

2022 年湖北省襄阳市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 个小题，每小题 3 分，共 30 分）在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将其标号在答题卡上涂黑作答.

1. 如果温度上升 2°C 记作 $+2^{\circ}\text{C}$ ，那么温度下降 3°C 记作（ ）

- A. $+2^{\circ}\text{C}$ B. -2°C C. $+3^{\circ}\text{C}$ D. -3°C

【答案】D

【解析】

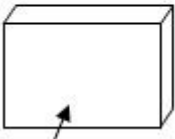
【分析】首先审清题意，明确“正”和“负”所表示的意义；再根据题意作答.

【详解】解：如果温度上升 2°C 记作 $+2^{\circ}\text{C}$ ，那么温度下降 3°C 记作 -3°C .

故选：D.

【点睛】此题考查正负数的意义，运用正负数来描述生活中的实例.

2. 襄阳牛杂面因襄阳籍航天员聂海胜的一句“最想吃的还是我们襄阳的牛杂面”火爆出圈，引发了全国人民的聚焦和关注. 襄阳某品牌牛杂面的包装盒及对应的立体图形如图所示，则该立体图形的主视图为（ ）



正面

- A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】根据主视图的意义，从正面看该立体图形所得到的图形进行判断即可.

【详解】解：从正面看，是一个矩形，

故选：A.

【点睛】本题考查简单几何体的主视图，理解三视图的意义，掌握三视图的画法是正确判断的关键.

3. 2021 年，襄阳市经济持续稳定恢复，综合实力显著增强，人均地区生产总值再上新台阶，突破 100000 元大关. 将 100000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 1×10^4 B. 1×10^5 C. 10×10^4 D. 0.1×10^6

【答案】B

【解析】

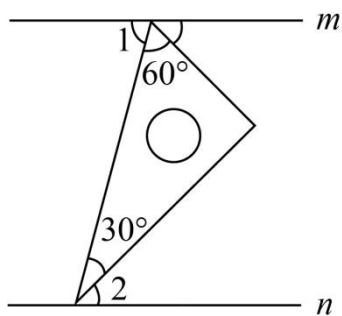
【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数。确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同。当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数；当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数。

【详解】解：将 100000 用科学记数法表示为 1×10^5 。

故选：B。

【点睛】此题考查了科学记数法。解题的关键是掌握科学记数法的表示方法。科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值。

4. 已知直线 $m \parallel n$ ，将一块含 30° 角的直角三角板 ABC ($\angle ABC = 30^\circ$, $\angle BAC = 60^\circ$) 按如图方式放置，点 A , B 分别落在直线 m , n 上。若 $\angle 1 = 70^\circ$ 。则 $\angle 2$ 的度数为 ()

A. 30° B. 40° C. 60° D. 70°

【答案】B

【解析】

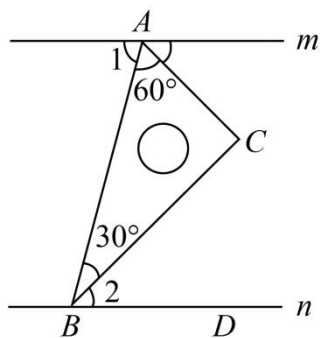
【分析】根据平行线的性质求得 $\angle ABD$ ，再根据角的和差关系求得结果。

【详解】解： $\because m \parallel n$, $\angle 1 = 70^\circ$,

$$\therefore \angle 1 = \angle ABD = 70^\circ,$$

$$\because \angle ABC = 30^\circ,$$

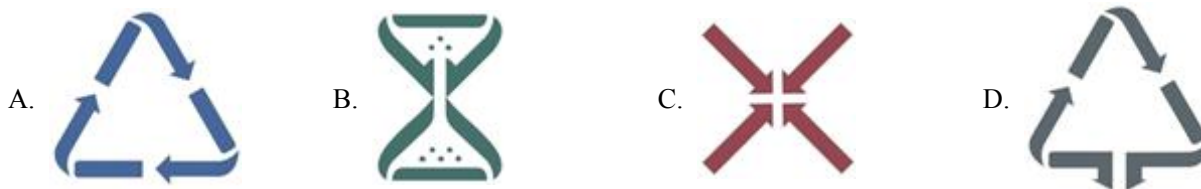
$$\therefore \angle 2 = \angle ABD - \angle ABC = 40^\circ,$$



故选: B.

【点睛】 本题主要考查了平行线的性质, 关键是熟练掌握平行线的性质.

5. 襄阳市正在创建全国文明城市, 某社区从今年 6 月 1 日起实施垃圾分类回收. 下列图形分别是可回收物、厨余垃圾、有害垃圾及其它垃圾的标志, 其中, 既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()



【答案】 C

【解析】

【分析】 根据中心对称图形与轴对称图形的概念进行判断即可.

【详解】 解: A、不是轴对称图形, 也不是中心对称图形, 故本选不符合题意;

B、是轴对称图形, 但不是中心对称图形, 故本选项不符合题意;

C、既是中心对称图形又是轴对称图形, 故本选项正确, 符合题意;

D、不是轴对称图形, 也不是中心对称图形, 故本选不符合题意;

故选: C.

【点睛】 本题考查轴对称图形和中心对称图形的定义, 解题的关键是熟练掌握定义: 如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合, 这样的图形叫做轴对称图形; 在平面内, 把一个图形绕着某个点旋转 180° , 如果旋转后的图形能与原来的图形重合, 那么这个图形叫做中心对称图形.

6. 下列说法正确的是 ()

A. 自然现象中, “太阳东方升起” 是必然事件

B. 成语“水中捞月” 所描述的事件, 是随机事件

C. “襄阳明天降雨的概率为 0.6”, 表示襄阳明天一定降雨

D. 若抽奖活动的中奖概率为 $\frac{1}{50}$, 则抽奖 50 次必中奖 1 次

【答案】 A

【解析】

【分析】 根据概率的意义, 概率公式, 随机事件, 必然事件, 不可能事件的特点, 即可解答.

【详解】 解: A、自然现象中, “太阳东方升起” 是必然事件, 故 A 符合题意;

B、成语“水中捞月” 所描述的事件, 是不可能事件, 故 B 不符合题意;

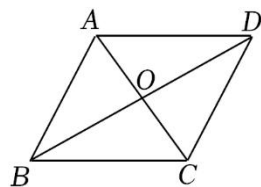
C、襄阳明天降雨的概率为 0.6”, 表示襄阳明天降雨的可能性是 60%, 故 C 不符合题意;

D、若抽奖活动的中奖概率为 $\frac{1}{50}$ ，则抽奖 50 次不一定中奖 1 次，故 D 不符合题意；

故选：A.

【点睛】本题考查了概率的意义，概率公式，随机事件，熟练掌握这些数学概念是解题的关键.

7. 如图， $\square ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 相交于点 O ，下列说法正确的是（ ）



A. 若 $OB = OD$ ，则 $\square ABCD$ 是菱形

B. 若 $AC = BD$ ，则 $\square ABCD$ 是菱形

C. 若 $OA = OD$ ，则 $\square ABCD$ 是菱形

D. 若 $AC \perp BD$ ，则 $\square ABCD$ 是菱形

【答案】D

【解析】

【分析】由矩形的判定和菱形的判定分别对各个选项进行判断即可.

【详解】解：A、 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore OB = OD$ ，故选项 A 不符合题意；

B、 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $AC = BD$ ，

$\therefore \square ABCD$ 是矩形，故选项 B 不符合题意；

C、 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$$\therefore OA = OC = \frac{1}{2} AC, OB = OD = \frac{1}{2} BD,$$

$$\because OA = OD,$$

$$\therefore AC = BD,$$

$\therefore \square ABCD$ 是矩形，故选项 C 不符合题意；

D、 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形， $AC \perp BD$ ，

$\therefore \square ABCD$ 是菱形，故选项 D 符合题意；

故选：D.

