

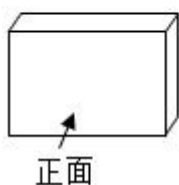
2022 年湖北省襄阳市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分) 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请将其标号在答题卡上涂黑作答.

1. 如果温度上升 2°C 记作 $+2^{\circ}\text{C}$, 那么温度下降 3°C 记作 ()

- A. $+2^{\circ}\text{C}$ B. -2°C C. $+3^{\circ}\text{C}$ D. -3°C

2. 襄阳牛杂面因襄阳籍航天员聂海胜的一句“最想吃的还是我们襄阳的牛杂面”火爆出圈, 引发了全国人民的聚焦和关注. 襄阳某品牌牛杂面的包装盒及对应的立体图形如图所示, 则该立体图形的主视图为 ()

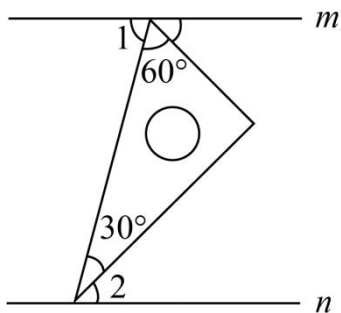


- A.  B.  C.  D. 

3. 2021 年, 襄阳市经济持续稳定恢复, 综合实力显著增强, 人均地区生产总值再上新台阶, 突破 100000 元大关. 将 100000 用科学记数法表示为 ()

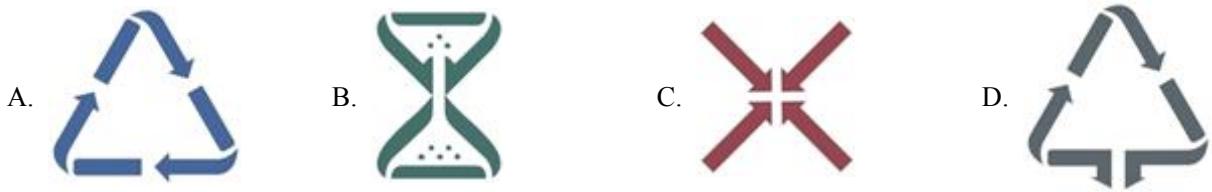
- A. 1×10^4 B. 1×10^5 C. 10×10^4 D. 0.1×10^6

4. 已知直线 $m \parallel n$, 将一块含 30° 角的直角三角板 ABC ($\angle ABC = 30^{\circ}$, $\angle BAC = 60^{\circ}$) 按如图方式放置, 点 A , B 分别落在直线 m , n 上. 若 $\angle 1 = 70^{\circ}$. 则 $\angle 2$ 的度数为 ()



- A. 30° B. 40° C. 60° D. 70°

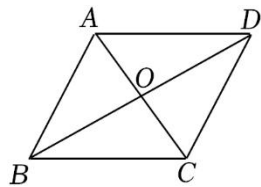
5. 襄阳市正在创建全国文明城市, 某社区从今年 6 月 1 日起实施垃圾分类回收. 下列图形分别是可回收物、厨余垃圾、有害垃圾及其它垃圾的标志, 其中, 既是中心对称图形又是轴对称图形的是 ()



6. 下列说法正确的是 ()

- A. 自然现象中, “太阳东方升起” 是必然事件
- B. 成语 “水中捞月” 所描述的事件, 是随机事件
- C. “襄阳明天降雨的概率为 0.6”, 表示襄阳明天一定降雨
- D. 若抽奖活动的中奖概率为 $\frac{1}{50}$, 则抽奖 50 次必中奖 1 次

7. 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC 和 BD 相交于点 O , 下列说法正确的是 ()



- A. 若 $OB = OD$, 则 $\square ABCD$ 是菱形
- B. 若 $AC = BD$, 则 $\square ABCD$ 是菱形
- C. 若 $OA = OD$, 则 $\square ABCD$ 是菱形
- D. 若 $AC \perp BD$, 则 $\square ABCD$ 是菱形

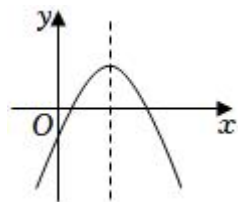
8. 《九章算术》是我国古代重要的数学专著之一, 其中记录的一道题译为白话文是: 把一份文件用慢马送到 900 里外的城市, 需要的时间比规定时间多一天; 如果用快马送, 所需的时间比规定时间少 3 天. 已知快马的速度是慢马的 2 倍, 求规定时间. 设规定时间为 x 天, 则可列方程为 ()

