

浙江省 2022 年初中学业水平考试（衢州卷）数学试题卷

一、选择题（本题共有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分）

1. 下列图形是中心对称图形的是（ ）



【答案】 B

【解析】

【分析】 根据中心对称图形的定义（在平面内，把一个图形绕某点旋转 180° ，如果旋转后的图形与另一个图形重合，那么这两个图形互为中心对称图形）逐项判断即可得.

【详解】 解：A、不是中心对称图形，此项不符合题意；

B、是中心对称图形，此项符合题意；

C、不是中心对称图形，此项不符合题意；

D、不是中心对称图形，此项不符合题意；

故选：B.

【点睛】 本题考查了中心对称图形，熟记中心对称图形的定义是解题关键.

2. 计算结果等于 2 的是（ ）

A. $|-2|$

B. $-|2|$

C. 2^{-1}

D. $(-2)^0$

【答案】 A

【解析】

【分析】 根据绝对值的性质、负整数指数幂、零指数幂逐项判断即可得.

【详解】 解：A、 $|-2|=2$ ，则此项符合题意；

B、 $-|2|=-2$ ，则此项不符合题意；

C、 $2^{-1} = \frac{1}{2}$ ，则此项不符合题意；

D、 $(-2)^0=1$ ，则此项不符合题意；

故选：A.

【点睛】 本题考查了绝对值、负整数指数幂、零指数幂，熟练掌握各运算法则是解题关键.

3. 在平面直角坐标系中，点 $P(-1, -2)$ 位于（ ）

A. 第一象限

B. 第二象限

C. 第三象限

D. 第四象限

【答案】C

【解析】

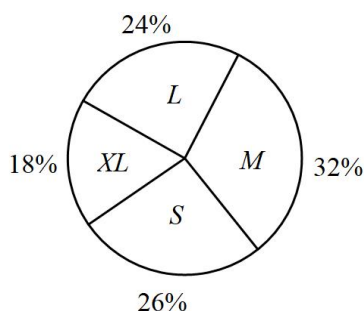
【分析】根据第三象限内的点的横坐标小于零，纵坐标小于零，可得答案.

【详解】解：在平面直角坐标系中，点 $P(-1, -2)$ 位于第三象限，

故选：C.

【点睛】本题考查了各象限内点的坐标的符号特征以及解不等式，记住各象限内点的坐标的符号是解决的关键，四个象限的符号特点分别是：第一象限 $(+, +)$ ；第二象限 $(-, +)$ ；第三象限 $(-, -)$ ；第四象限 $(+, -)$.

4. 如图是某品牌运动服的 S 号, M 号, L 号, XL 号的销售情况统计图, 则厂家应生产最多的型号为 ()



A. S 号

B. M 号

C. L 号

D. XL 号

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意可得在销量中, 该品牌运动服中的众数是 M 号, 即可求解.

【详解】解: $\because 32\% > 26\% > 24\% > 18\%$,

$\therefore$ 在销量中, 该品牌运动服中的众数是 M 号,

$\therefore$ 厂家应生产最多的型号为 M 号.

故选: B

【点睛】本题主要考查了众数的应用, 熟练掌握一组数据中, 出现次数最多的数是众数解题的关键.

5. 线段 a , b , c 首尾顺次相接组成三角形, 若 $a=1$, $b=3$, 则 c 的长度可以是 ()

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

【答案】A

【解析】

【分析】根据三角形的三边关系: 任意两边之和大于第三边, 任意两边只差小于第三边, 即可得出 c 的取值范围.

【详解】解: $\because a=1$, $b=3$,

$$\therefore b-a < c < a+b,$$

$$\text{即: } 2 < c < 4,$$

$\therefore c$ 的长度可能为 3.

故选: A

【点睛】本题考查三角形的三边和关系, 属于基础题, 熟练掌握三角形三边关系, 得出第三边的取值范围是解题的关键.

6. 某班环保小组收集废旧电池, 数据统计如下表. 问 1 节 5 号电池和 1 节 7 号电池的质量分别是多少? 设

1 节 5 号电池的质量为 x 克, 1 节 7 号电池的质量为 y 克, 列方程组, 由消元法可得 x 的值为 ()

	5 号电池 (节)	7 号电池 (节)	总质量 (克)
第一天	2	2	72
第二天	3	2	96

A. 12

B. 16

C. 24

D. 26

【答案】C

【解析】

【分析】根据表格建立二元一次方程组, 用消元法即可得到答案.

【详解】解: 设 1 节 5 号电池的质量为 x 克, 1 节 7 号电池的质量为 y 克,

$$\text{根据表格得} \begin{cases} 2x + 2y = 72 \text{①} \\ 3x + 2y = 96 \text{②} \end{cases},$$

$$\text{由 ②} - \text{① 得 } x = 24,$$

故选: C.

【点睛】本题考查二元一次方程组的应用, 根据题意建立方程组是解本题的关键.

$$7. \text{ 不等式组 } \begin{cases} 3x - 2 < 2(x + 1) \\ \frac{x - 1}{2} > 1 \end{cases} \text{ 的解集是 ()}$$

A. $x < 3$

B. 无解

C. $2 < x < 4$

D. $3 < x < 4$

【答案】D

【解析】

【分析】分别解两个不等式得到, 然后根据大小小大取中间确定不等式组的解集.

【详解】解：解不等式 $3x-2 < 2(x+1)$ ，解得 $x < 4$ ，

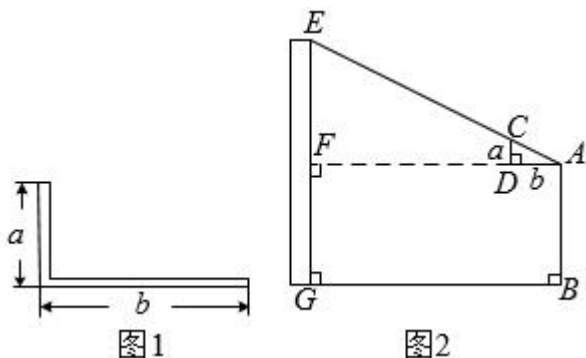
解不等式 $\frac{x-1}{2} > 1$ ，解得 $x > 3$ ，

$\therefore$ 不等数组的解集为 $3 < x < 4$ 。

故选：D。

【点睛】本题主要考查解一元一次不等式组，掌握解一元一次不等式组的方法是解题的关键。

8. 西周数学家商高总结了用“矩”（如图1）测量物高的方法：把矩的两边放置成如图2的位置，从矩的一端A（人眼）望点E，使视线通过点C，记人站立的位置为点B，量出BG长，即可算得物高EG。令 $BG=x$ (m)， $EG=y$ (m)，若 $a=30\text{cm}$ ， $b=60\text{cm}$ ， $AB=1.6\text{m}$ ，则 y 关于 x 的函数表达式为（ ）