【点睛】本题考查了菱形的判定、矩形的判定以及平行四边形的性质，熟练掌握菱形的判定和矩形的判定是解题的关键.

8. 《九章算术》是我国古代重要的数学专著之一，其中记录的一道题译为白话文是：把一份文件用慢马送到 900 里外的城市，需要的时间比规定时间多一天；如果用快马送，所需的时间比规定时间少 3 天. 已知

快马的速度是慢马的 2 倍, 求规定时间. 设规定时间为 x 天, 则可列方程为 ()

A. $\frac{900}{x+1} = \frac{900}{x-3} \times 2$

B. $\frac{900}{x+1} \times 2 = \frac{900}{x-3}$

C. $\frac{900}{x-1} = \frac{900}{x+3} \times 2$

D. $\frac{900}{x-1} \times 2 = \frac{900}{x+3}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意找出题目中的等量关系列出方程即可.

【详解】设规定时间为 x 天,

则可列方程为 $\frac{900}{x+1} \times 2 = \frac{900}{x-3}$,

故选: B.

【点睛】此题考查了分式方程应用题, 解题的关键是根据题意找出题目中的等量关系列出方程.

9. 若点 $A(-2, y_1)$, $B(-1, y_2)$ 都在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上, 则 y_1, y_2 的大小关系是 ()

A. $y_1 < y_2$

B. $y_1 = y_2$

C. $y_1 > y_2$

D. 不能确定

【答案】C

【解析】

【分析】根据反比例函数图象上点的坐标特征即可求解.

【详解】解: $\because$ 点 $A(-2, y_1)$, $B(-1, y_2)$ 都在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上, $k=2 > 0$,

$\therefore$ 在每个象限内 y 随 x 的增大而减小,

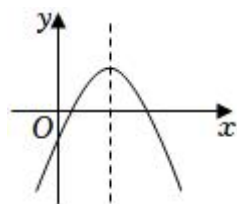
$\because -2 < -1$,

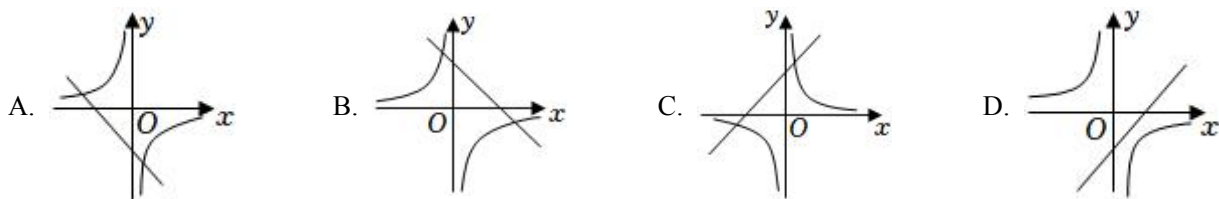
$\therefore y_1 > y_2$,

故选: C.

【点睛】本题考查了反比例函数图象的性质, 熟练掌握反比例函数图象与性质是解题的关键.

10. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 则一次函数 $y = bx + c$ 和反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的图象可能是 ()





【答案】 D

【解析】

【分析】 根据二次函数图象开口向下得到 $a < 0$ ，再根据对称轴确定出 b ，根据与 y 轴的交点确定出 $c < 0$ ，然后确定出一次函数图象与反比例函数图象的情况，即可得解.

【详解】 解： $\because$ 二次函数图象开口方向向下，

$$\therefore a < 0,$$

$$\therefore \text{对称轴为直线 } x = -\frac{b}{2a} > 0,$$

$$\therefore b > 0,$$

$\therefore$ 与 y 轴的负半轴相交，

$$\therefore c < 0,$$

$\therefore y = bx + c$ 的图象经过第一、三、四象限，

反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 图象在第二四象限，

只有 D 选项图象符合.

故选： D.

【点睛】 本题考查了二次函数的图形，一次函数的图象，反比例函数的图象，熟练掌握二次函数的有关性质：开口方向、对称轴、与 y 轴的交点坐标等确定出 a 、 b 、 c 的情况是解题的关键.

二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）把答案填在答题卡的相应位置上.

11. 化简分式： $\frac{ma}{a+b} + \frac{mb}{a+b} = \underline{\hspace{2cm}}.$

【答案】 m

【解析】

【分析】 根据同分母的分式加法运算法则求解后约分即可得到结论.

$$\begin{aligned} \text{【详解】 解： } & \frac{ma}{a+b} + \frac{mb}{a+b} \\ &= \frac{ma+mb}{a+b} \\ &= \frac{m(a+b)}{a+b} \\ &= m, \end{aligned}$$

故答案为: m .

【点睛】 本题考查分式的化简, 掌握同分母的分式求和及约分是解决问题的关键.

12. 不等式组 $\begin{cases} 2x > x+1 \\ 4x-1 > 7 \end{cases}$ 的解集是_____.

【答案】 $x > 2$

【解析】

【分析】 分别求出每一个不等式的解集, 根据口诀: 同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小找不到, 确定不等式组的解集.

【详解】 解: $\begin{cases} 2x > x+1 \text{ ①} \\ 4x-1 > 7 \text{ ②} \end{cases}$

解不等式①得: $x > 1$,

解不等式②得: $x > 2$,

$\therefore$ 不等式组的解集为 $x > 2$,

故答案为: $x > 2$.

【点睛】 本题考查了解一元一次不等式组, 掌握求不等式公共解集的方法是解题的关键.

13. 经过某十字路口的汽车, 它可能直行, 也可能向左转或向右转, 假设这三种可能性大小相同, 那么两辆汽车经过这个十字路口, 一辆向左转, 一辆向右转的概率是_____.

【答案】 $\frac{2}{9}$

【解析】

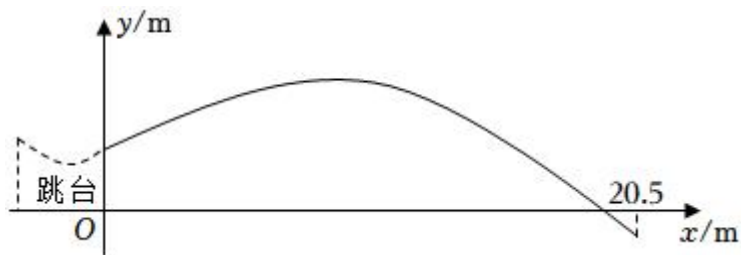
【分析】 列举出所有情况, 让一辆向左转, 一辆向右转的情况数除以总情况数即为所求的可能性.



一辆向左转, 一辆向右转的情况有两种, 则概率是 $\frac{2}{9}$.

【点睛】 本题考查了列表法与树状图法, 用到的知识点为: 可能性=所求情况数与总情况数之比.

14. 在北京冬奥会自由式滑雪大跳台比赛中, 我国选手谷爱凌的精彩表现让人叹为观止, 已知谷爱凌从 2m 高的跳台滑出后的运动路线是一条抛物线, 设她与跳台边缘的水平距离为 x m, 与跳台底部所在水平面的竖直高度为 y m, y 与 x 的函数关系式为 $y = -\frac{1}{32}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$ ($0 \leq x \leq 20.5$), 当她与跳台边缘的水平距离为_____m 时, 竖直高度达到最大值.



【答案】 8

【解析】

【分析】把抛物线解析式化为顶点式，由函数的性质求解即可.

【详解】解: $\because y = -\frac{1}{32}x^2 + \frac{1}{2}x + 2 = -\frac{1}{32}(x-8)^2 + 4, -\frac{1}{32} < 0,$

$\therefore$ 当 $x=8$ 时, y 有最大值, 最大值为 4,

$\therefore$ 当她与跳台边缘的水平距离为 8m 时, 竖直高度达到最大值.

故答案为: 8.

【点睛】本题考查二次函数的应用, 根据函数的性质求解是解题的关键.