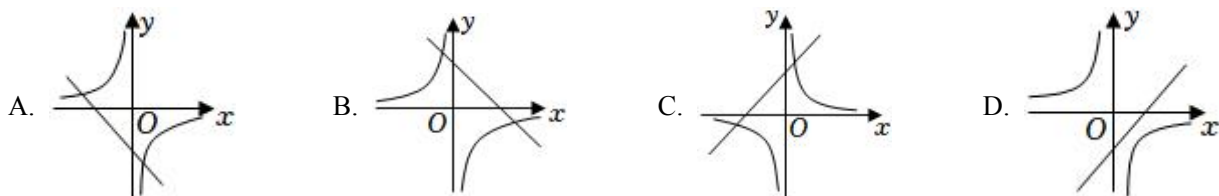
- A. $\frac{900}{x+1} = \frac{900}{x-3} \times 2$
- B. $\frac{900}{x+1} \times 2 = \frac{900}{x-3}$
- C. $\frac{900}{x-1} = \frac{900}{x+3} \times 2$
- D. $\frac{900}{x-1} \times 2 = \frac{900}{x+3}$

9. 若点 $A(-2, y_1)$, $B(-1, y_2)$ 都在反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象上, 则 y_1, y_2 的大小关系是 ()

- A. $y_1 < y_2$
- B. $y_1 = y_2$
- C. $y_1 > y_2$
- D. 不能确定

10. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 则一次函数 $y = bx + c$ 和反比例函数 $y = \frac{a}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的图象可能是 ()





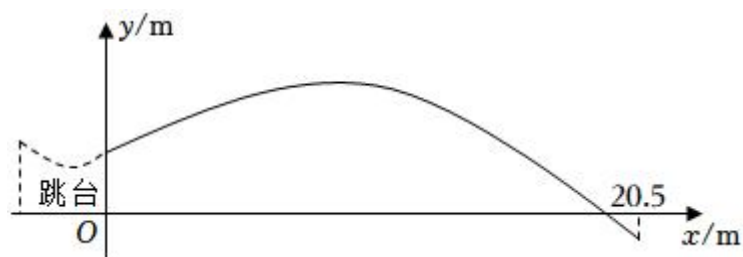
二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，共 18 分）把答案填在答题卡的相应位置上.

11. 化简分式: $\frac{ma}{a+b} + \frac{mb}{a+b} = \underline{\hspace{2cm}}.$

12. 不等式组 $\begin{cases} 2x > x+1 \\ 4x-1 > 7 \end{cases}$ 的解集是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

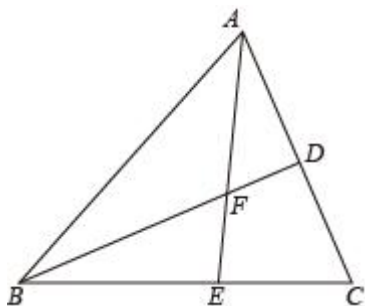
13. 经过某十字路口的汽车，它可能直行，也可能向左转或向右转，假设这三种可能性大小相同，那么两辆汽车经过这个十字路口，一辆向左转，一辆向右转的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}.$

14. 在北京冬奥会自由式滑雪大跳台比赛中，我国选手谷爱凌的精彩表现让人叹为观止，已知谷爱凌从 2m 高的跳台滑出后的运动路线是一条抛物线，设她与跳台边缘的水平距离为 x m，与跳台底部所在水平面的竖直高度为 y m， y 与 x 的函数关系式为 $y = -\frac{1}{32}x^2 + \frac{1}{2}x + 2$ ($0 \leq x \leq 20.5$)，当她与跳台边缘的水平距离为 $\underline{\hspace{2cm}}$ m 时，竖直高度达到最大值.



15. 已知 $\odot O$ 的直径 AB 长为 2，弦 AC 长为 $\sqrt{2}$ ，那么弦 AC 所对的圆周角的度数等于 $\underline{\hspace{2cm}}.$

16. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 AC 的中点， $\triangle ABC$ 的角平分线 AE 交 BD 于点 F ，若 $BF:FD = 3:1$ ， $AB+BE = 3\sqrt{3}$ ，则 $\triangle ABC$ 的周长为 $\underline{\hspace{2cm}}.$



三、解答题（本大题共 9 个小题，共 72 分）解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤，并且写在答题卡上每题对应的答题区域内.

17. 先化简，再求值: $(a+2b)^2 + (a+2b)(a-2b) + 2a(b-a)$ ，其中 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ ， $b = \sqrt{3} + \sqrt{2}$.