A. $y = \frac{1}{2}x$

B. $y = \frac{1}{2}x + 1.6$

C. $y = 2x + 1.6$

D. $y = \frac{1800}{x} + 1.6$

【答案】B

【解析】

【分析】先根据矩形的判定与性质可得 $AF = BG = xm$ ， $FG = AB = 1.6\text{m}$ ，从而可得 $EF = (y - 1.6)\text{m}$ ，再根据相似三角形的判定证出 $\triangle AEF \sim \triangle ACD$ ，然后根据相似三角形的性质即可得出结论。

【详解】解：由题意可知，四边形 $ABGF$ 是矩形，

$$\therefore AF = BG = xm, FG = AB = 1.6\text{m},$$

$$\because EG = y\text{m},$$

$$\therefore EF = EG - FG = (y - 1.6)\text{m},$$

$$\text{又} \because CD \perp AF, EF \perp AF,$$

$$\therefore CD \parallel EF,$$

$$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ACD,$$

$$\therefore \frac{EF}{CD} = \frac{AF}{AD},$$

$$\because CD = a = 30\text{cm} = 0.3\text{m}, AD = b = 60\text{cm} = 0.6\text{m},$$

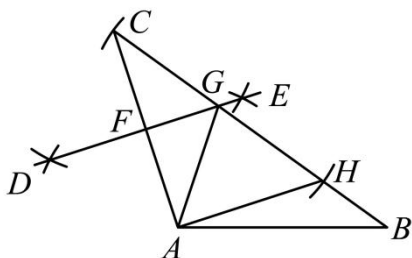
$$\therefore \frac{y-1.6}{0.3} = \frac{x}{0.6},$$

$$\text{整理得: } y = \frac{1}{2}x + 1.6,$$

故选: B.

【点睛】本题考查了矩形的判定与性质、相似三角形的判定与性质、一次函数的几何应用, 熟练掌握相似三角形的判定与性质是解题关键.

9. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC, \angle B = 36^\circ$. 分别以点 A, C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径画弧, 两弧相交于点 D, E , 作直线 DE 分别交 AC, BC 于点 F, G . 以 G 为圆心, GC 长为半径画弧, 交 BC 于点 H , 连结 AG, AH . 则下列说法错误的是 ()



A. $AG = CG$

B. $\angle B = 2\angle HAB$

C. $\triangle CAH \cong \triangle BAG$

D. $BG^2 = CG \cdot CB$

【答案】C

【解析】

【分析】根据线段垂直平分线的判定与性质即可判断选项 A; 先根据等腰三角形的性质可得 $\angle CAG = \angle C = 36^\circ$, 从而可得 $\angle AGB = 72^\circ$, 再根据等腰三角形的性质可得 $\angle AHG = \angle GAH = 54^\circ$, 然后根据三角形的外角性质可得 $\angle HAB = 18^\circ$, 由此即可判断选项 B; 先假设 $\triangle CAH \cong \triangle BAG$ 可得 $\angle CAH = \angle BAG$, 再根据角的和差可得 $\angle CAH = 90^\circ, \angle BAG = 72^\circ$, 从而可得 $\angle CAH \neq \angle BAG$, 由此即可判断选项 C; 先根据等腰三角形的判定可得 $BG = AB = AC$, 再根据相似三角形的判定可得 $\triangle ABC \sim \triangle GAC$, 然后根据相似三角形的性质可得 $AC^2 = CG \cdot CB$, 最后根据等量代换即可判断选项 D.

【详解】解: 由题意可知, DE 垂直平分 AC , $CG = HG$,

$\therefore AG = CG$, 则选项 A 正确;

$$\because AB = AC, \angle B = 36^\circ,$$

$$\therefore \angle C = \angle B = 36^\circ,$$

$$\because AG = CG, CG = HG,$$

$$\therefore \angle CAG = \angle C = 36^\circ, AG = HG,$$

$$\therefore \angle AGB = \angle CAG + \angle C = 72^\circ, \angle AHG = \angle GAH = \frac{180^\circ - \angle AGB}{2} = 54^\circ,$$

$$\therefore \angle HAB = \angle AHG - \angle B = 18^\circ,$$

$$\therefore \angle B = 2\angle HAB, \text{ 则选项 B 正确;}$$

假设 $\triangle CAH \cong \triangle BAG$,

$$\therefore \angle CAH = \angle BAG,$$

$$\text{又} \because \angle CAH = \angle CAG + \angle GAH = 36^\circ + 54^\circ = 90^\circ,$$

$$\angle BAG = \angle HAB + \angle GAH = 18^\circ + 54^\circ = 72^\circ,$$

$$\therefore \angle CAH \neq \angle BAG, \text{ 与 } \angle CAH = \angle BAG \text{ 矛盾,}$$

则假设不成立, 选项 C 错误;

$$\because \angle BAG = 72^\circ = \angle AGB, AB = AC,$$

$$\therefore BG = AB = AC,$$

$$\text{在 } \triangle ABC \text{ 和 } \triangle GAC \text{ 中, } \begin{cases} \angle B = \angle CAG = 36^\circ \\ \angle C = \angle C \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle GAC,$$

$$\therefore \frac{AC}{CG} = \frac{CB}{AC}, \text{ 即 } AC^2 = CG \cdot CB,$$

$$\therefore BG^2 = CG \cdot CB, \text{ 则选项 D 正确;}$$

故选: C.

【点睛】本题考查了线段垂直平分线的性质、等腰三角形的判定与性质、全等三角形的性质、相似三角形的判定与性质, 综合性较强, 熟练掌握判定定理与性质是解题关键.

10. 已知二次函数 $y = a(x-1)^2 - a (a \neq 0)$, 当 $-1 \leq x \leq 4$ 时, y 的最小值为 -4 , 则 a 的值为 ()

A. $\frac{1}{2}$ 或 4

B. $\frac{4}{3}$ 或 $-\frac{1}{2}$

C. $-\frac{4}{3}$ 或 4

D. $-\frac{1}{2}$ 或 4

【答案】D

【解析】

【分析】分两种情况讨论, 并且利用二次函数的性质即可解答.

