. 2 与 $\frac{1}{2}$ 互为相反数 C. 0 的相反数是 0 D. 2 的绝对值是 -2

【答案】C

【解析】

【分析】根据相反数定义，倒数定义，绝对值定义对各选项进行一一判断即可.

【详解】解：A. 2 与 -2 互为相反数，故选项 A 不正确

B. 2 与 $\frac{1}{2}$ 互为倒数，故选项 B 不正确；

C. 0 的相反数是 0，故选项 C 正确；

D. 2 的绝对值是 2，故选项 D 不正确.

故选 C.

【点睛】本题考查相反数定义，倒数定义，绝对值定义，掌握相关定义是解题关键.

2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $a^6 \div a^2 = a^3$ B. $a^2 + a^3 = a^5$
C. $-2(a+b) = -2a+b$ D. $(-2a^2)^2 = 4a^4$

【答案】D

【解析】

【分析】运用同底数幂的除法，合并同类项，去括号法则，积的乘方等知识逐一分析即可

【详解】解：A. $a^6 \div a^2 = a^{6-2} = a^4$ ，不符合题意；

B. $a^2 + a^3$ ，不能进行合并同类项，不符合题意；

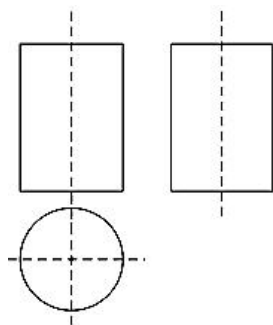
C. $-2(a+b) = -2a-2b$ ，不符合题意；

D. $(-2a^2)^2 = 4a^4$ ，符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了同底数幂的除法，合并同类项，去括号法则，积的乘方，熟练以上知识是解题的关键.

3. 一个几何体的三视图如图所示，则该几何体为（ ）



- A. 圆柱 B. 圆锥 C. 四棱柱 D. 四棱锥

【答案】 A

【解析】

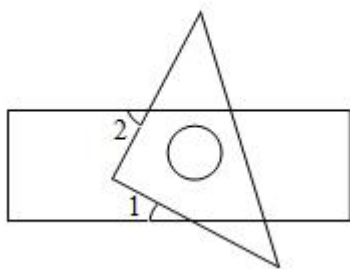
【分析】 主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、左面和上面看所得到的图形，从而得出答案.

【详解】 俯视图为圆的几何体为球，圆柱，再根据其他视图，可知此几何体为圆柱.

故选： A.

【点睛】 本题考查由三视图确定几何体的形状，主要考查学生空间想象能力.

4. 一块直角三角板按如图所示方式放置在一块长方形纸条上，若 $\angle 1 = 28^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()



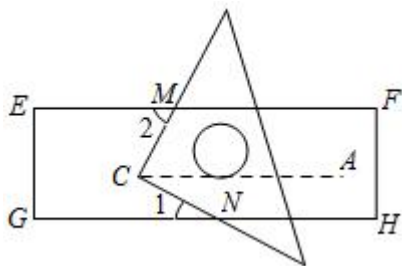
- A. 28° B. 56° C. 36° D. 62°

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据矩形的性质得出 $EF \parallel GH$ ，过点 C 作 $CA \parallel EF$ ，利用平行线的性质得出 $\angle 2 = \angle MCA$ ， $\angle 1 = \angle CAN$ ，然后代入求解即可.

【详解】 解： 如图所示标注字母，



$\therefore$ 四边形 $EGHF$ 为矩形，

$\therefore EF \parallel GH$,

过点 C 作 $CA \parallel EF$,

$$\therefore CA \parallel EF \parallel GH,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle MCA, \quad \angle 1 = \angle CAN,$$

$$\because \angle 1 = 28^\circ, \quad \angle MCN = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 2 = \angle MCA = 90^\circ - \angle 1 = 62^\circ,$$

故选：D.

【点睛】题目主要考查矩形的性质，平行线的性质，角度的计算等，理解题意，作出相应辅助线是解题关键.

5. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - a = 0$ 的两根分别记为 x_1, x_2 ，若 $x_1 = -1$ ，则 $a - x_1^2 - x_2^2$ 的值为 ()

A. 7

B. -7

C. 6

D. -6

【答案】B

【解析】

【分析】根据根与系数关系求出 $x_2 = 3$ ， $a = 3$ ，再求代数式的值即.

【详解】解： $\because$ 一元二次方程 $x^2 - 2x - a = 0$ 的两根分别记为 x_1, x_2 ,

$$\therefore x_1 + x_2 = 2,$$

$$\because x_1 = -1,$$

$$\therefore x_2 = 3,$$

$$\therefore x_1 \cdot x_2 = -a = -3,$$

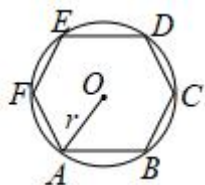
$$\therefore a = 3,$$

$$\therefore a - x_1^2 - x_2^2 = 3 - 9 - 1 = -7.$$

故选 B.

【点睛】本题考查一元二次方程的根与系数关系，代数式的值，掌握一元二次方程的根与系数关系，代数式的值是解题关键.

6. 如图，已知正六边形 $ABCDEF$ 内接于半径为 r 的 $\odot O$ ，随机地往 $\odot O$ 内投一粒米，落在正六边形内的概率为 ()



A. $\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$

B. $\frac{\sqrt{3}}{2\pi}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{4\pi}$

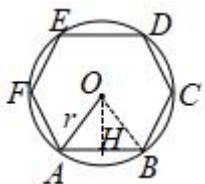
D. 以上答案都不对

【答案】 A

【解析】

【分析】 连接 OB ，过点 O 作 $OH \perp AB$ 于点 H ，由正六边形的特点可证得 $\triangle OAB$ 是等边三角形，由特殊角的三角函数值可求出 OH 的长，利用三角形的面积公式即可求出 $\triangle OAB$ 的面积，进而可得出正六边形 $ABCDEF$ 的面积，即可得出结果.

【详解】 解：如图：连接 OB ，过点 O 作 $OH \perp AB$ 于点 H ，



$\because$ 六边形 $ABCDEF$ 是正六边形，

$\therefore \angle AOB = 60^\circ$ ，

$\because OA = OB = r$ ，

$\therefore \triangle OAB$ 是等边三角形，

$\therefore AB = OA = OB = r$ ， $\angle OAB = 60^\circ$ ，

在 $Rt\triangle OAH$ 中， $OH = OA \cdot \sin \angle OAB = r \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}r$ ，

$$\therefore S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2} AB \cdot OH = \frac{1}{2} r \times \frac{\sqrt{3}}{2} r = \frac{\sqrt{3}}{4} r^2,$$

$$\therefore \text{正六边形的面积} = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} r^2 = \frac{3\sqrt{3}}{2} r^2,$$

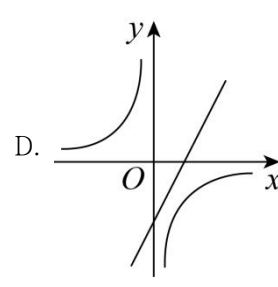
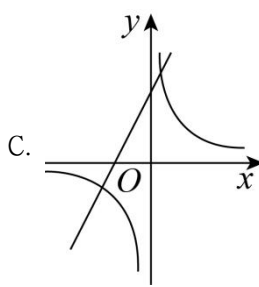
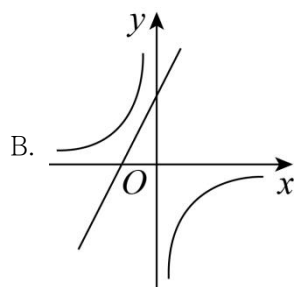
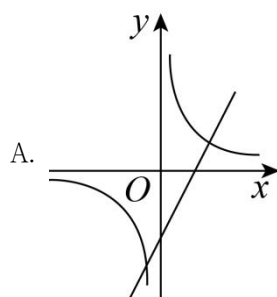
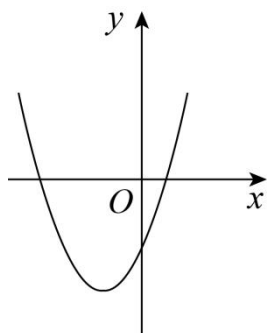
$\because \odot O$ 的面积 $= \pi r^2$ ，

$$\therefore \text{米粒落在正六边形内的概率为：} \frac{\frac{3\sqrt{3}}{2} r^2}{\pi r^2} = \frac{3\sqrt{3}}{2\pi},$$

故选： A.