18. 在“双减”背景下，某区教育部门想了解该区 A, B 两所学校九年级各 500 名学生的课后书面作业时长情况，从这两所学校分别随机抽取 50 名九年级学生的课后书面作业时长数据（保留整数），整理分析过程如下：

【收集数据】 A 学校 50 名九年级学生中，课后书面作业时长在 $70.5 \leq x < 80.5$ 组的具体数据如下：

74, 72, 72, 73, 74, 75, 75, 75, 75,
75, 75, 76, 76, 76, 77, 77, 78, 80

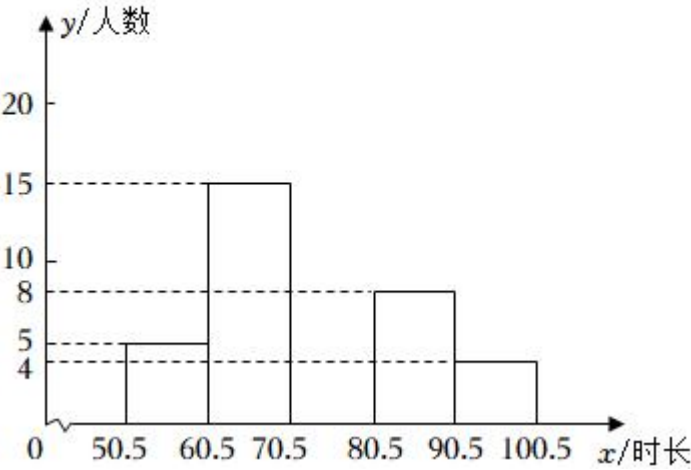
【整理数据】不完整的两所学校的频数分布表如下，不完整的 A 学校频数分布直方图如图所示：

组别	$50.5 \leq x < 60.5$	$60.5 \leq x < 70.5$	$70.5 \leq x < 80.5$	$80.5 \leq x < 90.5$	$90.5 \leq x < 100.5$
A 学校	5	15	x	8	4
B 学校	7	10	12	17	4

【分析数据】两组数据的平均数、众数、中位数、方差如下表：

特征数	平均数	众数	中位数	方差
A 学校	74	75	y	127.36
B 学校	74	85	73	144.12

A 学校 50 名九年级学生课后书面作业
时长的频数分布直方图

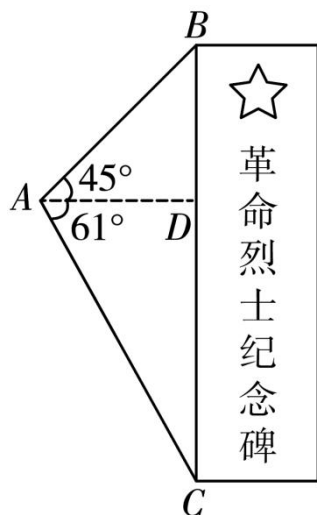


根据以上信息，回答下列问题：

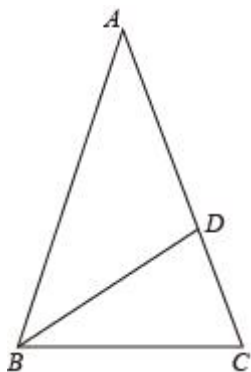
- (1) 本次调查是_____调查（选填“抽样”或“全面”）；
- (2) 统计表中， $x =$ _____， $y =$ _____；
- (3) 补全频数分布直方图；
- (4) 在这次调查中，课后书面作业时长波动较小的是_____学校（选填“ A ”或“ B ”）；

(5) 按规定, 九年级学生每天课后书面作业时长不得超过 90 分钟, 估计两所学校 1000 名学生中, 能在 90 分钟内 (包括 90 分钟) 完成当日课后书面作业的学生共有_____人.

19. 位于岷山的革命烈士纪念塔是襄阳市的标志性建筑, 是为纪念“襄樊战役”中牺牲的革命烈士及第一、第二次国内革命战争时期为襄阳的解放事业献身的革命烈士的而兴建的, 某校数学兴趣小组利用无人机测量烈士塔的高度. 无人机在点 A 处测得烈士塔顶部点 B 的仰角为 45° , 烈士塔底部点 C 的俯角为 61° , 无人机与烈士塔的水平距离 AD 为 10m, 求烈士塔的高度. (结果保留整数. 参考数据: $\sin 61^\circ \approx 0.87$, $\cos 61^\circ \approx 0.48$, $\tan 61^\circ \approx 1.80$)



20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线.



(1) 作 $\angle ACB$ 的角平分线, 交 AB 于点 E (尺规作图, 不写作法, 保留作图痕迹);

(2) 求证: $AD = AE$.