【详解】解: 二次函数 $y = a(x-1)^2 - a (a \neq 0)$ 的对称轴为: 直线 $x = 1$,

(1) 当 $a > 0$ 时, 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, y 随 x 的增大而减小, 当 $1 \leq x \leq 4$, y 随 x 的增大而增大,

$\therefore$ 当 $x = 1$ 时, y 取得最小值,

$$\therefore y = a(1-1)^2 - a = -4,$$

$$\therefore a = 4;$$

(2) 当 $a < 0$ 时, 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $1 \leq x \leq 4$, y 随 x 的增大而减小,

$\therefore$ 当 $x = 4$ 时, y 取得最小值,

$$\therefore y = a(4-1)^2 - a = -4,$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}.$$

故选: D.

【点睛】 本题主要考查二次函数的性质, 掌握二次函数的性质以及分类讨论思想是解题的关键.

二、填空题 (本题共有 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分)

11. 计算: $\sqrt{2^2} = \underline{\hspace{1cm}}.$

【答案】 2

【解析】

【分析】 根据求一个数的算术平方根的方法进行运算, 即可求得.

【详解】 解: $\sqrt{2^2} = 2,$

故答案为: 2

【点睛】 本题考查了求一个数的算术平方根的方法, 熟练掌握和运用求一个数的算术平方根的方法是解决本题的关键.

12. 不透明袋子里装有仅颜色不同的 4 个白球和 2 个红球, 从袋子中随机摸出一球, “摸出红球” 的概率是 $\underline{\hspace{1cm}}.$

【答案】 $\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】 根据概率的公式: 随机事件 A 的概率 $P(A) = \text{事件 } A \text{ 可能出现的结果数} \div \text{所有可能出现的结果数}.$

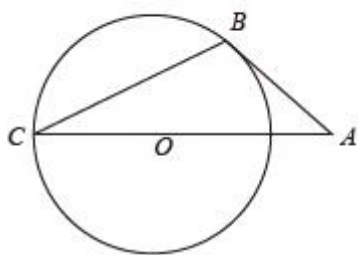
【详解】 解: $\because$ 袋子中共有 6 个球, 红球 2 个,

$$\therefore \text{“摸出红球” 的概率 } P = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

故答案为: $\frac{1}{3}$

【点睛】 本题考查随机事件的概率, 属于基础题目, 理解随机事件概率的求法是解题的关键.

13. 如图, AB 切 $\odot O$ 于点 B , AO 的延长线交 $\odot O$ 于点 C , 连接 BC , 若 $\angle A = 40^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数为 $\underline{\hspace{1cm}}.$

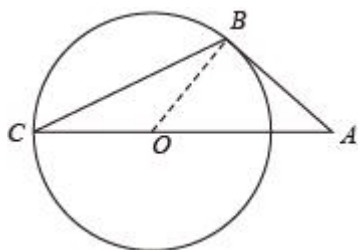


【答案】 25°

【解析】

【分析】 连接 OB 根据切线的性质，得 $\angle ABO = 90^\circ$ ，可求出 $\angle AOB = 50^\circ$ ，再根据 $OB = OC$ ，即可求出 $\angle C$ 的度数.

【详解】 解： 连接 OB ,



$\because AB$ 是 $\odot O$ 的切线,

$\therefore AB \perp OB$,

$\therefore \angle ABO = 90^\circ$,

$\because \angle A = 40^\circ$,

$\therefore \angle AOB = 90^\circ - \angle A = 50^\circ$,

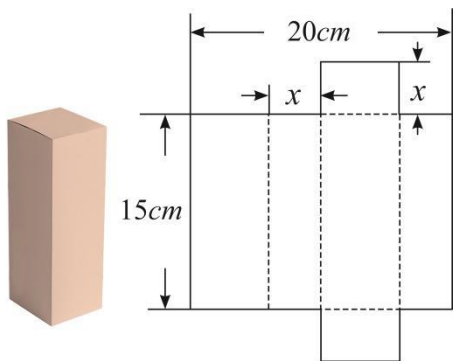
$\because OB = OC$,

$\therefore \angle C = \angle CBO = \frac{1}{2} \angle AOB = 25^\circ$.

故答案为: 25°

【点睛】 本题考查切线的性质，等腰三角形的形式，熟练掌握切线的性质是解题的关键.

14. 将一个容积为 360cm^3 的包装盒剪开铺平，纸样如图所示. 利用容积列出图中 x (cm) 满足的一元二次方程: _____ (不必化简).



【答案】 $\frac{20-2x}{2} \cdot x \cdot 15 = 360$

【解析】

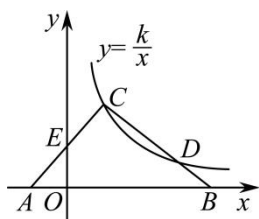
【分析】 根据题意分别找出包装盒的长、宽、高，再利用长方体的体积即可列出关于 x 的方程.

【详解】 由包装盒容积为 360cm^3 可得, $\frac{20-2x}{2} \cdot x \cdot 15 = 360$,

故答案为: $\frac{20-2x}{2} \cdot x \cdot 15 = 360$.

【点睛】 本题主要考查了将实际问题转化为一元二次方程, 能够利用长方形的体积列出方程是解题关键.

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 边 AB 在 x 轴上, 边 AC 交 y 轴于点 E . 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象恰好经过点 C , 与边 BC 交于点 D . 若 $AE = CE$, $CD = 2BD$, $S_{\triangle ABC} = 6$, 则 $k = \underline{\hspace{2cm}}$.



【答案】 $\frac{12}{5}$

【解析】

【分析】 过点 C 作 $CF \perp x$ 轴于点 F , 过点 D 作 $DG \perp x$ 轴于点 G , 设点 C 的坐标为 (m, n) , 则

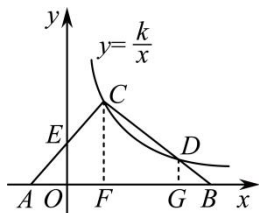
$OF = m, CF = n, mn = k$, 先根据相似三角形的判定可得 $\triangle AOE \sim \triangle AFC$, 根据相似三角形的性质可得

$AO = OF = m$, 又根据相似三角形的判定证出 $\triangle BDG \sim \triangle BCF$, 根据相似三角形的性质可得 $DG = \frac{1}{3}n$,

$BG = \frac{1}{3}BF$, 再根据反比例函数的解析式可得 $OG = 3m$, 从而可得 $BF = 3m, AB = 5m$, 然后根据

$S_{\triangle ABC} = 6$ 即可得出答案.