【点睛】本题考查了正多边形和圆、正六边形的性质、等边三角形的判定与性质、解直角三角形；熟练掌握正六边形的性质，通过作辅助线求出 $\triangle OAB$ 的面积是解决问题的关键.

7. 若二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像如图所示，则一次函数 $y = ax + b$ 与反比例函数 $y = -\frac{c}{x}$ 在同一坐标系内的大致图像为 ()



【答案】C

【解析】

【分析】根据二次函数的图像确定 a , b , c 的正负，即可确定一次函数 $y = ax + b$ 所经过的象限和反比例函数 $y = -\frac{c}{x}$ 所在的象限.

【详解】解： $\because$ 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图像开口向上，对称轴在 y 轴左边，与 y 轴的交点在 y 轴负半轴，

$$\therefore a > 0, -\frac{b}{2a} < 0, c < 0,$$

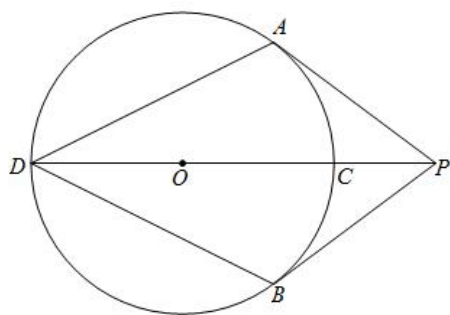
$$\therefore b > 0, -c > 0,$$

$\therefore$ 一次函数 $y = ax + b$ 的图像经过第一、二、三象限，反比例函数 $y = -\frac{c}{x}$ 的图像在第一、三象限，选项 C 符合题意.

故选：C

【点睛】本题考查二次函数图像与系数的关系，一次函数图像与系数的关系，反比例函数图像与系数的关系，熟练并灵活运用这些知识是解题关键.

8. 如图, PA 、 PB 分别与 $\odot O$ 相切于点 A 、 B , 连接 PO 并延长与 $\odot O$ 交于点 C 、 D , 若 $CD=12$, $PA=8$, 则 $\sin \angle ADB$ 的值为 ()



- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{4}{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】连结 OA , 根据切线长的性质得出 $PA=PB$, OP 平分 $\angle APB$, $OP \perp AP$, 再证 $\triangle APD \cong \triangle BPD$ (SAS), 然后证明 $\angle AOP = \angle ADP + \angle OAD = \angle ADP + \angle BDP = \angle ADB$, 利用勾股定理求出 $OP = \sqrt{OA^2 + AP^2} = 10$, 最后利用三角函数定义计算即可.

【详解】解: 连结 OA

$\because PA$ 、 PB 分别与 $\odot O$ 相切于点 A 、 B ,

$\therefore PA=PB$, OP 平分 $\angle APB$, $OP \perp AP$,

$\therefore \angle APD = \angle BPD$,

在 $\triangle APD$ 和 $\triangle BPD$ 中,

$$\begin{cases} AP = BP \\ \angle APD = \angle BPD, \\ AD = AD \end{cases}$$

$\therefore \triangle APD \cong \triangle BPD$ (SAS)

$\therefore \angle ADP = \angle BDP$,

$\because OA=OD=6$,

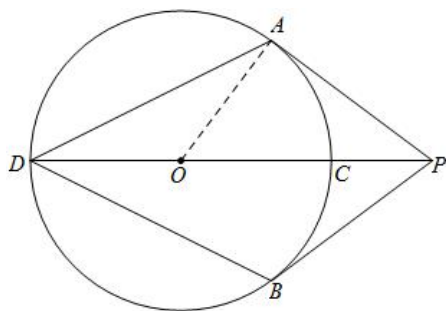
$\therefore \angle OAD = \angle ADP = \angle BDP$,

$\therefore \angle AOP = \angle ADP + \angle OAD = \angle ADP + \angle BDP = \angle ADB$,

在 $Rt\triangle AOP$ 中, $OP = \sqrt{OA^2 + AP^2} = 10$,

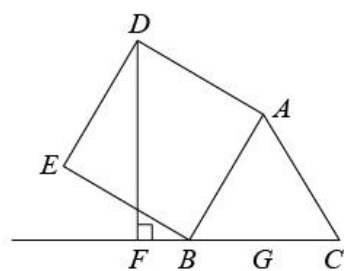
$$\therefore \sin \angle ADB = \frac{AP}{OP} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}.$$

故选 A.



【点睛】 本题考查圆的切线性质，三角形全等判断与性质，勾股定理，锐角三角函数，掌握圆的切线性质，三角形全等判断与性质，勾股定理，锐角三角函数是解题关键.

9. 如图，在边长为 2 的等边三角形 ABC 的外侧作正方形 $ABED$ ，过点 D 作 $DF \perp BC$ ，垂足为 F ，则 DF 的长为 ()



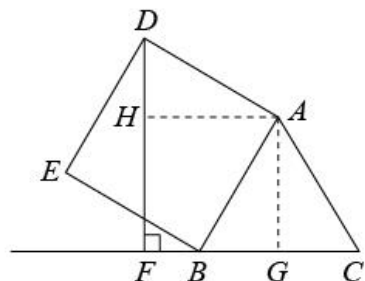
- A. $2\sqrt{3}+2$ B. $5-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $3-\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}+1$

【答案】 D

【解析】

【分析】 过点 A 分别作 $AG \perp BC$ 于点 G ， $AH \perp DF$ 于点 H ，可得四边形 $AGFH$ 是矩形，从而得到 $FH=AG$ ，再由 $\triangle ABC$ 为等边三角形，可得 $\angle BAG=30^\circ$ ， $BG=1$ ，从而得到 $FH=\sqrt{3}$ ，再证得 $\angle DAH=\angle BAG=30^\circ$ ，然后根据直角三角形的性质，即可求解.

【详解】 解：如图，过点 A 分别作 $AG \perp BC$ 于点 G ， $AH \perp DF$ 于点 H ，



$\therefore DF \perp BC$,

$\therefore \angle GFH=\angle AHF=\angle AGF=90^\circ$,

$\therefore$ 四边形 $AGFH$ 是矩形,

$$\therefore FH=AG,$$

$\because \triangle ABC$ 为等边三角形,

$$\therefore \angle BAC=60^{\circ}, BC=AB=2,$$

$$\therefore \angle BAG=30^{\circ}, BG=1,$$

$$\therefore AG=\sqrt{AB^2-BG^2}=\sqrt{3},$$

$$\therefore FH=\sqrt{3},$$

在正方形 $ABED$ 中, $AD=AB=2$, $\angle BAD=90^{\circ}$,

$$\therefore \angle DAH=\angle BAG=30^{\circ},$$

$$\therefore DH=\frac{1}{2}AD=1,$$

$$\therefore DF=DH+FH=\sqrt{3}+1.$$

故选: D

【点睛】本题主要考查了等边三角形和正方形的性质, 直角三角形的性质, 熟练掌握等边三角形和正方形的性质, 直角三角形的性质是解题的关键.