21. 探究函数性质时, 我们经历了列表、描点、连线画出函数图象, 观察分析图象特征, 概括函数性质的过程. 结合已有经验, 请画出函数 $y = \frac{6}{|x|} - |x|$ 的图象, 并探究该函数性质.

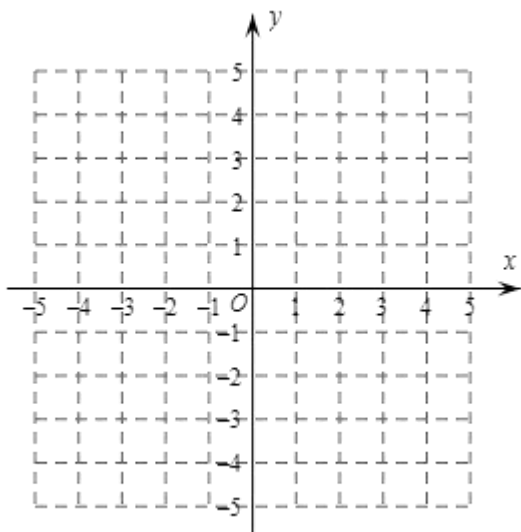
(1) 绘制函数图象

①列表: 下列是 x 与 y 的几组对应值, 其中 $a =$ _____.

x	……	-5	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	5	……
y	……	-3.8	-2.5	-1	1	5	5	a	-1	-2.5	-3.8	……

②描点: 根据表中的数值描点 (x, y) , 请补充描出点 $(2, a)$;

③连线: 请用平滑的曲线顺次连接各点, 画出函数图象;



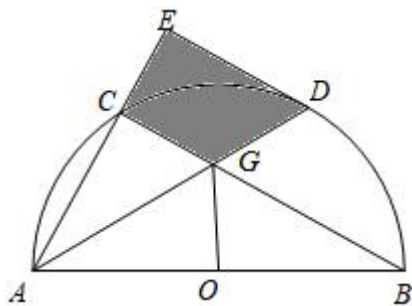
(2) 探究函数性质, 请写出函数 $y = \frac{6}{|x|} - |x|$ 的一条性质: _____;

(3) 运用函数图象及性质

①写出方程 $\frac{6}{|x|} - |x| = 5$ 的解 _____;

②写出不等式 $\frac{6}{|x|} - |x| \leq 1$ 的解集 _____.

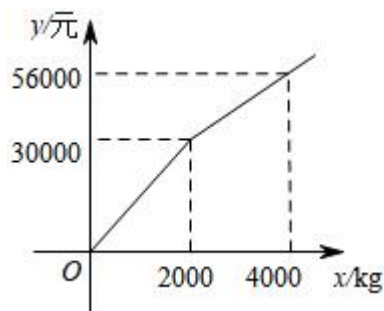
22. 如图, AB 是半圆 O 的直径, 点 C 在半圆 O 上, 点 D 为 $\widehat{BC}$ 的中点, 连接 AC , BC , AD , AD 与 BC 相交于点 G , 过点 D 作直线 $DE \parallel BC$, 交 AC 的延长线于点 E .



(1) 求证: DE 是 $\odot O$ 的切线;

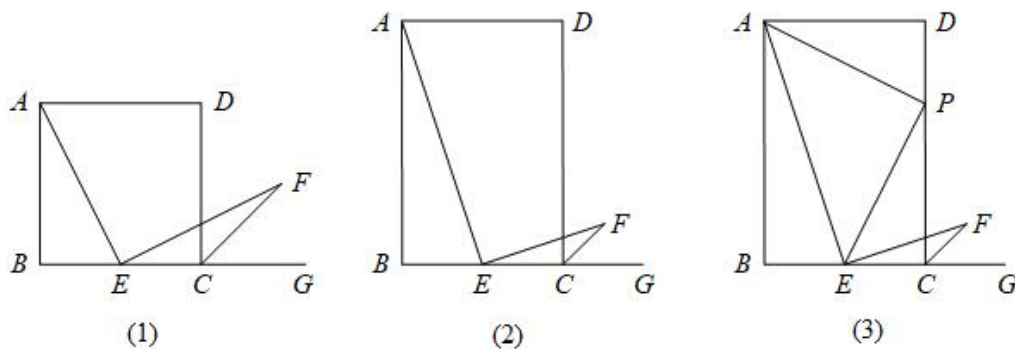
(2) 若 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$, $CG = 2\sqrt{3}$, 求阴影部分的面积.