【详解】 解: 如图, 过点 C 作 $CF \perp x$ 轴于点 F , 过点 D 作 $DG \perp x$ 轴于点 G ,



设点 C 的坐标为 (m, n) , 则 $OF = m, CF = n, mn = k$,

$\because AE = CE, CD = 2BD$,

$$\therefore \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}, \quad \frac{BD}{BC} = \frac{1}{3},$$

$\because OE \perp x$ 轴, $CF \perp x$ 轴,

$$\therefore OE \parallel CF,$$

$$\therefore \triangle AOE \sim \triangle AFC,$$

$$\therefore \frac{AO}{AF} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{2}, \quad \text{即 } AO = \frac{1}{2}AF,$$

$$\therefore AO = OF = m,$$

又 $\because CF \perp x$ 轴, $DG \perp x$ 轴,

$$\therefore CF \parallel DG,$$

$$\therefore \triangle BDG \sim \triangle BCF,$$

$$\therefore \frac{BG}{BF} = \frac{DG}{CF} = \frac{BD}{BC}, \quad \text{即 } \frac{BG}{BF} = \frac{DG}{n} = \frac{1}{3},$$

$$\text{解得 } DG = \frac{1}{3}n, \quad BG = \frac{1}{3}BF,$$

$$\text{将 } x = \frac{1}{3}n \text{ 代入反比例函数 } y = \frac{k}{x} \text{ 得: } y = \frac{k}{\frac{1}{3}n} = 3m,$$

$$\therefore D\left(3m, \frac{1}{3}n\right), OG = 3m,$$

$$\therefore FG = OG - OF = 2m,$$

$$\text{由 } BG = \frac{1}{3}BF \text{ 得: } BF = \frac{3}{2}FG = 3m,$$

$$\therefore AB = AO + OF + BF = m + m + 3m = 5m,$$

$$\because S_{\triangle ABC} = 6,$$

$$\therefore \frac{1}{2}AB \cdot CF = \frac{1}{2} \times 5mn = 6,$$

$$\text{解得 } mn = \frac{12}{5},$$

$$\text{即 } k = \frac{12}{5},$$

$$\text{故答案为: } \frac{12}{5}.$$

【点睛】 本题考查了反比例函数的几何应用、相似三角形的判定与性质，通过作辅助线，构造相似三角形是解题关键.

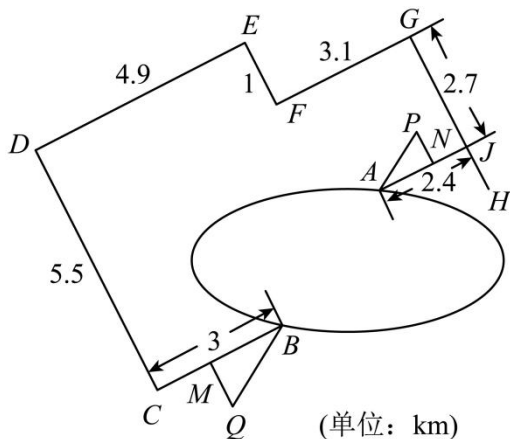
16. 希腊数学家海伦给出了挖掘直线隧道的方法: 如图, A, B 是两侧山脚的入口, 从 B 出发任作线段 BC , 过 C 作 $CD \perp BC$, 然后依次作垂线段 DE, EF, FG, GH , 直到接近 A 点, 作 $AJ \perp GH$ 于点 J . 每条

线段可测量, 长度如图所示. 分别在 BC , AJ 上任选点 M , N , 作 $MQ \perp BC$, $NP \perp AJ$, 使得

$\frac{PN}{AN} = \frac{QM}{BM} = k$, 此时点 P , A , B , Q 共线. 挖隧道时始终能看见 P , Q 处的标志即可.

(1) $CD - EF - GJ = \underline{\hspace{2cm}} \text{ km}.$

(2) $k = \underline{\hspace{2cm}}.$



【答案】 ①. 1.8 ②. $\frac{9}{13}$

【解析】

【分析】(1) 由图可知 $CD = 5.5 \text{ km}$, $EF = 1 \text{ km}$, $GJ = 2.7 \text{ km}$, 代入 $CD - EF - GJ$ 计算即可得到答案;

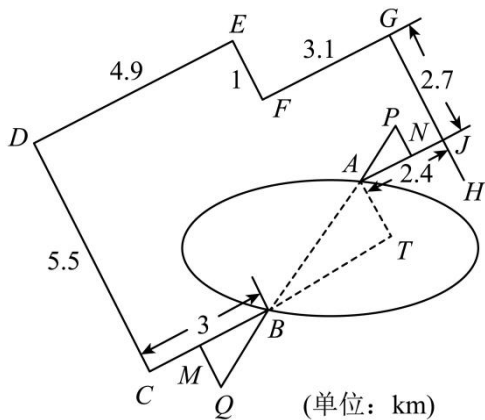
(2) 连接 AB , 过点 A 作 $AT \perp CB$, 交 CB 的延长线于点 T , $\angle ATB = 90^\circ$, P , A , B , Q 共线, 得到 $\angle MBQ = \angle ABT$, 由题意可知 BT 和 AT 的长度, 即可求得 $\angle ABT$ 的正切, 进一步即可得到答案.

【详解】解: (1) 由图可知, $CD = 5.5 \text{ km}$, $EF = 1 \text{ km}$, $GJ = 2.7 \text{ km}$,

$$\therefore CD - EF - GJ = 5.5 - 1 - 2.7 = 1.8 \text{ (km)};$$

故答案为: 1.8

(2) 连接 AB , 过点 A 作 $AT \perp CB$, 交 CB 的延长线于点 T , $\angle ATB = 90^\circ$,



$\therefore$ 点 P , A , B , Q 共线,

$$\therefore \angle MBQ = \angle ABT,$$

由题意可知, $BT = DE + FG - CB - AJ = 4.9 + 3.1 - 3 - 2.4 = 2.6$,

$$AT = CD - EF - GJ = 5.5 - 1 - 2.7 = 1.8,$$

$$\therefore \tan \angle ABT = \frac{AT}{BT} = \frac{1.8}{2.6} = \frac{9}{13},$$

$$\therefore \tan \angle MBQ = \frac{QM}{BM} = \frac{PN}{AN} = k = \frac{9}{13},$$

$$\therefore k = \frac{9}{13}.$$

故答案为: $\frac{9}{13}$

【点睛】此题考查了锐角三角函数、对顶角相等知识, 数形结合是解题的关键.

三、解答题 (本题共有 8 小题, 第 17~19 小题每小题 6 分, 第 20~21 小题每小题 8 分, 第 22~23 小题每小题 10 分, 第 24 小题 12 分, 共 66 分. 请务必写出解答过程)

17. (1) 因式分解: $a^2 - 1$.