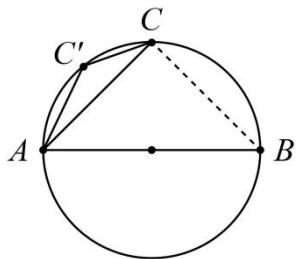
15. 已知 $\odot O$ 的直径 AB 长为 2, 弦 AC 长为 $\sqrt{2}$, 那么弦 AC 所对的圆周角的度数等于_____.

【答案】 45° 或 135°

【解析】

【分析】直径所对圆周角是直角, 勾股定理求出 BC , 证得 $\triangle ABC$ 为等腰直角三角形即可解得.

【详解】解: 如图



连接 BC ,

$\because \odot O$ 的直径 AB

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$

根据勾股定理得

$$BC = \sqrt{AB^2 - AC^2}$$

$$\therefore BC = \sqrt{2}$$

$\therefore \triangle ABC$ 为等腰直角三角形

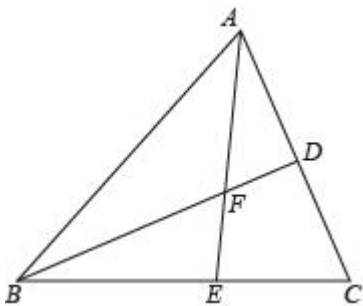
$\therefore \angle ABC = 45^\circ$

$\angle ABC' = 135^\circ$

$\therefore$ 弦 AC 所对的圆周角的度数等于 45° 或者 135°

【点睛】此题考查了求圆周角，解题的关键是构造直角三角形.

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 AC 的中点， $\triangle ABC$ 的角平分线 AE 交 BD 于点 F ，若 $BF:FD = 3:1$ ， $AB+BE = 3\sqrt{3}$ ，则 $\triangle ABC$ 的周长为_____.

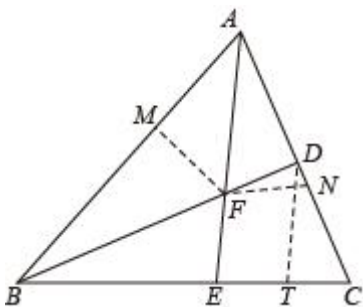


【答案】 $5\sqrt{3}$

【解析】

【分析】如图，过点 F 作 $FM \perp AB$ 于点 M ， $FN \perp AC$ 于点 N ，过点 D 作 $DT \parallel AE$ 交 BC 于点 T 。证明 $AB = 3AD$ ，设 $AD = CD = a$ ，证明 $ET = CT$ ，设 $ET = CT = b$ ，则 $BE = 3b$ ，求出 $a+b$ ，可得结论。

【详解】解：如图，过点 F 作 $FM \perp AB$ 于点 M ， $FN \perp AC$ 于点 N ，过点 D 作 $DT \parallel AE$ 交 BC 于点 T 。



$\because AE$ 平分 $\angle BAC$ ， $FM \perp AB$ ， $FN \perp AC$ ，

$\therefore FM = FN$ ，

$$\therefore \frac{S_{\triangle ABF}}{S_{\triangle ADF}} = \frac{BF}{DF} = \frac{\frac{1}{2} \cdot AB \cdot FM}{\frac{1}{2} \cdot AD \cdot FN} = 3,$$

$\therefore AB = 3AD$ ，

设 $AD = DC = a$, 则 $AB = 3a$,

$\because AD = DC$, $DT \parallel AE$,

$\therefore ET = CT$,

$$\therefore \frac{BE}{ET} = \frac{BF}{DF} = 3 ,$$

设 $ET = CT = b$, 则 $BE = 3b$,

$\because AB + BE = 3\sqrt{3}$,

$$\therefore 3a + 3b = 3\sqrt{3} ,$$

$$\therefore a + b = \sqrt{3} ,$$

$$\therefore \triangle ABC \text{ 的周长} = AB + AC + BC = 5a + 5b = 5\sqrt{3} ,$$

故答案为: $5\sqrt{3}$.

【点睛】 本题考查平行线分线段成比例定理, 角平分线的性质定理等知识, 解题的关键是学会利用参数解决问题.

三、解答题 (本大题共 9 个小题, 共 72 分) 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤, 并且写在答题卡上每题对应的答题区域内.

17. 先化简, 再求值: $(a+2b)^2 + (a+2b)(a-2b) + 2a(b-a)$, 其中 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3} + \sqrt{2}$.

【答案】 $6ab, 6$

【解析】

【分析】 直接利用完全平方公式、平方差公式化简, 进而合并同类项, 再把已知数据代入得出答案.

【详解】 解: 原式 $= a^2 + 4b^2 + 4ab + a^2 - 4b^2 + 2ab - 2a^2$

$$= 6ab ;$$

$$\because a = \sqrt{3} - \sqrt{2} , b = \sqrt{3} + \sqrt{2} ,$$

$$\therefore \text{原式} = 6(\sqrt{3} - \sqrt{2})(\sqrt{3} + \sqrt{2})$$

$$= 6$$

【点睛】 此题主要考查了二次根式的混合运算与整式的混合运算——化简求值, 正确掌握整式的混合运算法则是解题关键.

18. 在“双减”背景下, 某区教育部门想了解该区 A, B 两所学校九年级各 500 名学生的课后书面作业时长情况, 从这两所学校分别随机抽取 50 名九年级学生的课后书面作业时长数据 (保留整数), 整理分析过程

如下:

【收集数据】 A 学校 50 名九年级学生中, 课后书面作业时长在 $70.5 \leq x < 80.5$ 组的具体数据如下:

74, 72, 72, 73, 74, 75, 75, 75, 75,

75, 75, 76, 76, 76, 77, 77, 78, 80

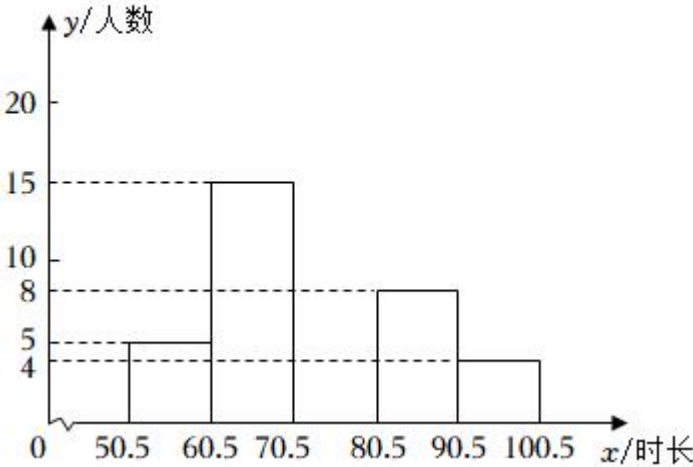
【整理数据】不完整的两所学校的频数分布表如下, 不完整的 A 学校频数分布直方图如图所示:

组别	$50.5 \leq x < 60.5$	$60.5 \leq x < 70.5$	$70.5 \leq x < 80.5$	$80.5 \leq x < 90.5$	$90.5 \leq x < 100.5$
A 学校	5	15	x	8	4
B 学校	7	10	12	17	4

【分析数据】两组数据的平均数、众数、中位数、方差如下表:

特征数	平均数	众数	中位数	方差
A 学校	74	75	y	127.36
B 学校	74	85	73	144.12

A 学校50名九年级学生课后书面作业
时长的频数分布直方图



根据以上信息, 回答下列问题:

- (1) 本次调查是_____调查 (选填“抽样”或“全面”);
- (2) 统计表中, $x =$ _____, $y =$ _____;
- (3) 补全频数分布直方图;
- (4) 在这次调查中, 课后书面作业时长波动较小的是_____学校 (选填“ A ”或“ B ”);
- (5) 按规定, 九年级学生每天课后书面作业时长不得超过 90 分钟, 估计两所学校 1000 名学生中, 能在 90 分钟内 (包括 90 分钟) 完成当日课后书面作业的学生共有_____人.