23. 为了振兴乡村经济, 我市某镇鼓励广大农户种植山药, 并精加工成甲、乙两种产品. 某经销商购进甲、乙两种产品, 甲种产品进价为 8 元/kg; 乙种产品的进货总金额 y (单位: 元) 与乙种产品进货量 x (单位: kg) 之间的关系如图所示. 已知甲、乙两种产品的售价分别为 12 元/kg 和 18 元/kg.



- (1) 求出 $0 \leq x \leq 2000$ 和 $x > 2000$ 时, y 与 x 之间的函数关系式;
- (2) 若该经销商购进甲、乙两种产品共 6000kg, 并能全部售出. 其中乙种产品的进货量不低于 1600kg, 且不高于 4000kg, 设销售完甲、乙两种产品所获总利润为 w 元 (利润 = 销售额 - 成本), 请求出 w (单位: 元) 与乙种产品进货量 x (单位: kg) 之间的函数关系式, 并为该经销商设计出获得最大利润的进货方案;
- (3) 为回馈广大客户, 该经销商决定对两种产品进行让利销售. 在 (2) 中获得最大利润的进货方案下, 甲、乙两种产品售价分别降低 a 元/kg 和 $2a$ 元/kg, 全部售出后所获总利润不低于 15000 元, 求 a 的最大值.

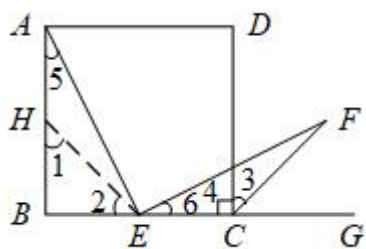
24. 矩形 $ABCD$ 中, $\frac{AB}{BC} = \frac{k}{2}$ ($k > 1$), 点 E 是边 BC 的中点, 连接 AE , 过点 E 作 AE 的垂线 EF , 与矩形的外角平分线 CF 交于点 F .



- (1) 【特例证明】如图 (1), 当 $k = 2$ 时, 求证: $AE = EF$;

小明不完整的证明过程如下, 请你帮他补充完整.

证明: 如图, 在 BA 上截取 $BH = BE$, 连接 EH .



$$\because k = 2,$$

$$\therefore AB = BC.$$

$$\because \angle B = 90^\circ, BH = BE,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2 = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AHE = 180^\circ - \angle 1 = 135^\circ.$$

$$\because CF \text{ 平分 } \angle DCG, \angle DCG = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 3 = \frac{1}{2} \angle DCG = 45^\circ.$$

$$\therefore \angle ECF = \angle 3 + \angle 4 = 135^\circ.$$

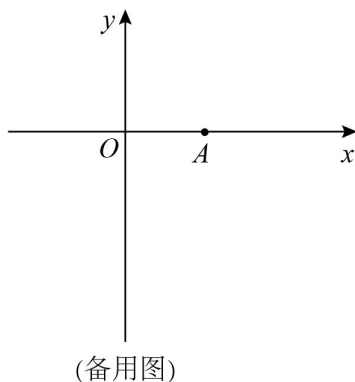
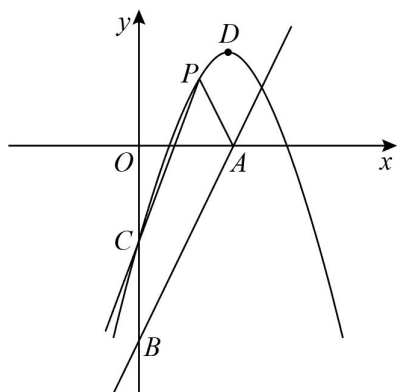
$\therefore \dots\dots$

(只需在答题卡对应区域写出剩余证明过程)

(2) 【类比探究】如图 (2), 当 $k \neq 2$ 时, 求 $\frac{AE}{EF}$ 的值 (用含 k 的式子表示);

(3) 【拓展运用】如图 (3), 当 $k = 3$ 时, P 为边 CD 上一点, 连接 $AP, PF, \angle PAE = 45^\circ, PF = \sqrt{5}$, 求 BC 的长.

25. 在平面直角坐标系中, 直线 $y = mx - 2m$ 与 x 轴, y 轴分别交于 A, B 两点, 顶点为 D 的抛物线 $y = -x^2 + 2mx - m^2 + 2$ 与 y 轴交于点 C .



(1) 如图, 当 $m = 2$ 时, 点 P 是抛物线 CD 段上的一个动点.

①求 A, B, C, D 四点的坐标;

②当 $\triangle PAB$ 面积最大时, 求点 P 的坐标;

(2) 在 y 轴上有一点 $M(0, \frac{7}{3}m)$, 当点 C 在线段 MB 上时,

①求 m 的取值范围;

②求线段 BC 长度的最大值.