10. 在解决数学实际问题时, 常常用到数形结合思想, 比如: $|x+1|$ 的几何意义是数轴上表示数 x 的点与表示数 -1 的点的距离, $|x-2|$ 的几何意义是数轴上表示数 x 的点与表示数 2 的点的距离. 当 $|x+1|+|x-2|$ 取得最小值时, x 的取值范围是 ()

A. $x \leq -1$

B. $x \leq -1$ 或 $x \geq 2$

C. $-1 \leq x \leq 2$

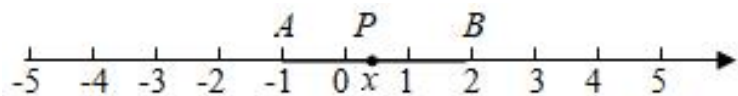
D. $x \geq 2$

【答案】B

【解析】

【分析】由题意画出数轴, 然后根据数轴上的两点距离可进行求解.

【详解】解: 如图, 由 $|x+1|+|x-2|=|x-(-1)|+|x-2|$ 可得: 点 A 、 B 、 P 分别表示数 -1 、 2 、 x , $AB=3$.



$\therefore |x+1|+|x-2|$ 的几何意义是线段 PA 与 PB 的长度之和,

$\therefore$ 当点 P 在线段 AB 上时, $PA+PB=3$, 当点 P 在点 A 的左侧或点 B 的右侧时, $PA+PB>3$.

$\therefore |x+1|+|x-2|$ 取得最小值时, x 的取值范围是 $-1 \leq x \leq 2$;

故选 B.

【点睛】本题主要考查数轴上的两点距离, 解题的关键是利用数形结合思想进行求解.

二、填空题（每个小题 3 分，10 个小题共 30 分）

11. 有一种新冠病毒直径为 0.000000012 米，数 0.000000012 用科学记数法表示为_____.

【答案】 1.2×10^{-8}

【解析】

【分析】根据绝对值小于 1 的数可以用科学记数法表示，一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，与较大数的科学记数法不同的是其所使用的是负指数幂，指数由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定，即可求解.

【详解】解： $0.000000012 = 1.2 \times 10^{-8}$.

故答案为： 1.2×10^{-8}

【点睛】本题考查用科学记数法表示较小的数，熟练掌握一般形式为 $a \times 10^{-n}$ ，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为由原数左边起第一个不为零的数字前面的 0 的个数所决定是解题的关键.

12. 分解因式： $2022x^2 - 4044x + 2022 = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $2022(x-1)^2$

【解析】

【分析】先提公因式，然后再根据完全平方公式可进行因式分解.

【详解】解：原式 $= 2022(x^2 - 2x + 1) = 2022(x-1)^2$ ；

故答案为 $2022(x-1)^2$.

【点睛】本题主要考查因式分解，熟练掌握因式分解是解题的关键.

13. 某中学在一次田径运动会上，参加女子跳高的 7 名运动员的成绩如下（单位：m）：1.20，1.25，1.10，1.15，1.35，1.30，1.30.这组数据的中位数是_____.

【答案】 1.25

【解析】

【分析】先把数据进行排序，再根据中位数的定义求解.

【详解】解：将数据由小到大进行排序得 1.10，1.15，1.20，1.25，1.30，1.30，1.35

中位数应为排序后的第四个数，

故答案为：1.25

【点睛】本题考查中位数的定义，解题的关键是熟练掌握中位数的定义.

14. 若 $(2x+y-5)^2 + \sqrt{x+2y+4} = 0$ ，则 $x-y$ 的值是_____.

【答案】 9

【解析】

【分析】根据非负数之和为 0，每一项都为 0，分别算出 x ， y 的值，即可

【详解】 $\because (2x + y - 5)^2 \geq 0$

$$\sqrt{x + 2y + 4} \geq 0$$

$$(2x + y - 5)^2 + \sqrt{x + 2y + 4} = 0$$

$$\therefore \begin{cases} 2x + y - 5 = 0 \\ x + 2y + 4 = 0 \end{cases}$$

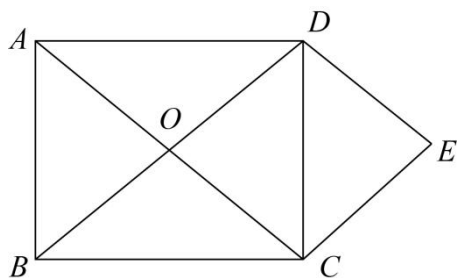
解得： $\begin{cases} x = \frac{14}{3} \\ y = -\frac{13}{3} \end{cases}$

$$x - y = \frac{14}{3} - \left(-\frac{13}{3}\right) = \frac{27}{3} = 9$$

故答案为：9

【点睛】本题考查非负数之和为零，解二元一次方程组；根据非负数之和为零，每一项都为 0，算出 x ， y 的值是解题关键

15. 如图，矩形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 相交于点 O ， $DE \parallel AC$ ， $CE \parallel BD$ ．若 $AC = 10$ ，则四边形 $OCED$ 的周长是_____．



【答案】20

【解析】

【分析】首先由四边形 $ABCD$ 是矩形，根据矩形的性质，易得 $OC = OD = 5$ ，由 $CE \parallel BD$ ， $DE \parallel AC$ ，可证得四边形 $CODE$ 是平行四边形，又可判定四边形 $CODE$ 是菱形，继而求得答案．

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形，

$$\therefore AC = BD = 10, OA = OC, OB = OD,$$

$$\therefore OC = OD = \frac{1}{2}BD = 5,$$

$\because DE \parallel AC, CE \parallel BD.$,

$\therefore$ 四边形 $CODE$ 是平行四边形,

$\because OC=OD=5$,

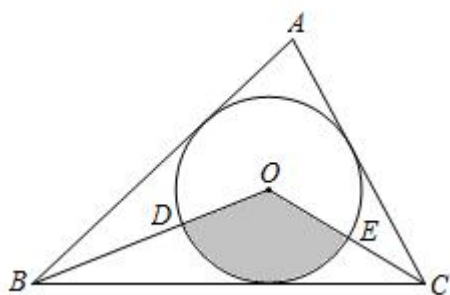
$\therefore$ 四边形 $CODE$ 是菱形,

$\therefore$ 四边形 $CODE$ 的周长为: $4OC=4 \times 5=20$.

故答案为 20.

【点睛】 本题考查菱形的判定与性质以及矩形的性质. 此题难度不大, 注意证得四边形 $CODE$ 是菱形是解题关键.

16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 80^\circ$, 半径为 3cm 的 $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的内切圆, 连接 OB 、 OC , 则图中阴影部分的面积是_____ cm^2 . (结果用含 π 的式子表示)



【答案】 $\frac{13}{4}\pi$

【解析】

【分析】 根据内切圆圆心是三角形三条角平分线的交点, 得到 $\angle DOE$ 的大小, 然后用扇形面积公式即可求出

【详解】 $\because$ 内切圆圆心是三条角平分线的交点

$\therefore \angle ABO = \angle CBO; \angle ACO = \angle BCO$

设 $\angle ABO = \angle CBO = a, \angle ACO = \angle BCO = b$

在 $\triangle ABC$ 中: $\angle A + 2a + 2b = 180^\circ$ ①

在 $\triangle BOC$ 中: $\angle DOE + a + b = 180^\circ$ ②

由①②得: $\angle DOE = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 90^\circ + \frac{1}{2} \times 80^\circ = 130^\circ$

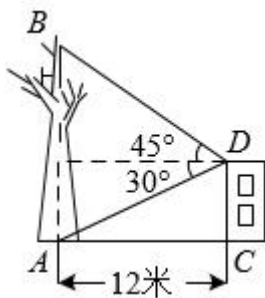
扇形面积: $S = \frac{130^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 3^2 = \frac{13}{4}\pi \text{ (cm}^2\text{)}$

故答案为: $\frac{13}{4}\pi$

【点睛】 本题考查内心的性质, 扇形面积计算; 解题关键是根据角平分线算出 $\angle DOE$ 的度数

17. 如图，校园内有一株枯死的大树 AB ，距树 12 米处有一栋教学楼 CD ，为了安全，学校决定砍伐该树，站在楼顶 D 处，测得点 B 的仰角为 45° ，点 A 的俯角为 30° ，小青计算后得到如下结论：① $AB \approx 18.8$ 米；② $CD \approx 8.4$ 米；③若直接从点 A 处砍伐，树干倒向教学楼 CD 方向会对教学楼有影响；④若第一次在距点 A 的 8 米处的树干上砍伐，不会对教学楼 CD 造成危害.其中正确的是_____。（填写序号，参考数值：

$$\sqrt{3} \approx 1.7, \sqrt{2} \approx 1.4)$$



【答案】①③④

【解析】

【分析】过点 D 的水平线交 AB 于 E ，先证四边形 $EACD$ 为矩形， $ED=AC=12$ 米，①利用三角函数求出 $AB=BE+AE=DE\tan 45^\circ+DE\tan 30^\circ$ ，②利用 $CD=AE=DE\tan 30^\circ=4\sqrt{3} \approx 6.8$ 米，③利用 $AB=18.8$ 米 > 12 米，④点 B 到砍伐点的距离为： $18.8-8=10.8 < 12$ ，判断即可.