【答案】(1) 抽样 (2) 18, 74.5

(3) 见解析 (4) A

(5) 920

【解析】

【分析】(1) 根据题意知本次调查是抽样调查;

(2) 用总数减去其它组的频数求 x , 利用求中位数的方法求 y ;

(3) 根据 A 学校的频数分布表补全频数分布直方图;

(4) 根据方差即可判断;

(5) 分别求出在 90 分钟内 (包括 90 分钟) 完成当日课后书面作业的学生即可.

【小问 1 详解】

根据题意知本次调查是抽样调查;

故答案为: 抽样.

【小问 2 详解】

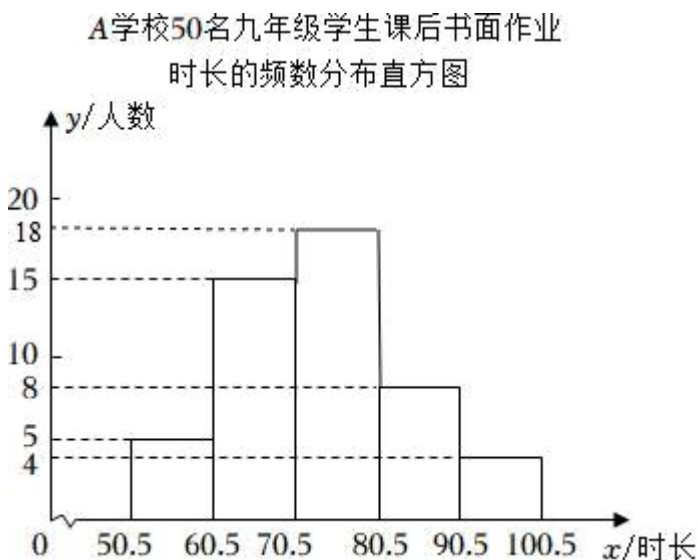
$$x=50-5-15-8-4=18,$$

$$\text{中位数为第 25 个和第 26 个平均数 } \frac{74+75}{2} = 74.5,$$

故答案为: 18, 74.5.

【小问 3 详解】

补全频数分布直方图:



【小问 4 详解】

因为 A 学校的方差为 127.36, B 学校的方差为 144.12,

$$127.36 < 144.12,$$

∴课后书面作业时长波动较小的是 A 学校,

故答案为: A.

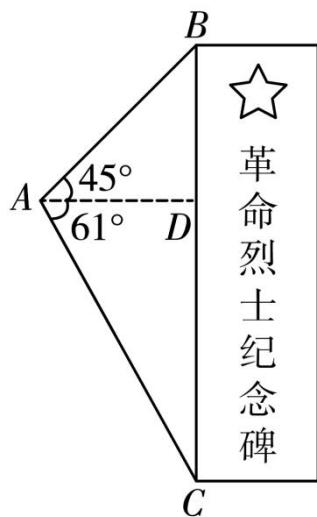
【小问 5 详解】

$$500 \times \frac{5+15+18+8}{50} + 500 \times \frac{7+10+12+17}{50} = 920 \text{ (人)}$$

故答案为: 920.

【点睛】本题主要考查了统计表, 众数, 中位数以及方差的综合运用, 利用统计图获取信息时, 必须认真观察、分析、研究统计图, 才能作出正确的判断和解决问题.

19. 位于岷山的革命烈士纪念碑是襄阳市的标志性建筑, 是为纪念“襄樊战役”中牺牲的革命烈士及第一、第二次国内革命战争时期为襄阳的解放事业献身的革命烈士的而兴建的, 某校数学兴趣小组利用无人机测量烈士塔的高度. 无人机在点 A 处测得烈士塔顶部点 B 的仰角为 45° , 烈士塔底部点 C 的俯角为 61° , 无人机与烈士塔的水平距离 AD 为 10m, 求烈士塔的高度. (结果保留整数. 参考数据: $\sin 61^\circ \approx 0.87$, $\cos 61^\circ \approx 0.48$, $\tan 61^\circ \approx 1.80$)



【答案】烈士塔的高度约为 28m.

【解析】

【分析】在 $Rt\triangle ABD$ 中, $\angle BAD=45^\circ$, $AD=10\text{m}$, 则 $BD=AD=10\text{m}$, 在 $Rt\triangle ACD$ 中,

$$\tan \angle DAC = \tan 61^\circ = \frac{CD}{AD} = \frac{CD}{10} \approx 1.80, \text{ 解得 } CD \approx 18\text{m}, \text{ 由 } BC = BD + CD \text{ 可得出答案.}$$

【详解】解: 由题意得, $\angle BAD=45^\circ$, $\angle DAC=61^\circ$,

在 $Rt\triangle ABD$ 中, $\angle BAD=45^\circ$, $AD=10\text{m}$,

$$\therefore BD = AD = 10\text{m},$$

在 $Rt\triangle ACD$ 中, $\angle DAC=61^\circ$,

$$\tan 61^\circ = \frac{CD}{AD} = \frac{CD}{10} \approx 1.80,$$

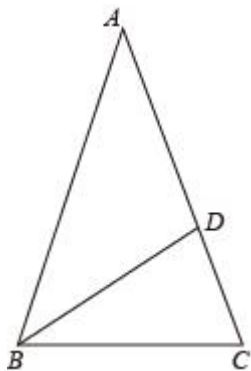
解得 $CD \approx 18$,

$$\therefore BC = BD + CD = 10 + 18 = 28 \text{ (m)}.$$

$\therefore$ 烈士塔的高度约为 28m.

【点睛】 本题考查解直角三角形的应用-仰角俯角问题, 熟练掌握锐角三角函数的定义是解答本题的关键.

20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线.



(1) 作 $\angle ACB$ 的角平分线, 交 AB 于点 E (尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹);

(2) 求证: $AD = AE$.

【答案】 (1) 见解析 (2) 见解析

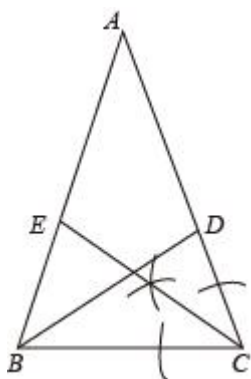
【解析】

【分析】 (1) 按照角平分线的作图步骤作图即可.

(2) 证明 $\triangle ACE \cong \triangle ABD$, 即可得出 $AD = AE$.

【小问 1 详解】

解: 如图所示, CE 即为所求.



【小问 2 详解】

证明: $\because AB = AC$,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB,$$

$\because BD$ 是 $\angle ABC$ 的角平分线, CE 是 $\angle ACB$ 的角平分线,

$$\therefore \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC, \quad \angle ACE = \frac{1}{2} \angle ACB,$$

$$\therefore \angle ABD = \angle ACE,$$

$$\therefore AB = AC, \quad \angle A = \angle A,$$

$$\therefore \triangle ACE \cong \triangle ABD \quad (\text{ASA}),$$

$$\therefore AD = AE.$$

【点睛】本题考查尺规作图、全等三角形的判定与性质，熟练掌握角平分线的作图步骤以及全等三角形的判定与性质是解答本题的关键。

21. 探究函数性质时，我们经历了列表、描点、连线画出函数图象，观察分析图象特征，概括函数性质的过程。结合已有经验，请画出函数 $y = \frac{6}{|x|} - |x|$ 的图象，并探究该函数性质。

