

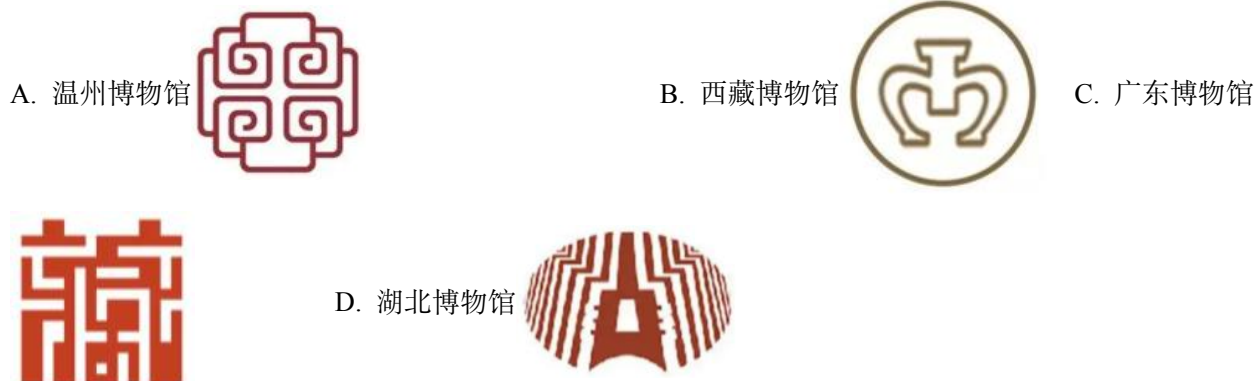
黄石市 2022 年初中学业水平考试

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

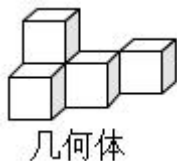
1. $1-\sqrt{2}$ 的绝对值是 ()

- A. $1-\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}-1$ C. $1+\sqrt{2}$ D. $\pm(\sqrt{2}-1)$

2. 下面四幅图是我国一些博物馆的标志, 其中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



3. 由 5 个大小相同的小正方体搭成的几何体如图所示, 它的主视图是 ()



4. 下列运算正确的是 ()

- A. $a^9 - a^7 = a^2$ B. $a^6 \div a^3 = a^2$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $(-2a^2b)^2 = 4a^4b^2$

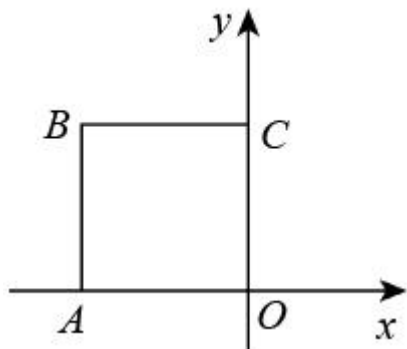
5. 函数 $y = \frac{x}{\sqrt{x+3}} + \frac{1}{x-1}$ 的自变量 x 的取值范围是 ()

- A. $x \neq -3$ 且 $x \neq 1$ B. $x > -3$ 且 $x \neq 1$ C. $x > -3$ D. $x \geq -3$ 且 $x \neq 1$

6. 我市某校开展共创文明班, 一起向未来的古诗文朗诵比赛活动, 有 10 位同学参加了初赛, 按初赛成绩由高到低取前 5 位进入决赛. 如果小王同学知道了自己的成绩后, 要判断能否进入决赛, 他需要知道这 10 位同学成绩的 ()

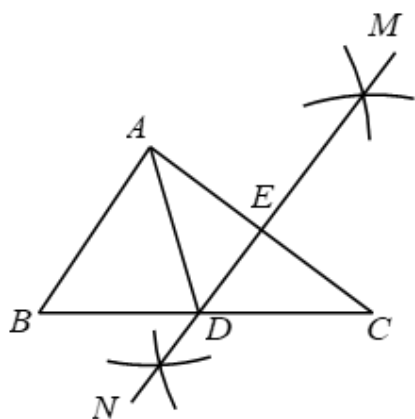
- A. 平均数 B. 众数 C. 中位数 D. 方差

7. 如图, 正方形 $OABC$ 的边长为 $\sqrt{2}$, 将正方形 $OABC$ 绕原点 O 顺时针旋转 45° , 则点 B 的对应点 B_1 的坐标为 ()