【详解】解：过点 D 的水平线交 AB 于 E ，

$$\because DE \parallel AC, EA \parallel CD, \angle DCA = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $EACD$ 为矩形，

$$\therefore ED = AC = 12 \text{ 米},$$

$$\text{① } AB = BE + AE = DE \tan 45^\circ + DE \tan 30^\circ = 12 + 4\sqrt{3} \approx 12 + 4 \times 1.7 = 18.8 \text{ 故①正确};$$

$$\text{② } \because CD = AE = DE \tan 30^\circ = 4\sqrt{3} \approx 6.8 \text{ 米}, \text{ 故②不正确};$$

$$\text{③ } \because AB = 18.8 \text{ 米} > 12 \text{ 米}, \therefore \text{直接从点 } A \text{ 处砍伐, 树干倒向教学楼 } CD \text{ 方向会对教学楼有影响}; \text{ 故③正确};$$

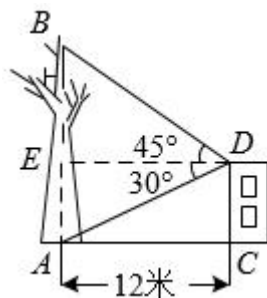
$$\text{④ } \because \text{第一次在距点 } A \text{ 的 } 8 \text{ 米处的树干上砍伐},$$

$$\therefore \text{点 } B \text{ 到砍伐点的距离为: } 18.8 - 8 = 10.8 < 12,$$

$$\therefore \text{第一次在距点 } A \text{ 的 } 8 \text{ 米处的树干上砍伐, 不会对教学楼 } CD \text{ 造成危害. 故④正确}$$

$$\therefore \text{其中正确的是①③④}.$$

故答案为①③④.



【点睛】 本题考查解直角三角形，矩形的判断与性质，掌握解直角三角形方法，矩形的判断与性质是解题关键.

18. 在平面直角坐标系中，将抛物线 $y = x^2 + 2x - 1$ 先绕原点旋转 180° ，再向下平移 5 个单位，所得到的抛物线的顶点坐标是_____.

【答案】 $(1, -3)$

【解析】

【分析】 先把抛物线配方为顶点式，求出定点坐标，求出旋转后的抛物线，再根据“上加下减，左加右减”的法则进行解答即可.

【详解】 解： $\because y = x^2 + 2x - 1 = (x + 1)^2 - 2$,

$\therefore$ 抛物线的顶点为 $(-1, -2)$,

将抛物线 $y = x^2 + 2x - 1$ 先绕原点旋转 180° 抛物线顶点为 $(1, 2)$,

旋转后的抛物线为 $y = -(x - 1)^2 + 2$,

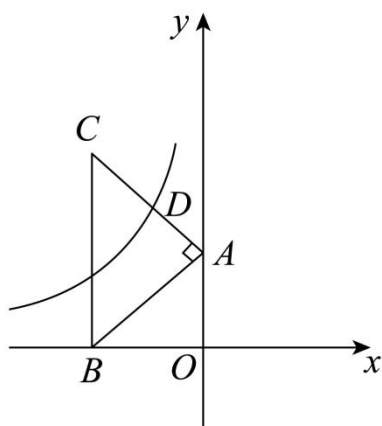
再向下平移 5 个单位， $y = -(x - 1)^2 + 2 - 5$ 即 $y = -(x - 1)^2 - 3$.

$\therefore$ 新抛物线的顶点 $(1, -3)$

故答案是： $(1, -3)$.

【点睛】 本题考查的是抛物线的图象与几何变换，熟知函数图象旋转与平移的法则是解答此题的关键.

19. 如图，在平面直角坐标系中，等腰直角三角形 ABC 的斜边 $BC \perp x$ 轴于点 B ，直角顶点 A 在 y 轴上，双曲线 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 经过 AC 边的中点 D ，若 $BC = 2\sqrt{2}$ ，则 $k =$ _____.



【答案】 $-\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】根据 $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $BC \perp x$ 轴，得到 $\triangle AOB$ 是等腰直角三角形，再根据 $BC = 2\sqrt{2}$ 求出 A 点， C 点坐标，根据中点公式求出 D 点坐标，将 D 点坐标代入反比例函数解析式即可求得 k 。

【详解】 $\because \triangle ABC$ 是等腰直角三角形， $BC \perp x$ 轴。

$$\therefore \angle ABO = 90^\circ - \angle ABC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ; \quad AB = \frac{BC}{\sqrt{2}} = 2.$$

$\therefore \triangle AOB$ 是等腰直角三角形。

$$\therefore BO = AO = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$

故： $A(0, \sqrt{2})$ ， $C(-\sqrt{2}, 2\sqrt{2})$ 。

$$D\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right).$$

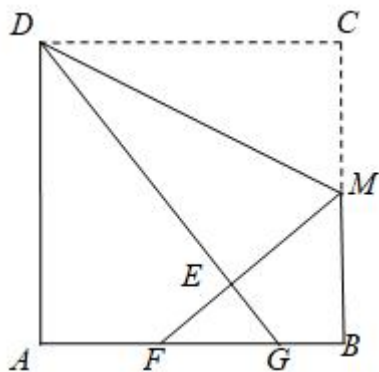
将 D 点坐标代入反比例函数解析式。

$$k = x_D \cdot y_D = -\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = -\frac{3}{2}.$$

故答案为： $-\frac{3}{2}$ 。

【点睛】本题考查平面几何与坐标系综合，反比例函数解析式；本体解题关键是得到 $\triangle AOB$ 是等腰直角三角形，用中点公式算出 D 点坐标。

20. 如图，折叠边长为 4cm 的正方形纸片 $ABCD$ ，折痕是 DM ，点 C 落在点 E 处，分别延长 ME 、 DE 交 AB 于点 F 、 G ，若点 M 是 BC 边的中点，则 $FG = \underline{\hspace{2cm}}$ cm。

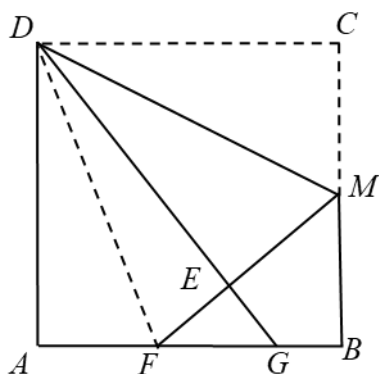


【答案】 $\frac{5}{3}$

【解析】

【分析】根据折叠的性质可得 $DE=DC=4$, $EM=CM=2$, 连接 DF , 设 $FE=x$, 由勾股定理得 BF , DF , 从而求出 x 的值, 得出 FB , 再证明 $\triangle FEG \sim \triangle FBM$, 利用相似三角形对应边成比例可求出 FG .