程。结合已有经验，请画出函数 $y = \frac{6}{|x|} - |x|$ 的图象，并探究该函数性质。

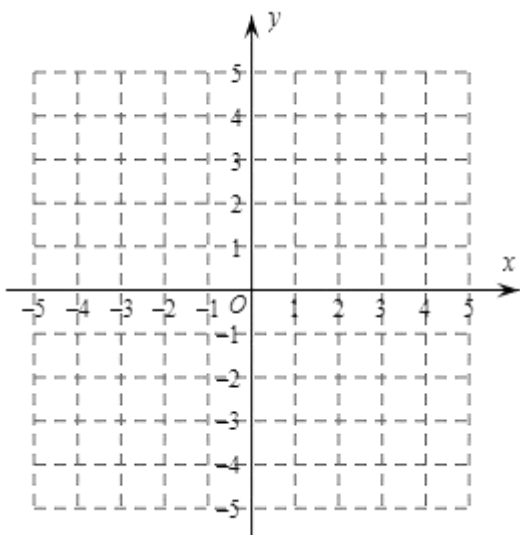
(1) 绘制函数图象

①列表：下列是 x 与 y 的几组对应值，其中 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

x		-5	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	5	
y		-3.8	-2.5	-1	1	5	5	a	-1	-2.5	-3.8	

②描点：根据表中的数值描点 (x, y) ，请补充描出点 $(2, a)$ ；

③连线：请用平滑的曲线顺次连接各点，画出函数图象；



(2) 探究函数性质，请写出函数 $y = \frac{6}{|x|} - |x|$ 的一条性质： $\underline{\hspace{2cm}}$ ；

(3) 运用函数图象及性质

①写出方程 $\frac{6}{|x|} - |x| = 5$ 的解_____;

②写出不等式 $\frac{6}{|x|} - |x| \leq 1$ 的解集_____.

【答案】(1) ①1; ②见解析, ③见解析

(2) $y = \frac{6}{|x|} - |x|$ 的图象关于 y 轴对称轴 (答案不唯一)

(3) ① $x = 1$ 或 $x = -1$; ② $x \leq -2$ 或 $x \geq 2$

【解析】

【分析】(1) ①把 $x=2$ 代入解析式即可得 a 的值; ②③按要求描点, 连线即可;

(2) 观察函数图象, 可得函数性质;

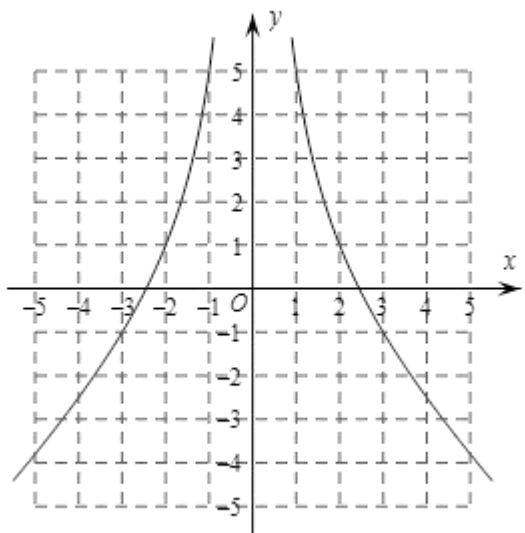
(3) ①由函数图象可得答案; ②观察函数图象即得答案.

【小问 1 详解】

①列表: 当 $x=2$ 时, $a = \frac{6}{|2|} - |2| = 1$,

故答案为: 1;

②描点, ③连线如下:



【小问 2 详解】

观察函数图象可得: $y = \frac{6}{|x|} - |x|$ 的图象关于 y 轴对称,

故答案为: $y = \frac{6}{|x|} - |x|$ 的图象关于 y 轴对称;

【小问3详解】

①观察函数图象可得：当 $y=5$ 时， $x=1$ 或 $x=-1$ ，

$$\frac{6}{|x|} - |x| = 5 \text{ 的解是 } x=1 \text{ 或 } x=-1,$$

故答案为： $x=1$ 或 $x=-1$ ，

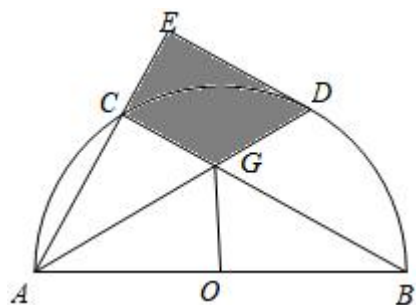
②观察函数图象可得，当 $x \leq -2$ 或 $x \geq 2$ 时， $y \leq 1$ ，

$$\therefore \frac{6}{|x|} - |x| \leq 1 \text{ 的解集是 } x \leq -2 \text{ 或 } x \geq 2,$$

故答案为： $x \leq -2$ 或 $x \geq 2$ 。

【点睛】本题考查了列表描点画函数图象，根据函数图象获取信息，画出函数图象，从函数图象获取信息是解题的关键。

22. 如图， AB 是半圆 O 的直径，点 C 在半圆 O 上，点 D 为 $\widehat{BC}$ 的中点，连接 AC ， BC ， AD ， AD 与 BC 相交于点 G ，过点 D 作直线 $DE \parallel BC$ ，交 AC 的延长线于点 E 。



(1) 求证： DE 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ ， $CG = 2\sqrt{3}$ ，求阴影部分的面积。

【答案】(1) 见解析 (2) $\frac{15\sqrt{3}}{2}$

【解析】

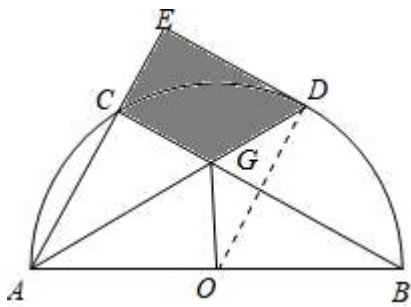
【分析】(1) 连接 OD ，根据已知条件，由 $OD \perp BC$ ， $DE \parallel BC$ ，证明 $OD \perp DE$ 即可；

(2) 根据 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ 相等，再由 (1) 中 $\widehat{CD} = \widehat{BD}$ 可得， $\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{BD}$ ，从而得到 $\angle CAD = \angle BAD = \angle ABC = 30^\circ$ ，在 $Rt\triangle ACG$ 中，利用锐角三角函数求出 AC 、 AG 的长，从而求出 $\triangle CAG$ 的面积，在 $Rt\triangle ABD$ 中利用锐角三角函数求出 AD 的长，根据 $DE \parallel BC$ 可得 $\triangle ACG \sim \triangle AED$ ，利用相似三角形的面积比等于相似比的平方

求出 $S_{\triangle AED} = \frac{27\sqrt{3}}{2}$ ，进而即可阴影部分的面积。

【小问 1 详解】

证明：连接 OD ，如图所示，



$\because$ 点 D 为 $\widehat{BC}$ 的中点,

$\therefore OD \perp BC$

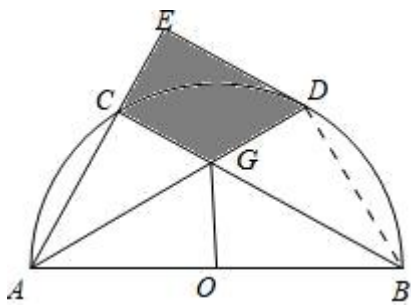
$\because DE \parallel BC$,

$\therefore OD \perp DE$.

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线.

【小问 2 详解】

连接 BD ，如图所示，



$\because \widehat{AC} = \widehat{BD}$

$\therefore BD = AC$

$\because$ 点 D 为 $\widehat{BC}$ 的中点,

$\therefore \widehat{CD} = \widehat{BD}$,

$\therefore \widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{BD}$,

$\therefore \angle CAD = \angle BAD = 30^\circ$.