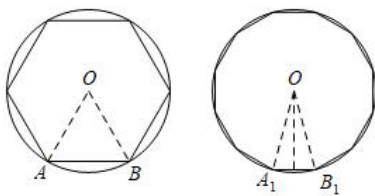
- A. $(-\sqrt{2}, 0)$ B. $(-\sqrt{2}, 0)$ C. $(0, \sqrt{2})$ D. $(0, 2)$

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 分别以 A, C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AC$ 长为半径作弧, 两弧分别相交于 M, N 两点, 作直线 MN , 分别交线段 BC, AC 于点 D, E , 若 $AE = 2\text{cm}$, $\triangle ABD$ 的周长为 11cm , 则 $\triangle ABC$ 的周长为 ()



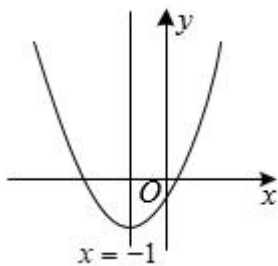
- A. 13 cm B. 14 cm C. 15 cm D. 16 cm

9. 我国魏晋时期的数学家刘徽首创割圆术: 割之弥细, 所失弥少, 割之又割, 以至于不可割, 则与圆周合体, 而无所失矣", 即通过圆内接正多边形割圆, 从正六边形开始, 每次边数成倍增加, 依次可得圆内接正十二边形, 内接正二十四边形, 边数越多割得越细, 正多边形的周长就越接近圆的周长. 再根据“圆周率等于圆周长与该圆直径的比”来计算圆周率. 设圆的半径为 R , 图 1 中圆内接正六边形的周长 $l_6 = 6R$, 则 $\pi \approx \frac{l_6}{2R} = 3$. 再利用圆的内接正十二边形来计算圆周率则圆周率约为 ()



- A. $12\sin 15^\circ$ B. $12\cos 15^\circ$ C. $12\sin 30^\circ$ D. $12\cos 30^\circ$

10. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分图象如图所示，对称轴为直线 $x = -1$ ，有以下结论：① $abc < 0$ ；
②若 t 为任意实数，则有 $a - bt \leq at^2 + b$ ；③当图象经过点 $(1, 3)$ 时，方程 $cx^2 + bx + c - 3 = 0$ 的两根为 x_1 ，
 x_2 ($x_1 < x_2$)，则 $x_1 + 3x_2 = 0$ ，其中，正确结论的个数是 ()



- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

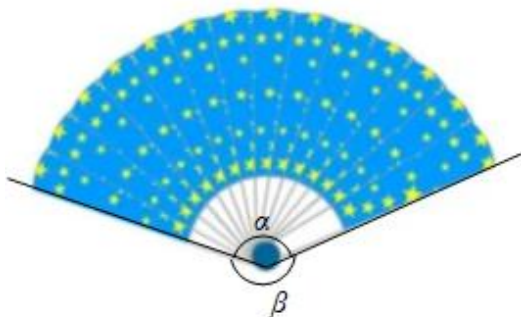
二、填空题 (本大题共 8 小题，第 11-14 每小题 3 分，第 15-18 每小题 4 分，共 28 分)

11. 计算: $(-2)^2 - (2022 - \sqrt{3})^0 =$ _____.

12. 分解因式: $x^3y - 9xy =$ _____.

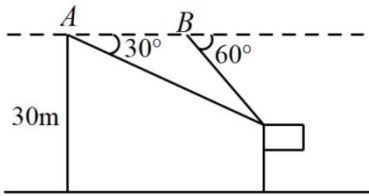
13. 据新华社 2022 年 1 月 26 日报道，2021 年全年新增减税降费约 1.1 万亿元，有力支持国民经济持续稳定恢复用科学计数法表示 1.1 万亿元，可以表示为 _____ 元.