【详解】解: 连接 DF , 如图,



$\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形,

$\therefore AB = BC = CD = DA = 4, \angle A = \angle B = \angle C = \angle CDA = 90^\circ$.

$\because$ 点 M 为 BC 的中点,

$\therefore BM = CM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 4 = 2$

由折叠得, $ME = CM = 2, DE = DC = 4, \angle DEM = \angle C = 90^\circ$,

$\therefore \angle DEF = 90^\circ, \angle FEG = 90^\circ$,

设 $FE = x$, 则有 $DF^2 = DE^2 + EF^2$

$\therefore DF^2 = 4^2 + x^2$

又在 $Rt\triangle FMB$ 中, $FM = 2 + x, BM = 2$,

$$\because FM^2 = FB^2 + BM^2$$

$$\therefore FB = \sqrt{FM^2 - BM^2} = \sqrt{(2+x)^2 - 2^2}$$

$$\therefore AF = AB - FB = 4 - \sqrt{(2+x)^2 - 2^2}$$

在 $Rt\triangle DAF$ 中, $DA^2 + AF^2 = DF^2$,

$$\therefore 4^2 + (4 - \sqrt{(2+x)^2 - 2^2})^2 = 4^2 + x^2,$$

解得, $x_1 = \frac{4}{3}, x_2 = -8$ (舍去)

$$\therefore FE = \frac{4}{3},$$

$$\therefore FM = FE + ME = \frac{4}{3} + 2 = \frac{10}{3}$$

$$\therefore FB = \sqrt{(2 + \frac{4}{3})^2 - 2^2} = \frac{8}{3}$$

$$\because \angle DEM = 90^\circ$$

$$\therefore \angle FEG = 90^\circ$$

$$\therefore \angle FEG = \angle B,$$

又 $\angle GFE = \angle MFB$.

$$\therefore \triangle FEG \sim \triangle FBM$$

$$\therefore \frac{FG}{FM} = \frac{FE}{FB}, \text{ 即 } \frac{FG}{\frac{10}{3}} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{8}{3}}$$

$$\therefore FG = \frac{5}{3},$$

故答案为: $\frac{5}{3}$

【点睛】本题主要考查了正方形的性质, 折叠的性质, 勾股定理, 相似三角形的判定与性质, 正确作出辅助线是解答本题的关键.

三、解答题 (6 个小题, 共 80 分)

21. (1) 计算: $(-1)^{-3} + \sqrt[3]{8} + |2 - \sqrt{5}| + \left(\frac{\pi}{2} - 1.57\right)^0 - \sqrt{20}$;

(2) 先化简, 再求值: $\frac{x^2 + 2x + 1}{x - 2022} \div \frac{x^2 - 1}{x - 2022} - \left(\frac{1}{x - 1} + 1\right)$, 其中 $x = \cos 60^\circ$.

【答案】(1) $-\sqrt{5}$ ；(2) -2

【解析】

【分析】(1) 先每项化简，再加减算出最终结果即可；

(2) 先因式分解，化除为乘，通分，化简；再代入数值计算即可.

【详解】(1) $(-1)^{-3} + \sqrt[3]{8} + |2 - \sqrt{5}| + (\frac{\pi}{2} - 1.57)^0 - \sqrt{20}$

$$= \frac{1}{(-1)^3} + 2 + \sqrt{5} - 2 + 1 - 2\sqrt{5}$$

$$= -1 + 2 + \sqrt{5} - 2 + 1 - 2\sqrt{5}$$

$$= -\sqrt{5};$$

$$(2) \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 2022} \div \frac{x^2 - 1}{x - 2022} - (\frac{1}{x - 1} + 1)$$

$$= \frac{(x+1)^2}{x-2022} \cdot \frac{x-2022}{(x+1)(x-1)} - \frac{1+x-1}{x-1}$$

$$= \frac{x+1}{x-1} - \frac{x}{x-1}$$

$$= \frac{1}{x-1}$$

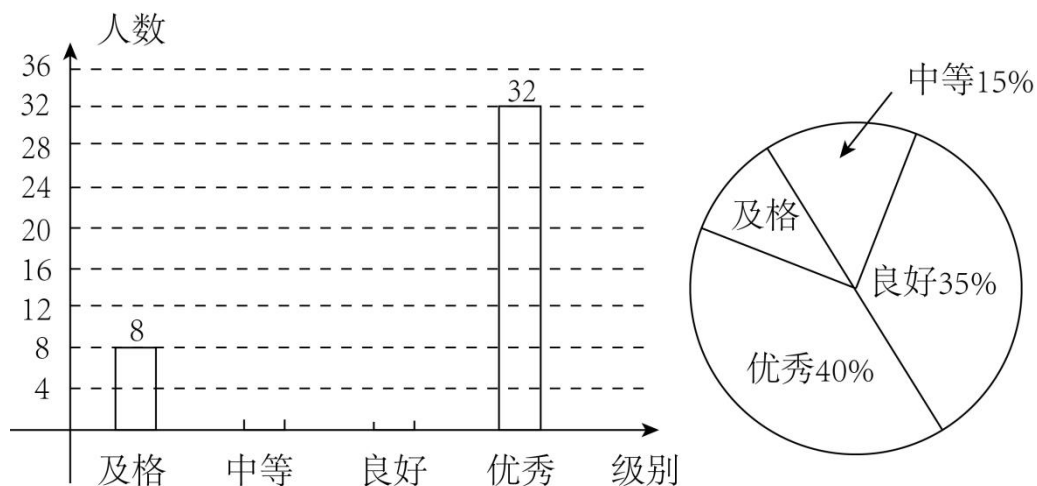
$$\because x = \cos 60^\circ = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{1}{\frac{1}{2} - 1} = -2.$$

【点睛】本题考查了实数的混合运算，分式的化简求值，二次根式的性质，特殊角的三角函数值，零指数幂和负整数指数幂的意义，熟练掌握各知识点是解答本题的关键.

22. 某县教育局印发了上级主管部门的“法治和安全等知识”学习材料，某中学经过一段时间的学习，同学们都表示有了提高，为了解具体情况，综治办开展了一次全校性竞赛活动，王老师抽取了这次竞赛中部分同学的成绩，并绘制了下面不完整的统计图、表.

参赛成绩	$60 \leq x < 70$	$70 \leq x < 80$	$80 \leq x < 90$	$90 \leq x \leq 100$
人数	8	m	n	32
级别	及格	中等	良好	优秀



请根据所给的信息解答下列问题：

- (1) 王老师抽取了_____名学生的参赛成绩；抽取的学生的平均成绩是_____分；
- (2) 将条形统计图补充完整；
- (3) 若该校有 1600 名学生，请估计竞赛成绩在良好以上 ($x \geq 80$) 的学生有多少人？
- (4) 在本次竞赛中，综治办发现七（1）班、八（4）班的成绩不理想，学校要求这两个班加强学习一段时间后，再由电脑随机从 A、B、C、D 四套试卷中给每班派发一套试卷进行测试，请用列表或画树状图的方法求出两个班同时选中同一套试卷的概率。