(2) 化简: $\frac{a-1}{a^2-1} + \frac{1}{a+1}$.

【答案】 $(a+1)(a-1)$; $\frac{2}{a+1}$

【解析】

【分析】(1) 根据平方差公式进行分解即可;

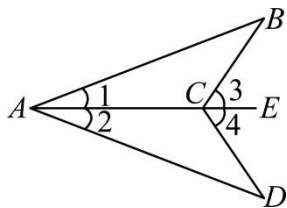
(2) 先对第一个分式 $\frac{a-1}{a^2-1}$ 的分母进行因式分解, 得到 $\frac{1}{a+1}$, 再根据分式的运算法则进行计算即可.

【详解】解: (1) $a^2 - 1 = (a+1)(a-1)$;

$$\begin{aligned} (2) & \frac{a-1}{a^2-1} + \frac{1}{a+1} \\ &= \frac{a-1}{(a+1)(a-1)} + \frac{1}{a+1}, \\ &= \frac{1}{a+1} + \frac{1}{a+1}, \\ &= \frac{2}{a+1}. \end{aligned}$$

【点睛】本题考查因式分解和分式化解, 解题的关键是熟练掌握平方差公式和分式的运算法则.

18. 已知: 如图, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$. 求证: $AB = AD$.



【答案】见解析

【解析】

【分析】由 $\angle 3 = \angle 4$ 可得 $\angle ACB = \angle ACD$ ，然后即可根据 ASA 证明 $\triangle ACB \cong \triangle ACD$ ，再根据全等三角形的性质即得结论.

【详解】解： $\because \angle 3 = \angle 4$ ， $\angle ACB + \angle 3 = 180^\circ$ ， $\angle ACD + \angle 4 = 180^\circ$ ，

$\therefore \angle ACB = \angle ACD$ ，

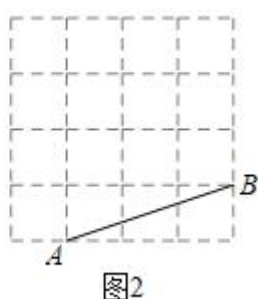
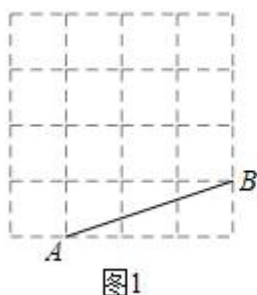
$$\therefore \begin{cases} \angle 1 = \angle 2 \\ AC = AC \\ \angle ACB = \angle ACD \end{cases},$$

$\therefore \triangle ACB \cong \triangle ACD$ ，

$\therefore AB = AD$.

【点睛】本题考查了全等三角形的判定和性质，证明 $\triangle ACB \cong \triangle ACD$ 是解本题的关键.

19. 如图，在 4×4 的方格纸中，点 A ， B 在格点上. 请按要求画出格点线段（线段的端点在格点上），并写出结论.



(1) 在图 1 中画一条线段垂直 AB .

(2) 在图 2 中画一条线段平分 AB .

【答案】(1) 图见解析， $BC \perp AB$ (答案不唯一)

(2) 图见解析， EF 平分 AB (答案不唯一)

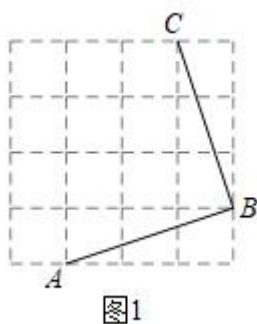
【解析】

【分析】(1) 根据网格特点，利用三角形全等的判定与性质画图即可得；

(2) 根据网格特点，利用矩形的判定与性质画图即可得.

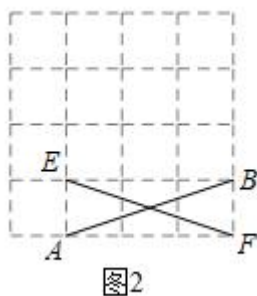
【小问 1 详解】

解：如图 1，线段 BC 即为所求，满足 $BC \perp AB$.



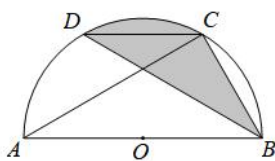
【小问 2 详解】

解: 如图 2, 线段 EF 即为所求, 满足 EF 平分 AB .



【点睛】 本题考查了三角形全等的判定与性质画图、矩形的判定与性质画图, 熟练掌握全等三角形和矩形的性质是解题关键.

20. 如图, C, D 是以 AB 为直径的半圆上的两点, $\angle CAB = \angle DBA$, 连结 BC, CD .



(1) 求证: $CD \parallel AB$.

(2) 若 $AB = 4$, $\angle ACD = 30^\circ$, 求阴影部分的面积.

【答案】 (1) 答案见解析

(2) $\frac{2}{3}\pi$

【解析】

【分析】 (1) 根据同弧所对的圆周角相等得到 $\angle ACD = \angle DBA$, 根据 $\angle CAB = \angle DBA$ 得到 $\angle CAB = \angle ACD$, 进而得到结论;

(2) 连结 OC, OD , 证明所求的阴影部分面积与扇形 COD 的面积相等, 继而得到结论.

【小问 1 详解】

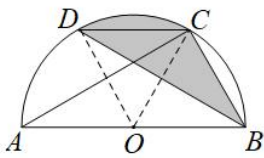
证明: $\because \widehat{AD} = \widehat{AD}$,

$\therefore \angle ACD = \angle DBA$,

又 $\because \angle CAB = \angle DBA$,
 $\therefore \angle CAB = \angle ACD$,
 $\therefore CD \parallel AB$;

【小问 2 详解】

解: 如图, 连结 OC , OD .



$\because \angle ACD = 30^\circ$,
 $\therefore \angle ACD = \angle CAB = 30^\circ$,
 $\therefore \angle AOD = \angle COB = 60^\circ$,
 $\therefore \angle COD = 180^\circ - \angle AOD - \angle COB = 60^\circ$.
 $\because CD \parallel AB$,
 $\therefore S_{\triangle DOC} = S_{\triangle DBC}$,
 $\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{弓形 } COD} + S_{\triangle DOC} = S_{\text{弓形 } COD} + S_{\triangle DBC} = S_{\text{扇形 } COD}$,
 $\because AB = 4$,
 $\therefore OA = 2$,
 $\therefore S_{\text{扇形 } COD} = \frac{n\pi r^2}{360} = \frac{60\pi \cdot 2^2}{360} = \frac{2}{3}\pi$.
 $\therefore S_{\text{阴影}} = \frac{2}{3}\pi$.