$\because AB$ 是半圆 O 的直径,

$\therefore \angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$,

在 $Rt\triangle ACG$ 中, $\tan \angle CAD = \frac{CG}{CA}$, $\sin \angle CAD = \frac{CG}{AG}$,

$$\therefore CA = \frac{CG}{\tan 30^\circ}, AG = \frac{CG}{\sin 30^\circ},$$

$$\because CG = 2\sqrt{3},$$

$$\therefore CA = 2\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 6, \quad AG = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore BD = CA = 6,$$

$$\therefore S_{\triangle ACG} = \frac{1}{2} CG \cdot AC = 6\sqrt{3},$$

$$\text{在 } Rt\triangle ABD \text{ 中, } \tan \angle BAD = \frac{BD}{AD},$$

$$\therefore AD = \frac{BD}{\tan 30^\circ} = \frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 6\sqrt{3}.$$

$$\because DE \parallel BC,$$

$$\therefore \triangle CAG \sim \triangle EAD,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle CAG}}{S_{\triangle EAD}} = \left(\frac{AG}{AD}\right)^2,$$

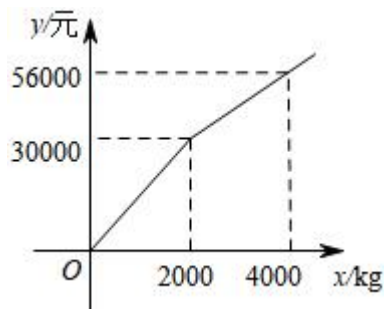
$$\text{即 } \frac{6\sqrt{3}}{S_{\triangle EAD}} = \frac{4}{9},$$

$$\therefore S_{\triangle EAD} = \frac{27\sqrt{3}}{2}.$$

$$\therefore S_{\text{阴影部分}} = S_{\triangle EAD} - S_{\triangle ACG} = \frac{15\sqrt{3}}{2}.$$

【点睛】本题主要考查了切线的判定定理、垂径定理、圆周角定理以及相似三角形的性质，解直角三角形，掌握以上知识是解题的关键.

23. 为了振兴乡村经济，我市某镇鼓励广大农户种植山药，并精加工成甲、乙两种产品、某经销商购进甲、乙两种产品，甲种产品进价为 8 元/kg；乙种产品的进货总金额 y （单位：元）与乙种产品进货量 x （单位：kg）之间的关系如图所示. 已知甲、乙两种产品的售价分别为 12 元/kg 和 18 元/kg.



(1) 求出 $0 \leq x \leq 2000$ 和 $x > 2000$ 时, y 与 x 之间的函数关系式;

(2) 若该经销商购进甲、乙两种产品共 6000kg, 并能全部售出. 其中乙种产品的进货量不低于 1600kg, 且不高于 4000kg, 设销售完甲、乙两种产品所获总利润为 w 元 (利润 = 销售额 - 成本), 请求出 w (单位: 元) 与乙种产品进货量 x (单位: kg) 之间的函数关系式, 并为该经销商设计出获得最大利润的进货方案;

(3) 为回馈广大客户, 该经销商决定对两种产品进行让利销售. 在 (2) 中获得最大利润的进货方案下, 甲、乙两种产品售价分别降低 a 元/kg 和 $2a$ 元/kg, 全部售出后所获总利润不低于 15000 元, 求 a 的最大值.

【答案】(1) $y = \begin{cases} 15x(0 \leq x \leq 2000) \\ 13x + 4000(x > 2000) \end{cases}$.

(2) $w = \begin{cases} 41x + 24000(1600 \leq x \leq 2000) \\ 61x + 44000(2000 < x \leq 4000) \end{cases}$; 当购进甲产品 2000 千克, 乙产品 4000 千克时, 利润最大为

288000 元.

(3) a 的最大值为 $\frac{91}{38}$.

【解析】

【分析】(1) 分当 $0 \leq x \leq 2000$ 时, 当 $x > 2000$ 时, 利用待定系数法求解即可;

(2) 根据题意可知, 分当 $1600 \leq x \leq 2000$ 时, 当 $2000 < x \leq 4000$ 时, 分别列出 w 与 x 的函数关系式, 根据一次函数的性质可得出结论;

(3) 根据题意可知, 降价后, w 与 x 的关系式, 并根据利润不低于 15000, 可得出 a 的取值范围.

【小问 1 详解】

当 $0 \leq x \leq 2000$ 时, 设 $y = k'x$, 根据题意可得, $2000k' = 30000$,

解得 $k' = 15$,

$$\therefore y = 15x;$$

当 $x > 2000$ 时, 设 $y = kx + b$,

根据题意可得,
$$\begin{cases} 2000k + b = 30000 \\ 4000k + b = 56000 \end{cases},$$

解得
$$\begin{cases} k = 13 \\ b = 4000 \end{cases},$$

$$\therefore y = 13x + 4000.$$

$$\therefore y = \begin{cases} 15x(0 \leq x \leq 2000) \\ 13x + 4000(x > 2000) \end{cases}.$$

【小问 2 详解】

根据题意可知, 购进甲种产品 $(6000-x)$ 千克,

$$\therefore 1600 \leq x \leq 4000,$$

$$\text{当 } 1600 \leq x \leq 2000 \text{ 时, } w = (12-8) \times (6000-x) + (18-15) \cdot 15x = 41x + 24000,$$

$$\therefore 41 > 0,$$

$$\therefore \text{当 } x = 2000 \text{ 时, } w \text{ 的最大值为 } 41 \times 2000 + 24000 = 106000;$$

$$\text{当 } 2000 < x \leq 4000 \text{ 时, } w = (12-8) \times (6000-x) + (18-13)(13x+4000) = 61x + 44000,$$

$$\therefore 61 > 0,$$

$$\therefore \text{当 } x = 4000 \text{ 时, } w \text{ 的最大值为 } 61 \times 4000 + 44000 = 288000 \text{ (元)},$$

综上, $w = \begin{cases} 41x + 24000 (1600 \leq x \leq 2000) \\ 61x + 44000 (2000 < x \leq 4000) \end{cases}$; 当购进甲产品 2000 千克, 乙产品 4000 千克时, 利润最大为

288000 元.

【小问 3 详解】

根据题意可知, 降价后,

$$w = (12-8-a) \times (6000-x) + (18-13-2a)(13x+4000) = (61-25a)x + 44000 - 14000a,$$

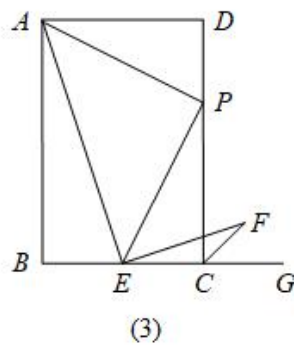
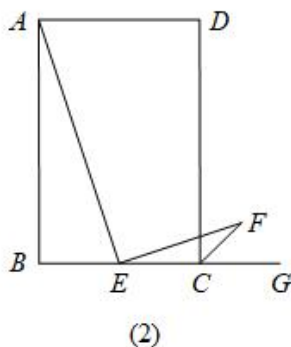
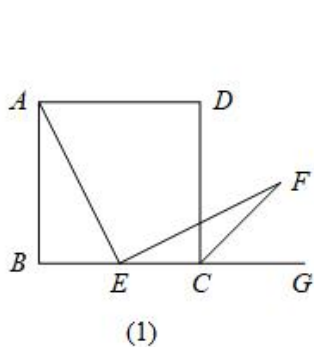
当 $x = 4000$ 时, w 取得最大值,

$$\therefore (61-25a) \times 4000 + 44000 - 14000a \geq 15000, \text{ 解得 } a \leq \frac{91}{38}.$$

$$\therefore a \text{ 的最大值为 } \frac{91}{38}.$$

【点睛】 本题考查了一次函数的应用, 解题的关键是找准等量关系, 正确列出函数关系式.

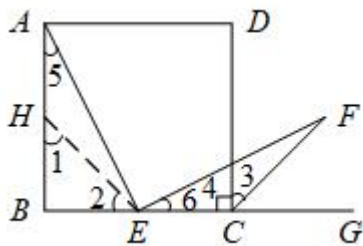
24. 矩形 $ABCD$ 中, $\frac{AB}{BC} = \frac{k}{2}$ ($k > 1$), 点 E 是边 BC 的中点, 连接 AE , 过点 E 作 AE 的垂线 EF , 与矩形的外角平分线 CF 交于点 F .