【答案】(1) 80；85.5（答案不唯一）

(2) 见详解 (3) 1200 人

(4) 两个班同时选中同一套试卷的概率为 $\frac{1}{4}$

【解析】

【分析】(1) 利用条形图优秀人数÷优秀人数所占百分比求出样本容量，利用加权平均数计算即可；

(2) 求出中等人数与良好人数，补画条形图即可；

(3) 先求出样本中良好以上的百分比，再用样本的百分比×该校总人数计算即可；

(4) 画树状图，列举所有等可能情况，从中找出满足条件的情况 4 种，利用概率公式计算即可。

【小问 1 详解】

解：根据条形图优秀有 32 人，由扇形统计图知优秀占 40%，

∴ 王老师抽取了 $32 \div 40\% = 80$ 名学生的参赛成绩；

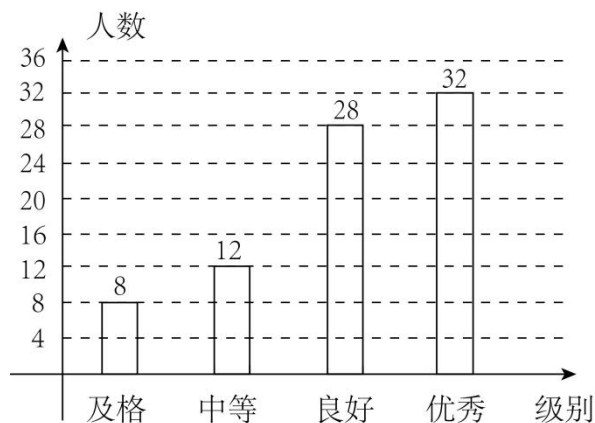
∴ $m = 80 \times 15\% = 12$ 人， $n = 80 \times 35\% = 28$ 人；

抽取的学生的平均成绩是 $65 \times 10\% + 75 \times 15\% + 85 \times 35\% + 95 \times 40\% = 85.5$ 分，

故 80；85.5（答案不唯一）；

【小问 2 详解】

解：∵中等人生为 12 人，良好人数为 28 人，补画条形图如图，



【小问 3 详解】

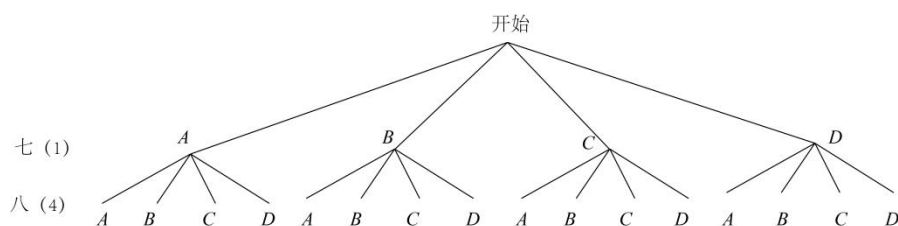
解：在样本中良好以上占 $40\%+35\%=75\%$ ，

∴该校有 1600 名学生，请估计竞赛成绩在良好以上 ($x \geq 80$) 的学生有 $1600 \times 75\% = 1200$ 人；

【小问 4 详解】

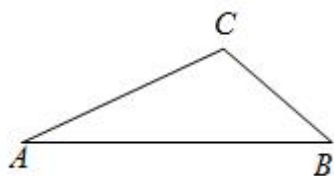
解：画树状图列举所有等可能的情况共有 16 种，其中两班都考同一试卷的情况有 4 种，

两个班同时选中同一套试卷的概率为 $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ 。

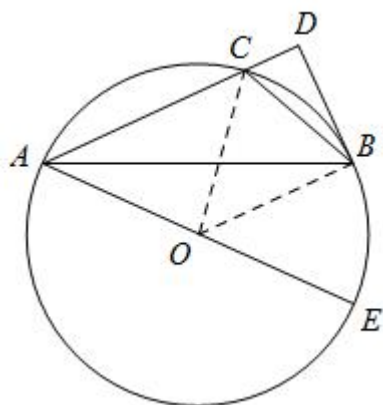


【点睛】 本题考查从条形图与扇形图获取信息与处理信息，样本容量，加权平均数，画条形图，用样本的百分比含量估计总体中的数量，画树状图求概率，掌握从条形图与扇形图获取信息与处理信息，样本容量，加权平均数，画条形图，用样本的百分比含量估计总体中的数量，画树状图求概率是解题关键。

23. (1) 请在图中作出 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$ (尺规作图，保留作图痕迹，不写作法)；



(2) 如图， $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆， AE 是 $\odot O$ 的直径，点 B 是 $\widehat{CE}$ 的中点，过点 B 的切线与 AC 的延长线交于点 D 。



$\therefore BD$ 是 $\odot O$ 的切线

$\therefore OB \perp BD$

$\therefore \angle CAE$ 是 $\widehat{CE}$ 对应的圆周角， $\angle COE$ 是 $\widehat{CE}$ 对应的圆心角

$\therefore \angle COE = 2\angle CAE$

$\therefore$ 点 B 是 $\widehat{CE}$ 的中点

$\therefore \angle COE = 2\angle BOE$

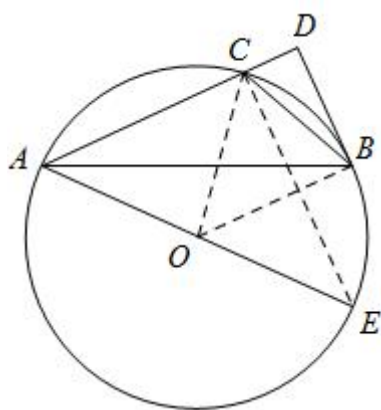
$\therefore \angle CAE = \angle BOE$

$\therefore \angle CAE = \angle BOE$

$\therefore AD \parallel OB$

$\therefore BD \perp AD$

②如下图所示，连接 CE



$\therefore \angle ABC$ 与 $\angle AEC$ 是 $\widehat{AC}$ 对应的圆周角

$\therefore \angle ABC = \angle AEC$

$\therefore AE$ 是 $\odot O$ 的直径

$\therefore \angle ACE = 90^\circ$

$$\therefore \tan \angle AEC = \frac{AC}{CE} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore CE = 8$$

$$\therefore AE^2 = CE^2 + AC^2$$

$$\therefore AE = 10$$

$\therefore \odot O$ 的半径为 5.

【点睛】 本题考查圆、直角三角形的性质，解题的关键是掌握圆和直角三角形的相关知识.

24. 某快递公司为了加强疫情防控需求，提高工作效率，计划购买 A 、 B 两种型号的机器人来搬运货物，已知每台 A 型机器人比每台 B 型机器人每天少搬运 10 吨，且 A 型机器人每天搬运 540 吨货物与 B 型机器人每天搬运 600 吨货物所需台数相同.

(1) 求每台 A 型机器人和每台 B 型机器人每天分别搬运货物多少吨？

(2) 每台 A 型机器人售价 1.2 万元，每台 B 型机器人售价 2 万元，该公司计划采购 A 、 B 两种型号的机器人共 30 台，必须满足每天搬运的货物不低于 2830 吨，购买金额不超过 48 万元.

请根据以上要求，完成如下问题：

①设购买 A 型机器人 m 台，购买总金额为 w 万元，请写出 w 与 m 的函数关系式；

②请你求出最节省的采购方案，购买总金额最低是多少万元？

【答案】 (1) 每台 A 型机器人每天搬运货物 90 吨，每台 B 型机器人每天搬运货物为 100 吨.

(2) ① $w = -0.8m + 60$ ；②当购买 A 型机器人 17 台， B 型机器人 13 台时，购买总金额最少，最少金额为 46.4 万元.

【解析】

【分析】 (1) 设每台 A 型机器人每天搬运货物 x 吨，则每台 B 型机器人每天搬运货物为 $(x+10)$ 吨，然后根据题意可列分式方程进行求解；

(2) ①由题意可得购买 B 型机器人的台数为 $(30-m)$ 台，然后由根据题意可列出函数关系式；②由题意易得
$$\begin{cases} 90m + 100(30-m) \geq 2830 \\ -0.8m + 60 \leq 48 \end{cases}$$
，然后可得 $15 \leq m \leq 17$ ，进而根据一次函数的性质可进行求解.

【小问 1 详解】

解：设每台 A 型机器人每天搬运货物 x 吨，则每台 B 型机器人每天搬运货物为 $(x+10)$ 吨，由题意得：

$$\frac{540}{x} = \frac{600}{x+10},$$

解得： $x = 90$ ；

经检验： $x = 90$ 是原方程的解；

答：每台 A 型机器人每天搬运货物 90 吨，每台 B 型机器人每天搬运货物为 100 吨.