14. 如图，圆中扇子对应的圆心角 α ($\alpha < 180^\circ$) 与剩余圆心角 β 的比值为黄金比时，扇子会显得更加美观，若黄金比取 0.6，则 $\beta - \alpha$ 的度数是 _____.

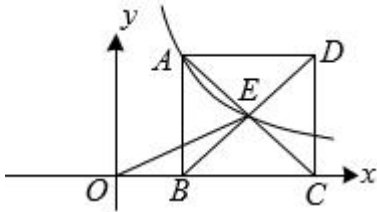


15. 已知关于 x 的方程 $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{x+a}{x(x+1)}$ 的解为负数, 则 a 的取值范围是_____.

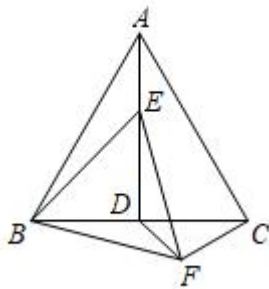
16. 某校数学兴趣小组开展无人机测旗杆的活动: 已知无人机的飞行高度为 30m, 当无人机飞行至 A 处时, 观测旗杆顶部的俯角为 30° , 继续飞行 20m 到达 B 处, 测得旗杆顶部的俯角为 60° , 则旗杆的高度约为_____m. (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732$, 结果按四舍五入保留一位小数)



17. 如图, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象经过矩形 $ABCD$ 对角线的交点 E 和点 A , 点 B 、 C 在 x 轴上, $\triangle OCE$ 的面积为 6, 则 $k =$ _____.



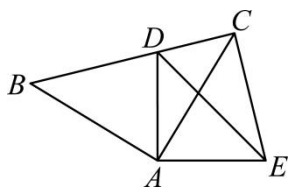
18. 如图, 等边 $\triangle ABC$ 中, $AB = 10$, 点 E 为高 AD 上的一动点, 以 BE 为边作等边 $\triangle BEF$, 连接 DF , CF , 则 $\angle BCF =$ _____, $FB + FD$ 的最小值为_____.



三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 62 分解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. 先化简, 再求值: $\left(1 + \frac{2}{a+1}\right) \div \frac{a^2 + 6a + 9}{a+1}$, 从 -3, -1, 2 中选择合适的 a 的值代入求值.

20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $AB = AC$, $AD = AE$, $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, 且点 D 在线段 BC 上, 连 CE .



- (1) 求证: $\triangle ABD \cong \triangle ACE$;
- (2) 若 $\angle EAC = 60^\circ$, 求 $\angle CED$ 的度数.

21. 某中学为了解学生每学期诵读经典的情况, 在全校范围内随机抽查了部分学生上一学期阅读量, 学校将阅读量分成优秀、良好、较好、一般四个等级, 绘制如下统计表:

等级	一般	较好	良好	优秀
阅读量/本	3	4	5	6
频数	12	a	14	4
频率	0.24	0.40	b	c

请根据统计表中提供的信息, 解答下列问题:

- (1) 本次调查一共随机抽取了_____名学生; 表中 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____.
- (2) 求所抽查学生阅读量的众数和平均数.
- (3) 样本数据中优秀等级学生有 4 人, 其中仅有 1 名男生. 现从中任选派 2 名学生去参加读书分享会, 请用树状图法或列表法求所选 2 名同学中有男生的概率

22. 阅读材料, 解答问题:

材料 1

为了解方程 $(x^2)^2 - 13x^2 + 36 = 0$, 如果我们把 x^2 看作一个整体, 然后设 $y = x^2$, 则原方程可化为

$y^2 - 13y + 36 = 0$, 经过运算, 原方程的解为 $x_{1,2} = \pm 2$, $x_{3,4} = \pm 3$. 我们把以上这种解决问题的方法通常叫做换元法.

材料 2

已知实数 m, n 满足 $m^2 - m - 1 = 0$, $n^2 - n - 1 = 0$, 且 $m \neq n$, 显然 m, n 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两个不相等的实数根, 由韦达定理可知 $m + n = 1$, $mn = -1$.