(1) 【特例证明】如图 (1), 当 $k=2$ 时, 求证: $AE=EF$;

小明不完整的证明过程如下, 请你帮他补充完整.

证明: 如图, 在 BA 上截取 $BH=BE$, 连接 EH .



$$\because k=2,$$

$$\therefore AB=BC.$$

$$\because \angle B=90^\circ, BH=BE,$$

$$\therefore \angle 1=\angle 2=45^\circ,$$

$$\therefore \angle AHE=180^\circ-\angle 1=135^\circ.$$

$$\because CF \text{ 平分 } \angle DCG, \angle DCG=90^\circ,$$

$$\therefore \angle 3=\frac{1}{2}\angle DCG=45^\circ.$$

$$\therefore \angle ECF=\angle 3+\angle 4=135^\circ.$$

$\therefore \dots\dots$

(只需在答题卡对应区域写出剩余证明过程)

(2) 【类比探究】如图 (2), 当 $k \neq 2$ 时, 求 $\frac{AE}{EF}$ 的值 (用含 k 的式子表示);

(3) 【拓展运用】如图 (3), 当 $k=3$ 时, P 为边 CD 上一点, 连接 AP, PF , $\angle PAE=45^\circ$, $PF=\sqrt{5}$, 求 BC 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) $k-1$

(3) $2\sqrt{2}$

【解析】

【分析】(1) 证明 $\triangle AHE \cong \triangle ECF$ (ASA) 即可;

(2) 在 BA 上截取 $BH=BE$, 连接 EH . 证明 $\triangle AHE \sim \triangle ECF$, 即可求解;

(3) 以 A 为旋转中心, $\triangle ADP$ 绕 A 点旋转 90° 到 $\triangle AP'H$, 设 $AB=3a$, 则 $BC=2a$, 连接 $P'E, HE$, 延长 $P'H$ 交 CD 于点 G , 连接 EG , 证明 $\triangle AEP' \cong \triangle AEP$ (SAS), $\triangle PEG \cong \triangle PEH$ (AAS), 可得四边形 $APEP'$ 是正

方形, 再证明 $\triangle APD \cong \triangle PEC$ (AAS), 由 (2) 得 $\triangle AHE \sim \triangle ECF$, 过点 P 作 $PK \perp AE$ 交于 K , 进而证明四边形 $PKEF$ 是矩形, 则有 $PF = \sqrt{5} = \frac{1}{2} \sqrt{10} a$, 即可求出 $BC = 2\sqrt{2}$.

【小问 1 详解】

证明: 如图, 在 BA 上截取 $BH=BE$, 连接 EH .

$$\because k=2,$$

$$\therefore AB=BC.$$

$$\because \angle B=90^\circ, BH=BE,$$

$$\therefore \angle 1=\angle 2=45^\circ,$$

$$\therefore \angle AHE=180^\circ-\angle 1=135^\circ,$$

$$\because CF \text{ 平分 } \angle DCG, \angle DCG=90^\circ,$$

$$\therefore \angle 3=\frac{1}{2} \angle DCG=45^\circ,$$

$$\therefore \angle ECF=\angle 3+\angle 4=135^\circ,$$

$$\because AE \perp EF,$$

$$\therefore \angle 6+\angle AEB=90^\circ,$$

$$\because \angle 5+\angle AEB=90^\circ,$$

$$\therefore \angle 5=\angle 6,$$

$$\because AB=BC, BH=BE,$$

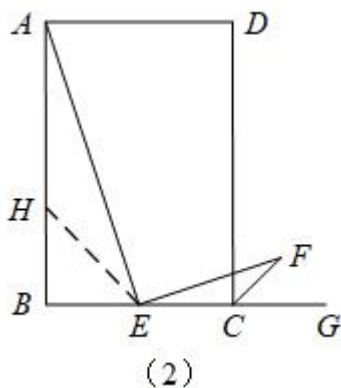
$$\therefore AH=EC,$$

$$\therefore \triangle AHE \cong \triangle ECF \text{ (ASA)},$$

$$\therefore AE=EF;$$

【小问 2 详解】

解: 在 BA 上截取 $BH=BE$, 连接 EH .



$$\because \angle B=90^\circ, BH=BE,$$

$$\therefore \angle BHE = \angle BEH = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AHE = 135^\circ,$$

$$\because CF \text{ 平分 } \angle DCG, \angle DCG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCF = \frac{1}{2} \angle DCG = 45^\circ.$$

$$\therefore \angle ECF = 135^\circ,$$

$$\because AE \perp EF,$$

$$\therefore \angle FEC + \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\because \angle BAE + \angle AEB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle FEC,$$

$$\therefore \triangle AHE \sim \triangle ECF,$$

$$\therefore \frac{AE}{EF} = \frac{AH}{CE},$$

$$\because \frac{AB}{BC} = \frac{k}{2}, E \text{ 是 } BC \text{ 边的中点},$$

$$\therefore EC = HB = \frac{1}{2} BC,$$

$$\therefore AH = AB - \frac{1}{2} BC = \frac{1}{2} (k-1) BC,$$

$$\therefore \frac{AE}{EF} = k-1;$$

【小问 3 详解】

解: 以 A 为旋转中心, $\triangle ADP$ 绕 A 点旋转 90° 到 $\triangle AP'H$,

$$\because k=3,$$

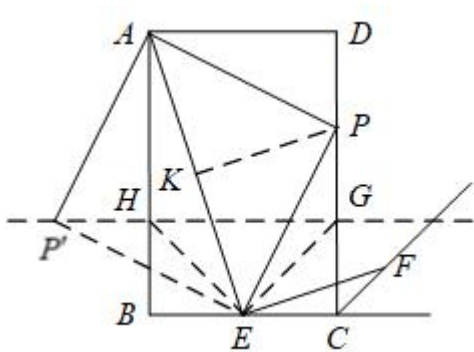
$$\therefore \frac{AB}{BC} = \frac{3}{2},$$

设 $AB=3a$, 则 $BC=2a$,

$$\because \angle PAE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle P'AP = 90^\circ,$$

连接 $P'E$, HE , 延长 $P'H$ 交 CD 于点 M , 连接 EM ,



$$\therefore AH=AD=2a,$$

$$\therefore BH=a,$$

$\therefore E$ 是 BC 的中点,

$$\therefore BE=a,$$

$$\therefore HE = \sqrt{2} a, \quad \angle BHE = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle P'HE = 135^\circ,$$

$$\therefore CG=EC=a,$$

$$\therefore \angle MEC = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle PME = 135^\circ,$$

$$\because AP' = AP, \angle PAE = \angle P'AE, AE = AE,$$

$$\therefore \triangle AEP' \cong \triangle AEP \text{ (SAS),}$$

$$\therefore PE = P'E,$$

$$\therefore \triangle PEM \cong \triangle P'EH \text{ (AAS),}$$

$$\therefore \angle PEG = \angle P'EH,$$

$$\therefore \angle HEG = \angle EGH = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle HEG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle PEP' = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle AEP = \angle AEP' = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle APE = \angle AP'E = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $APEP'$ 是正方形,

$$\therefore AP=PE,$$

$$\because \angle DAP + \angle APD = 90^\circ, \quad \angle APD + \angle EPC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DAP = \angle EPC,$$

$$\therefore AP=PE,$$

$$\therefore \triangle APD \cong \triangle PEC \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AD=PC=2a, \quad PD=ED=a,$$

$$\therefore PE=\sqrt{5}a,$$

由 (2) 得 $\triangle AHE \sim \triangle ECF$,

$$\therefore \frac{AH}{EC} = \frac{AE}{FE} = \frac{2a}{a} = 2,$$

$$\therefore AE = \sqrt{10}a$$

$$\therefore EF = \frac{\sqrt{10}}{2}a,$$

$$\therefore \angle HEM = \angle AEF = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle HEA = \angle MEF,$$