【小问 2 详解】

解：①由题意可得：购买 B 型机器人的台数为 $(30-m)$ 台，

$$\therefore w = 1.2m + 2(30 - m) = -0.8m + 60;$$

$$\text{②由题意得：} \begin{cases} 90m + 100(30 - m) \geq 2830 \\ -0.8m + 60 \leq 48 \end{cases},$$

解得： $15 \leq m \leq 17$,

$\because -0.8 < 0$,

$\therefore w$ 随 m 的增大而减小，

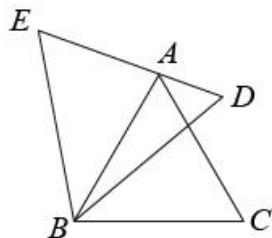
$\therefore$ 当 $m=17$ 时， w 有最小值，即为 $w = -0.8 \times 17 + 60 = 46.4$,

答：当购买 A 型机器人 17 台， B 型机器人 13 台时，购买总金额最少，最少金额为 46.4 万元.

【点睛】 本题主要考查分式方程的应用、一元一次不等式组的应用及一次函数的应用，熟练掌握分式方程的应用、一元一次不等式组的应用及一次函数的应用是解题的关键.

25. 阅读材料：小明喜欢探究数学问题，一天杨老师给他这样一个几何问题：

如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 都是等边三角形，点 A 在 DE 上.

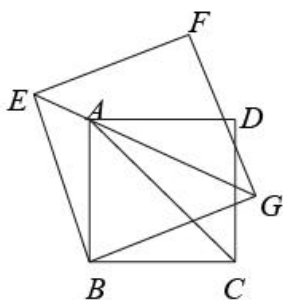


求证：以 AE 、 AD 、 AC 为边的三角形是钝角三角形.

(1) 【探究发现】 小明通过探究发现：连接 DC ，根据已知条件，可以证明 $DC = AE$ ， $\angle ADC = 120^\circ$ ，从而得出 $\triangle ADC$ 为钝角三角形，故以 AE 、 AD 、 AC 为边的三角形是钝角三角形.

请你根据小明的思路，写出完整的证明过程.

(2) 【拓展迁移】 如图，四边形 $ABCD$ 和四边形 $BGFE$ 都是正方形，点 A 在 EG 上.



①试猜想：以 AE 、 AG 、 AC 为边的三角形的形状，并说明理由.

②若 $AE^2 + AG^2 = 10$ ，试求出正方形 $ABCD$ 的面积.

【答案】(1) 钝角三角形；证明见详解

(2) ①直角三角形；证明见详解；② $S_{\text{四边形} ABCD} = 5$

【解析】

【分析】(1) 根据等边三角形性质得出， $BE=BD$ ， $AB=CB$ ， $\angle EBD=\angle ABC=60^\circ$ ，再证 $\triangle EBA \cong \triangle DBC$ (SAS) $\angle AEB=\angle CDB=60^\circ$ ， $AE=CD$ ，求出 $\angle ADC=\angle ADB+\angle BDC=120^\circ$ ，可得 $\triangle ADC$ 为钝角三角形即可；

(2) ①以 AE 、 AG 、 AC 为边的三角形是直角三角形，连结 CG ，根据正方形性质，得出 $\angle EBG=\angle ABC$ ， $EB=GB$ ， $AB=CB$ ， $\angle BEA=\angle BGE=45^\circ$ ，再证 $\triangle EBA \cong \triangle GBC$ (SAS) 得出 $AE=CG$ ， $\angle BEA=\angle BGC=45^\circ$ ，可证 $\triangle AGC$ 为直角三角形即可；②连结 BD ，根据勾股定理求出 $AC=\sqrt{AG^2+CG^2}=\sqrt{10}$ ，然后利用正方形的面积公式求解即可.

【小问 1 详解】

证明： $\because \triangle ABC$ 与 $\triangle EBD$ 均为等边三角形，

$\therefore BE=BD$ ， $AB=CB$ ， $\angle EBD=\angle ABC=60^\circ$ ，

$\therefore \angle EBA+\angle ABD=\angle ABD+\angle DBC$ ，

$\therefore \angle EBA=\angle DBC$ ，

在 $\triangle EBA$ 和 $\triangle DBC$ 中，

$$\begin{cases} EB = DB \\ \angle EBA = \angle DBC, \\ AB = CB \end{cases}$$

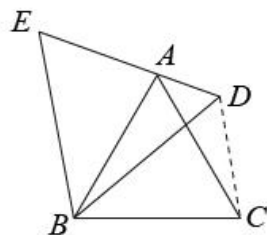
$\therefore \triangle EBA \cong \triangle DBC$ (SAS)，

$\therefore \angle AEB=\angle CDB=60^\circ$ ， $AE=CD$ ，

$\therefore \angle ADC=\angle ADB+\angle BDC=120^\circ$ ，

$\therefore \triangle ADC$ 为钝角三角形，

∴以 AE 、 AD 、 AC 为边的三角形是钝角三角形.



【小问 2 详解】

证明：①以 AE 、 AG 、 AC 为边的三角形是直角三角形.

连结 CG ,

∵ 四边形 $ABCD$ 和四边形 $BGFE$ 都是正方形,

∴ $\angle EBG = \angle ABC$, $EB = GB$, $AB = CB$,

∴ EG 为正方形的对角线,

∴ $\angle BEA = \angle BGE = 45^\circ$,

∴ $\angle EBA + \angle ABG = \angle ABG + \angle GBC = 90^\circ$,

∴ $\angle EBA = \angle GBC$,

在 $\triangle EBA$ 和 $\triangle GBC$ 中,

$$\begin{cases} EB = GB \\ \angle EBA = \angle GBC, \\ AB = CB \end{cases}$$

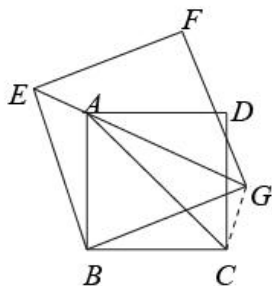
∴ $\triangle EBA \cong \triangle GBC$ (SAS),

∴ $AE = CG$, $\angle BEA = \angle BGC = 45^\circ$,

∴ $\angle AGC = \angle AGB + \angle BGC = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$,

∴ $\triangle AGC$ 为直角三角形,

∴以 AE 、 AG 、 AC 为边的三角形是直角三角形;



②连结 BD ,

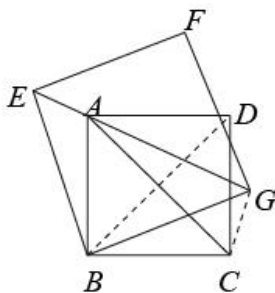
∵ $\triangle AGC$ 为直角三角形, $AE^2 + AG^2 = 10$,

∴ $AC = \sqrt{AG^2 + CG^2} = \sqrt{10}$,

∴ 四边形 $ABCD$ 为正方形,

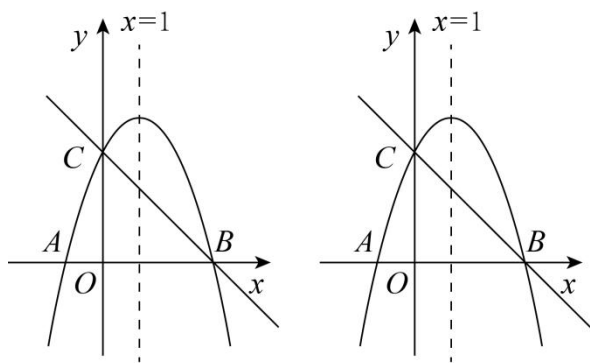
$$\therefore AC=BD=\sqrt{10},$$

$$\therefore S_{\text{四边形 } ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD = \frac{1}{2} AC^2 = 5.$$



【点睛】 本题考查等边三角形的性质，三角形全等判定与性质，正方形的性质，勾股定理，掌握等边三角形的性质，三角形全等判定与性质，正方形的性质，勾股定理是解题关键.