【点睛】 本题主要考查扇形的面积, 同弧所对的圆周角相等, 平行线的判定, 掌握定理以及公式是解题的关键.

21. 【新知学习】 在气象学上, “入夏” 由两种平均气温与 22°C 比较来判断:

衢州市 2021 年 5 月 5 日~5 月 14 日的两种平均气温统计表 (单位: $^\circ\text{C}$)

2021 年 5 月	5 日	6 日	7 日	8 日	9 日	10 日	11 日	12 日	13 日	14 日
$\bar{x}$ (日平均气温)	20	21	22	21	24	26	25	24	25	27
$\bar{y}$ (五天滑动平均气温)	...	...	21.6	22.8	23.6	24	24.8	25.4	...	...

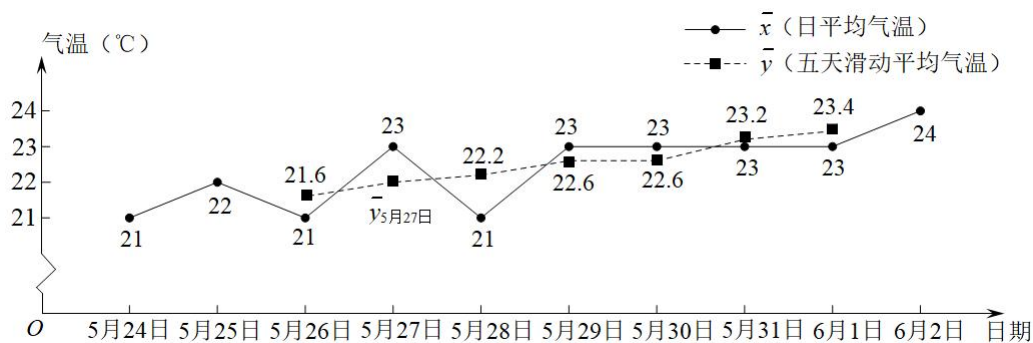
注: “五天滑动平均气温”指某一天及其前后各两天的日平均气温的平均数, 如:

$$\bar{y}_{5月8日} = \frac{1}{5} (\bar{x}_{5月6日} + \bar{x}_{5月7日} + \bar{x}_{5月8日} + \bar{x}_{5月9日} + \bar{x}_{5月10日}) = \frac{1}{5} (21 + 22 + 21 + 24 + 26) = 22.8 (^{\circ}\text{C}).$$

已知 2021 年的 $\bar{y}$ 从 5 月 8 日起首次连续五天大于或等于 22°C , 而 $\bar{y}_{5月8日}$ 对应着 $\bar{x}_{5月6日} \sim \bar{x}_{5月10日}$, 其中第一个大于或等于 22°C 的是 $\bar{x}_{5月7日}$, 则 5 月 7 日即为我市 2021 年的“入夏日”.

【新知应用】已知我市 2022 年的“入夏日”为下图中的某一天, 请根据信息解决问题:

衢州市 2022 年 5 月 24 日~6 月 2 日的两种平均气温折线统计图



(1) 求 2022 年的 $\bar{y}_{5月27日}$.

(2) 写出从哪天开始, 图中的 $\bar{y}$ 连续五天都大于或等于 22°C . 并判断今年的“入夏日”.

(3) 某媒体报道: “夏天姗姗来迟, 衢州 2022 年的春天比去年长.” 你认为这样的说法正确吗? 为什么?
(我市 2021 年和 2022 年的入春时间分别是 2 月 1 日和 2 月 27 日)

【答案】(1) 22°C

(2) 5 月 27 日; 5 月 25 日

(3) 不正确, 理由见解析

【解析】

【分析】(1) 根据所给计算公式计算即可;

(2) 根据图中信息以及 (1) 即可判断;

(3) 根据图表即可得到结论.

【小问 1 详解】

$$\text{解: } \bar{y}_{5月27日} = \frac{22 + 21 + 23 + 21 + 23}{5} = 22 (^{\circ}\text{C});$$

【小问 2 详解】

解: 从 5 月 27 日开始, $\bar{y}$ 连续五天都大于或等于 22°C .

我市 2022 年的“入夏日”为 5 月 25 日.

【小问 3 详解】

解: 不正确. 因为今年的入夏时间虽然比去年迟了 18 天, 但是今年的入春时间比去年迟了 26 天, 所以今年的春天应该比去年还短.

【点睛】 本题主要考查从图表中获取信息, 平均数的运算, 正确的理解题意是解题的关键.

22. 金师傅近期准备换车, 看中了价格相同的两款国产车.

燃油车 油箱容积: 40 升 油价: 9 元/升 续航里程: a 千米 每千米行驶费用: $\frac{40 \times 9}{a}$ 元	新能源车 电池电量: 60 千瓦时 电价: 0.6 元/千瓦时 续航里程: a 千米 每千米行驶费用: _____ 元
---	---

(1) 用含 a 的代数式表示新能源车的每千米行驶费用.

(2) 若燃油车的每千米行驶费用比新能源车多 0.54 元.

① 分别求出这两款车的每千米行驶费用.

② 若燃油车和新能源车每年的其它费用分别为 4800 元和 7500 元. 问: 每年行驶里程为多少千米时, 买新能源车的年费用更低? (年费用 = 年行驶费用 + 年其它费用)

【答案】 (1) $\frac{36}{a}$ 元

(2) ① 燃油车的每千米行驶费用为 0.6 元, 新能源车的每千米行驶费用为 0.06 元; ② 每年行驶里程超过 5000 千米时, 买新能源车的年费用更低

【解析】

【分析】 (1) 利用电池电量乘以电价, 再除以续航里程即可得;

(2) ① 根据燃油车的每千米行驶费用比新能源车多 0.54 元建立方程, 解方程可得 a 的值, 由此即可得;

② 设每年行驶里程为 x 千米时, 买新能源车的年费用更低, 根据这两款车的年费用建立不等式, 解不等式即可得.

【小问 1 详解】

解: 新能源车的每千米行驶费用为 $\frac{60 \times 0.6}{a} = \frac{36}{a}$ 元,

答: 新能源车的每千米行驶费用为 $\frac{36}{a}$ 元.