$$\therefore \angle PEM = \angle PEH,$$

$$\therefore \angle PEF = \angle PEH = 45^\circ,$$

过点 P 作 $PK \perp AE$ 交于 K ,

$$\therefore EF \perp AE,$$

$$\therefore PK \parallel EF,$$

$$\therefore PK = \frac{1}{2}\sqrt{10}a,$$

$$\therefore PK=EF,$$

$\therefore$ 四边形 $PKEF$ 是矩形,

$$\therefore PF=KE,$$

$$\therefore PF = \sqrt{5},$$

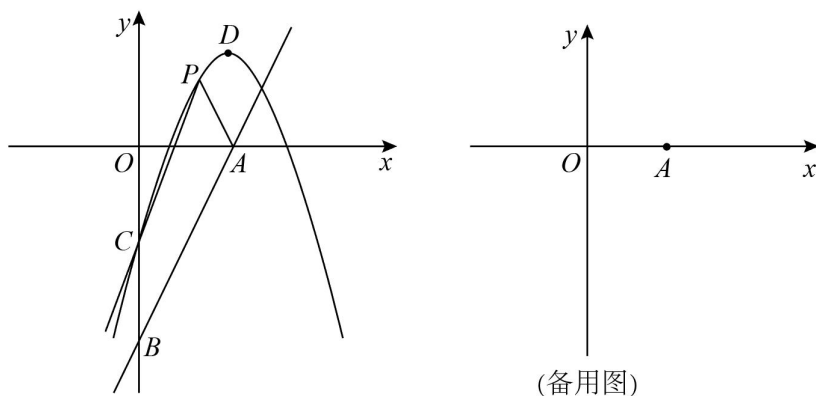
$$\therefore \frac{1}{2}\sqrt{10}a = \sqrt{5},$$

$$\therefore a = \sqrt{2},$$

$$\therefore BC = 2\sqrt{2}.$$

【点睛】 本题考查四边形的综合应用，熟练掌握矩形的性质，全等三角形的判定及性质，相似三角形是判定及性质，正方形的判定及性质，等腰直角三角形的判定及性质是解题的关键.

25. 在平面直角坐标系中，直线 $y = mx - 2m$ 与 x 轴， y 轴分别交于 A ， B 两点，顶点为 D 的抛物线 $y = -x^2 + 2mx - m^2 + 2$ 与 y 轴交于点 C .



(1) 如图, 当 $m=2$ 时, 点 P 是抛物线 CD 段上的一个动点.

①求 A, B, C, D 四点的坐标;

②当 $\triangle PAB$ 面积最大时, 求点 P 的坐标;

(2) 在 y 轴上有一点 $M(0, \frac{7}{3}m)$, 当点 C 在线段 MB 上时,

①求 m 的取值范围;

②求线段 BC 长度的最大值.

【答案】 (1) ① $A(2, 0), B(0, -4), C(0, -2), D(2, 2)$;

② $\triangle PAB$ 的面积的最大值是 3, 点 $P(1, 1)$;

(2) ① $\frac{2}{3} \leq m \leq 1 + \sqrt{3}$ 或 $-3 \leq m \leq 1 - \sqrt{3}$;

② 13

【解析】

【分析】 对于 (1), 先求出点 A, B 的坐标, 再将抛物线关系式配方表示出点 D 的坐标, 令 $x=0$, 表示出点 C 的坐标, 然后将 m 的值代入即可得出①的答案; 对于②, 先求出直线和抛物线的解析式, 再作 $PE \parallel y$ 轴, 设点 P 的横坐标为 t , 即可表示出点 P, E 的坐标, 然后表示出 PE , 进而根据三角形的面积公式表示 $\triangle PAB$ 的面积, 再配方讨论极值即可;

对于 (2), 由 (1) 可知, 点 B, C 的坐标, 再根据点 C 在线段 MB 上, 分两种情况讨论, 求出①的答案即可; 对于②, 根据①中的情况分别表示 BC , 再配方二次函数的性质求出答案即可.

【小问 1 详解】

$\because$ 直线 $y = mx - 2m$ 与 x 轴, y 轴分别交于 A, B 两点,

$\therefore A(2, 0), B(0, -2m)$.

$\because y = -x^2 + 2mx - m^2 + 2 = -(x - m)^2 + 2$,

$\therefore$ 抛物线的顶点坐标是 $D(m, 2)$.

令 $x=0$, 则 $y = -m^2 + 2$,

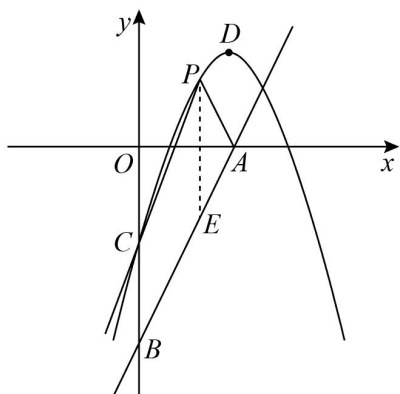
$\therefore C(0, -m^2 + 2)$.

①当 $m=2$ 时, $-2m=-4$, 则 $-m^2 + 2 = -2$,

$\therefore$ 点 $B(0, -4)$, $C(0, -2)$, $D(2, 2)$;

②由上可知, 直线 AB 的解析式为 $y = 2x - 4$, 抛物线的解析式为 $y = -x^2 + 4x - 2$,

如图, 过点 P 作 $PE \parallel y$ 轴交直线 AB 于点 E .



设点 P 的横坐标为 t ,

$\therefore P(t, -t^2 + 4t - 2)$, $E(t, 2t - 4)$,

$\therefore PE = -t^2 + 4t - 2 - (2t - 4) = -t^2 + 2t + 2$,

$\therefore \triangle PAB$ 的面积 $= \frac{1}{2} \times (2 - 0) \times (-t^2 + 2t + 2) = -(t - 1)^2 + 3$,

$\therefore -1 < 0$,

$\therefore$ 当 $t=1$ 时, $\triangle PAB$ 的面积的最大值为 3, 此时 $P(1, 1)$;

【小问 2 详解】

由 (1) 可知, $B(0, -2m)$, $C(0, -m^2+2)$,

① $\because y$ 轴上有一点 $M(0, \frac{7}{3}m)$, 点 C 在线段 MB 上,

$\therefore$ 需分两种情况讨论:

当 $\frac{7}{3}m \geq -m^2 + 2 \geq -2m$ 时, 解得: $\frac{2}{3} \leq m \leq 1 + \sqrt{3}$,

当 $\frac{7}{3}m \leq -m^2 + 2 \leq -2m$ 时, 解得: $-3 \leq m \leq 1 - \sqrt{3}$,

$\therefore m$ 的取值范围是 $\frac{2}{3} \leq m \leq 1 + \sqrt{3}$ 或 $-3 \leq m \leq 1 - \sqrt{3}$;

②当 $\frac{2}{3} \leq m \leq 1 + \sqrt{3}$ 时,

$$\therefore BC = -m^2 + 2 - (-2m) = -m^2 + 2m + 2 = -(m-1)^2 + 3,$$

$\therefore$ 当 $m=1$ 时, BC 的最大值为 3;

当 $-3 \leq m \leq 1 - \sqrt{3}$ 时,

$$\therefore BC = -2m - (-m^2 + 2) = m^2 - 2m - 2 = (m-1)^2 - 3,$$

当 $m=-3$ 时, 点 M 与点 C 重合, BC 的最大值为 13,

$\therefore BC$ 的最大值是 13.

【点睛】 这是一道关于一次函数和二次函数的综合问题, 考查了求函数关系式, 二次函数图象的性质, 二次函数与三角形的综合, 根据二次函数关系式求极值等.