26. 如图，抛物线 $y = ax^2 + 2x + c$ 的对称轴是直线 $x = 1$ ，与 x 轴交于点 A ， $B(3, 0)$ ，与 y 轴交于点 C ，连接 AC .



(备用图)

(1) 求此抛物线的解析式;

(2) 已知点 D 是第一象限内抛物线上的一个动点，过点 D 作 $DM \perp x$ 轴，垂足为点 M ， DM 交直线 BC 于点 N ，是否存在这样的点 N ，使得以 A ， C ， N 为顶点的三角形是等腰三角形. 若存在，请求出点 N 的坐标，若不存在，请说明理由;

(3) 已知点 E 是抛物线对称轴上的点，在坐标平面内是否存在点 F ，使以点 B 、 C 、 E 、 F 为顶点的四边形为矩形，若存在，请直接写出点 F 的坐标; 若不存在，请说明理由.

【答案】 (1) $y = -x^2 + 2x + 3$

(2) 存在这样的点 N $(2, 1)$ 或 $(\sqrt{5}, -\sqrt{5} + 3)$ 或 $(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$ ，使得以 A ， C ， N 为顶点的三角形是等腰三

角形

(3) 存在点 F 的坐标为 $(4, 1)$ 或 $(-2, 1)$ 或 $(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, \frac{3+\sqrt{17}}{2})$ 或 $(\frac{3-\sqrt{17}}{2}, \frac{3-\sqrt{17}}{2})$.

【解析】

【分析】(1) 根据抛物线的对称轴是直线 $x=1$ ，可得 $a=-1$ ，再把点 $B(3,0)$ 代入，即可求解；

(2) 先求出 $AC^2 = OA^2 + OC^2 = 10$ ，设点 $N(m, -m+3)$ ，可得 $AN^2 = 2m^2 - 4m + 10$ ， $CN^2 = 2m^2$ ，再分三种情况讨论：当 $AC=AN$ 时，当 $AC=CN$ 时，当 $AN=CN$ 时，即可求解；

(3) 设点 $E(1, n)$ ，点 $F(s, t)$ ，然后分两种情况讨论：当 BC 为边时，当 BC 为对角线时，即可求解.

【小问 1 详解】

解：∵ 抛物线 $y = ax^2 + 2x + c$ 的对称轴是直线 $x=1$ ，

$$\therefore -\frac{2}{2a} = 1, \text{ 解得: } a = -1,$$

∵ 抛物线过点 $B(3,0)$ ，

$$\therefore -9 + 6 + c = 0, \text{ 解得: } c = 3,$$

∴ 抛物线解析式为 $y = -x^2 + 2x + 3$ ；

【小问 2 详解】

解：存在这样的点 N ，使得以 A ， C ， N 为顶点的三角形是等腰三角形. 理由如下：

$$\text{令 } y=0, \text{ 则 } -x^2 + 2x + 3 = 0,$$

$$\text{解得: } x_1 = 3, x_2 = -1,$$

∴ 点 A 的坐标为 $(-1, 0)$ ，

$$\therefore OA=1,$$

当 $x=0$ 时， $y=3$ ，

∴ 点 C 的坐标为 $(0, 3)$ ，即 $OC=3$ ，

$$\therefore AC^2 = OA^2 + OC^2 = 10,$$

设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b (k \neq 0)$ ，

把点 $B(3, 0)$ ， $C(0, 3)$ 代入得：

$$\begin{cases} 3k + b = 0 \\ b = 3 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases},$$

∴ 直线 BC 的解析式为 $y = -x + 3$,

设点 $N(m, -m+3)$,

∴ $MN = -m+3$, $AM = m+1$,

$$\therefore AN^2 = (-m+3)^2 + (m+1)^2 = 2m^2 - 4m + 10, \quad CN^2 = m^2 + (-m+3-3)^2 = 2m^2,$$

当 $AC=AN$ 时, $2m^2 - 4m + 10 = 10$,

解得: $m=2$ 或 0 (舍去),

∴ 此时点 $N(2, 1)$;

当 $AC=CN$ 时, $2m^2 = 10$,

解得: $m = \sqrt{5}$ 或 $-\sqrt{5}$ (舍去),

∴ 此时点 $N(\sqrt{5}, -\sqrt{5} + 3)$;

当 $AN=CN$ 时, $2m^2 = 2m^2 - 4m + 10$,

解得: $m = \frac{5}{2}$,

∴ 此时点 $N(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$;

综上所述, 存在这样的点 $N(2, 1)$ 或 $(\sqrt{5}, -\sqrt{5} + 3)$ 或 $(\frac{5}{2}, \frac{1}{2})$, 使得以 A, C, N 为顶点的三角形是

等腰三角形;

【小问3详解】

解: 存在, 理由如下:

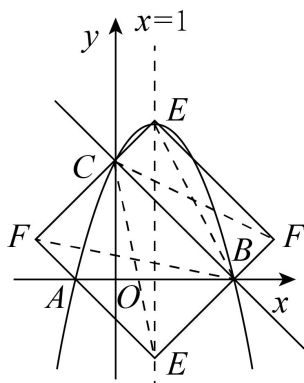
∵ 点 $B(3, 0)$, $C(0, 3)$,

∴ $OB=OC$,

∴ $BC = 3\sqrt{2}$,

设点 $E(1, n)$, 点 $F(s, t)$,

当 BC 为边时, 点 C 向右平移 3 个单位向下平移 3 个单位得到点 B , 同样 $E(F)$ 向右平移 3 个单位向下平移 3 个单位得到点 $F(E)$, 且 $BE=CF$ ($CE=BF$), 如图,

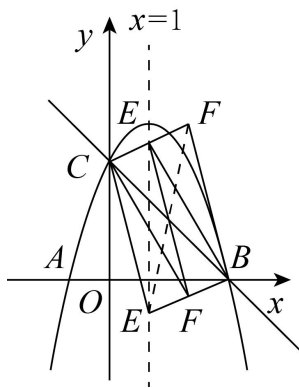


$$\therefore \begin{cases} 1+3=s \\ n-3=t \\ (1-3)^2+n^2=s^2+(t-3)^2 \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} s+3=1 \\ t-3=n \\ (1-0)^2+(n-3)^2=(s-3)^2+(t-0)^2 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} n=4 \\ s=4 \\ t=1 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} n=-2 \\ s=-2 \\ t=1 \end{cases},$$

$\therefore$ 此时点 F 的坐标为 $(4, 1)$ 或 $(-2, 1)$;

当 BC 为对角线时, $BC=EF$, 且 EF 与 BC 的中点重合, 如图,



$$\begin{cases} \frac{1+s}{2} = \frac{3}{2} \\ \frac{n+t}{2} = \frac{3}{2} \\ \sqrt{(1-s)^2 + (n-t)^2} = 3\sqrt{2} \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} n = \frac{3+\sqrt{17}}{2} \\ s = 2 \\ t = \frac{3-\sqrt{17}}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} n = \frac{3-\sqrt{17}}{2} \\ s = 2 \\ t = \frac{3+\sqrt{17}}{2} \end{cases},$$

$\therefore$ 此时点 F 的坐标为 $(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, \frac{3-\sqrt{17}}{2})$ 或 $(\frac{3-\sqrt{17}}{2}, \frac{3+\sqrt{17}}{2})$;

综上所述，存在点 F 的坐标为 $(4, 1)$ 或 $(-2, 1)$ 或 $(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, \frac{3+\sqrt{17}}{2})$ 或 $(\frac{3-\sqrt{17}}{2}, \frac{3-\sqrt{17}}{2})$.

【点睛】 本题主要考查了二次函数的综合题，熟练掌握二次函数的图象和性质，等腰三角形的性质，矩形的性质，并利用分类讨论思想解答是解题的关键是解题的关键.