【小问 2 详解】

解: ① 由题意得: $\frac{40 \times 9}{a} - \frac{36}{a} = 0.54$,

解得 $a = 600$,

经检验, $a = 600$ 是所列分式方程的解,

$$\text{则 } \frac{40 \times 9}{a} = \frac{40 \times 9}{600} = 0.6, \quad \frac{36}{a} = \frac{36}{600} = 0.06,$$

答: 燃油车的每千米行驶费用为 0.6 元, 新能源车的每千米行驶费用为 0.06 元;

②设每年行驶里程为 x 千米时, 买新能源车的年费用更低,

由题意得: $0.6x + 4800 > 0.06x + 7500$,

解得 $x > 5000$,

答: 每年行驶里程超过 5000 千米时, 买新能源车的年费用更低.

【点睛】本题考查了列代数式、分式方程的应用、一元一次不等式的应用, 正确建立方程和不等式是解题关键.

23. 如图 1 为北京冬奥会“雪飞天”滑雪大跳台赛道的横截面示意图. 取水平线 OE 为 x 轴, 铅垂线 OD 为 y 轴, 建立平面直角坐标系. 运动员以速度 v (m/s) 从 D 点滑出, 运动轨迹近似抛物线

$y = -ax^2 + 2x + 20$ ($a \neq 0$). 某运动员 7 次试跳的轨迹如图 2. 在着陆坡 CE 上设置点 K (与 DO 相距 32m)

作为标准点, 着陆点在 K 点或超过 K 点视为成绩达标.



图1

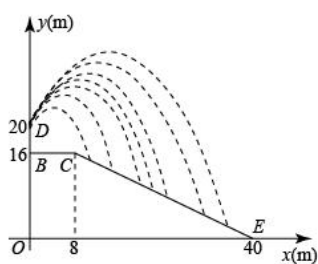


图2

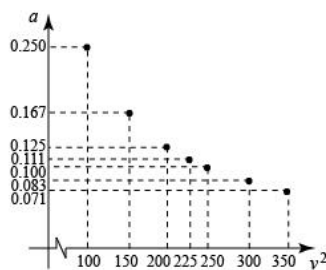


图3

(1) 求线段 CE 的函数表达式 (写出 x 的取值范围).

(2) 当 $a = \frac{1}{9}$ 时, 着陆点为 P , 求 P 的横坐标并判断成绩是否达标.

(3) 在试跳中发现运动轨迹与滑出速度 v 的大小有关, 进一步探究, 测算得 7 组 a 与 v^2 的对应数据, 在平面直角坐标系中描点如图 3.

①猜想 a 关于 v^2 的函数类型, 求函数表达式, 并任选一对对应值验证.

②当 v 为多少 m/s 时, 运动员的成绩恰能达标 (精确到 1m/s)?

(参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sqrt{5} \approx 2.24$)

【答案】(1) $y = -\frac{1}{2}x + 20$ ($8 \leq x \leq 40$)

(2) P 的横坐标为 22.5, 成绩未达标

(3) ① a 与 v^2 成反比例函数关系, $a = \frac{25}{v^2}$, 验证见解析; ② 当 $v \approx 18 \text{ m/s}$ 时, 运动员的成绩恰能达标

【解析】

【分析】(1) 根据图像得出 CE 的坐标, 直接利用待定系数法即可求出解析式;

(2) 将 $a = \frac{1}{9}$ 代入二次函数解析式, 由 $-\frac{1}{9}x^2 + 2x + 20 = -\frac{1}{2}x + 20$ 解出 x 的值, 比较即可得出结果;

(3) 由图像可知, a 与 v^2 成反比例函数关系, 代入其中一个点即可求出解析式, 根据 CE 的表达式求出 K 的坐标 (32, 4), 代入 $y = -ax^2 + 2x + 20$ 即可求出 a , 再代入反比例函数即可求出 v 的值.

【小问 1 详解】

解: 由图 2 可知: $C(8, 16)$, $E(40, 0)$,

设 $CE: y = kx + b (k \neq 0)$,

将 $C(8, 16)$, $E(40, 0)$ 代入 $y = kx + b (k \neq 0)$,

$$\text{得: } \begin{cases} 16 = 8k + b \\ 0 = 40k + b \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 20 \end{cases}$$

$\therefore$ 线段 CE 的函数表达式为 $y = -\frac{1}{2}x + 20 \quad (8 \leq x \leq 40)$.

【小问 2 详解】

当 $a = \frac{1}{9}$ 时, $y = -\frac{1}{9}x^2 + 2x + 20$, 由题意得 $-\frac{1}{9}x^2 + 2x + 20 = -\frac{1}{2}x + 20$,

解得 $x_1 = 0$ (舍去), $x_2 = 22.5$.

$\therefore P$ 的横坐标为 22.5.

$\because 22.5 < 32$,

$\therefore$ 成绩未达标.

【小问 3 详解】

① 猜想 a 与 v^2 成反比例函数关系.

$\therefore$ 设 $a = \frac{m}{v^2} (m \neq 0)$,

将 (100, 0.250) 代入得 $0.25 = \frac{m}{100}$, 解得 $m = 25$,

$\therefore a = \frac{25}{v^2}$.

将 $(150, 0.167)$ 代入 $a = \frac{25}{v^2}$ 验证: $\frac{25}{150} \approx 0.167$,

$\therefore a = \frac{25}{v^2}$ 能相当精确地反映 a 与 v^2 的关系, 即为所求的函数表达式.

②由 K 在线段 $y = -\frac{1}{2}x + 20$ 上, 得 $K(32, 4)$, 代入得 $y = -ax^2 + 2x + 20$, 得 $a = \frac{5}{64}$

由 $a = \frac{25}{v^2}$ 得 $v^2 = 320$,

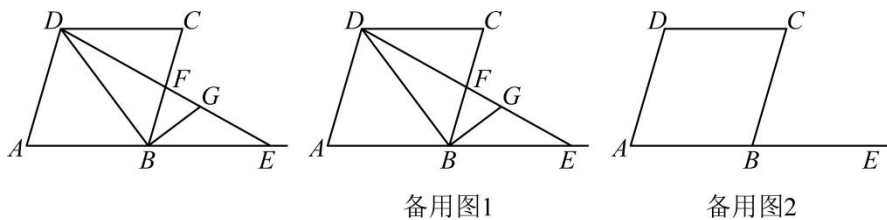
又 $\because v > 0$,

$\therefore v = 8\sqrt{5} \approx 18$,

$\therefore$ 当 $v \approx 18 \text{ m/s}$ 时, 运动员的成绩恰能达标.

【点睛】本题考查二次函数的应用, 二次函数与一次函数综合问题, 解题的关键在于熟练掌握二次函数的性质, 并能灵活运用二次函数与一次函数的性质解决问题.

24. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=5$, BD 为对角线. 点 E 是边 AB 延长线上的任意一点, 连结 DE 交 BC 于点 F , BG 平分 $\angle CBE$ 交 DE 于点 G .