根据上述材料, 解决以下问题:

- (1) 直接应用:

方程 $x^4 - 5x^2 + 6 = 0$ 的解为_____;

- (2) 间接应用:

已知实数 a, b 满足: $2a^4 - 7a^2 + 1 = 0$, $2b^4 - 7b^2 + 1 = 0$ 且 $a \neq b$, 求 $a^4 + b^4$ 的值;

(3) 拓展应用:

已知实数 x, y 满足: $\frac{1}{m^4} + \frac{1}{m^2} = 7$, $n^2 - n = 7$ 且 $n > 0$, 求 $\frac{1}{m^4} + n^2$ 的值.

23. 某校为配合疫情防控需要, 每星期组织学生进行核酸抽样检测; 防疫部门为了解学生错峰进入操场进行核酸检测情况, 调查了某天上午学生进入操场的累计人数 y (单位: 人) 与时间 x (单位: 分钟) 的变化情况, 发现其变化规律符合函数关系式: $y = \begin{cases} ax^2 + bx + c (0 \leq x \leq 8) \\ 640, (8 < x \leq 10) \end{cases}$, 数据如下表.

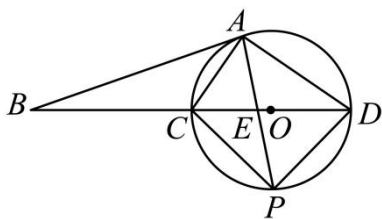
时间 x (分钟)	0	1	2	3	...	8	$8 < x \leq 10$
累计人数 y (人)	0	150	280	390	...	640	640

(1) 求 a, b, c 的值;

(2) 如果学生一进入操场就开始排队进行核酸检测, 检测点有 4 个, 每个检测点每分钟检测 5 人, 求排队人数的最大值 (排队人数-累计人数-已检测人数);

(3) 在 (2) 的条件下, 全部学生都完成核酸检测需要多少时间? 如果要在不超过 20 分钟让全部学生完成核酸检测, 从一开始就应该至少增加几个检测点?

24. 如图 CD 是 $\odot O$ 直径, A 是 $\odot O$ 上异于 C, D 的一点, 点 B 是 DC 延长线上一点, 连接 AB, AC, AD , 且 $\angle BAC = \angle ADB$.

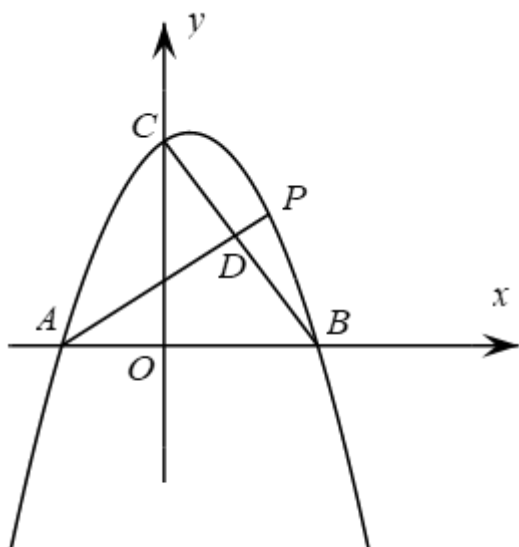


(1) 求证: 直线 AB 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BC = 2OC$, 求 $\tan \angle ADB$ 的值;

(3) 在 (2) 的条件下, 作 $\angle CAD$ 的平分线 AP 交 $\odot O$ 于 P , 交 CD 于 E , 连接 PC, PD , 若 $AB = 2\sqrt{6}$, 求 $AE \cdot AP$ 的值.

25. 如图, 抛物线 $y = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 4$ 与坐标轴分别交于 A, B, C 三点, P 是第一象限内抛物线上的一点且横坐标为 m .



(1) A, B, C 三点的坐标为 _____, _____, _____;

(2) 连接 AP , 交线段 BC 于点 D ,

①当 CP 与 x 轴平行时, 求 $\frac{PD}{DA}$ 的值;

②当 CP 与 x 轴不平行时, 求 $\frac{PD}{DA}$ 的最大值;

(3) 连接 CP , 是否存在点 P , 使得 $\angle BCO + 2\angle PCB = 90^\circ$, 若存在, 求 m 的值, 若不存在, 请说明理由.