(1) 求证: $\angle DBG = 90^\circ$.

(2) 若 $BD = 6$, $DG = 2GE$.

①求菱形 $ABCD$ 的面积.

②求 $\tan \angle BDE$ 的值.

(3) 若 $BE = AB$, 当 $\angle DAB$ 的大小发生变化时 ($0^\circ < \angle DAB < 180^\circ$), 在 AE 上找一点 T , 使 GT 为定值, 说明理由并求出 ET 的值.

【答案】(1) 见解析 (2) ①24, ② $\frac{4}{9}$

(3) $ET = \frac{10}{3}$, 理由见解析

【解析】

【分析】(1) 由菱形的性质可证得 $\angle CBD = \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC$, 由 BG 平分 $\angle CBE$ 交 DE 于点 G , 得到 $\angle CBG = \angle EBG = \frac{1}{2} \angle CBE$, 进一步即可得到答案;

(2) ①连接 AC 交 BD 于点 O , 在 $\text{Rt}\triangle DOC$ 中, $OC = \sqrt{CD^2 - OD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$, 求得 $AC = 8$, 由菱形的面

积公式可得答案; ②由 $BG \parallel AC$, 得到 $\frac{DH}{DG} = \frac{DO}{BD} = \frac{1}{2}$, $DH = HG$, $DG = 2DH$, 又由 $DG = 2GE$, 得到 $EG = DH = HG$, 则 $\frac{DH}{EH} = \frac{1}{2}$, 再证明 $\triangle CDH \sim \triangle AEH$, $CH = \frac{1}{3}AC = \frac{8}{3}$, $OH = OC - CH = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3}$, 利用正切的定义得到答案;

(3) 过点 G 作 $GT \parallel BC$, 交 AE 于点 T , $\triangle BGE \sim \triangle AHE$, 得 $AB = BE = 5$, 则 $EG = GH$, 再证 $\triangle DOH \sim \triangle DBG$, 得 $DH = GH = EG$, 由 $\triangle EGT \sim \triangle EDA$ 得 $\frac{GT}{AD} = \frac{ET}{EA} = \frac{1}{3}$, $GT = \frac{5}{3}$, 为定值, 即可得到 ET 的值.

【小问 1 详解】

证明: $\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$$\therefore BC = DC, AB \parallel CD,$$

$$\therefore \angle BDC = \angle CBD, \angle BDC = \angle ABD,$$

$$\therefore \angle CBD = \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC,$$

$\because BG$ 平分 $\angle CBE$ 交 DE 于点 G ,

$$\therefore \angle CBG = \angle EBG = \frac{1}{2} \angle CBE,$$

$$\therefore \angle CBD + \angle CBG = \frac{1}{2} (\angle ABC + \angle CBE) = \frac{1}{2} \times 180^\circ = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DBG = 90^\circ;$$

【小问 2 详解】

解: ①如图 1, 连接 AC 交 BD 于点 O ,

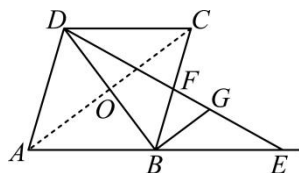


图1

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形, $BD = 6$,

$$\therefore OD = \frac{1}{2} BD = 3, AC \perp BD,$$

$$\therefore \angle DOC = 90^\circ,$$

$$\text{在 } Rt\triangle DOC \text{ 中, } OC = \sqrt{CD^2 - OD^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4,$$

$$\therefore AC = 2OC = 8,$$

$$\therefore S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{1}{2} AC \times BD = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24,$$

即菱形 $ABCD$ 的面积是 24.

②如图 2, 连接 AC , 分别交 BD 、 DE 于点 O 、 H ,

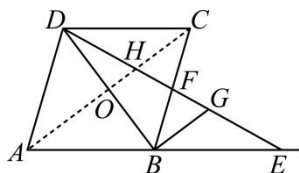


图2

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

$\therefore AC \perp BD$,

$\therefore \angle DBG = 90^\circ$

$\therefore BG \perp BD$,

$\therefore BG \parallel AC$,

$$\therefore \frac{DH}{DG} = \frac{DO}{BD} = \frac{1}{2},$$

$\therefore DH = HG, DG = 2DH$,

$\therefore DG = 2GE$,

$\therefore EG = DH = HG$,

$$\therefore \frac{DH}{EH} = \frac{1}{2},$$

$\therefore AB \parallel CD$,

$\therefore \angle DCH = \angle EAH, \angle CDH = \angle AEH$,

$\therefore \triangle CDH \sim \triangle AEH$,

$$\therefore \frac{CH}{AH} = \frac{DH}{EH} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore CH = \frac{1}{3}AC = \frac{8}{3},$$

$$\therefore OH = OC - CH = 4 - \frac{8}{3} = \frac{4}{3},$$

$$\therefore \tan \angle BDE = \frac{OH}{OD} = \frac{4}{9};$$

【小问 3 详解】

如图 3, 过点 G 作 $GT \parallel BC$ 交 AE 于点 T , 此时 $ET = \frac{10}{3}$.

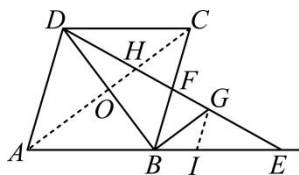


图3

理由如下：由题（1）可知，当 $\angle DAB$ 的大小发生变化时，始终有 $BG \parallel AC$,

$$\therefore \triangle BGE \sim \triangle AHE,$$

$$\therefore \frac{EG}{GH} = \frac{BE}{AB},$$

$$\because AB = BE = 5,$$

$$\therefore EG = GH,$$

同理可得， $\triangle DOH \sim \triangle DBG$,

$$\therefore \frac{DH}{GH} = \frac{DO}{BO},$$

$$\because BO = DO,$$

$$\therefore DH = GH = EG,$$

$$\because GT \parallel BC,$$

$$\therefore GT \parallel AD,$$

$$\therefore \triangle EGT \sim \triangle EDA,$$

$$\therefore \frac{GT}{AD} = \frac{EG}{ED} = \frac{ET}{EA} = \frac{1}{3},$$

$$\because AD = AB = 5,$$

$$\therefore GT = \frac{5}{3}, \text{ 为定值,}$$

$$\text{此时 } ET = \frac{1}{3} AE = \frac{1}{3} (AB + BE) = \frac{10}{3}.$$

【点睛】此题主要考查了相似三角形的判定和性质、菱形的性质、勾股定理、锐角三角函数等知识，熟练掌握相似三角形的判定和性质是解题的关键.

