

2022 年江苏省盐城市初中学业水平考试

一、选择题 (本大题共有 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 在每小题所给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的, 请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上)

1. 2022 的倒数是 ()

- A. 2022 B. -2022 C. $\frac{1}{2022}$ D. $-\frac{1}{2022}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据倒数的定义作答即可.

【详解】2022 的倒数是 $\frac{1}{2022}$,

故选: C.

【点睛】本题考查了倒数的概念, 即乘积为 1 的两个数互为倒数, 牢记倒数的概念是解题的关键.

2. 下列计算正确的是 ()

- A. $a + a^2 = a^3$ B. $(a^2)^3 = a^6$ C. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ D. $a^6 \div a^3 = a^2$

【答案】B

【解析】

【分析】根据合并同类项, 幂的乘方以及同底数幂的乘除法求解即可.

【详解】解: A. a 、 a^2 不是同类项, 不能合并, 选项错误, 不符合题意;

B. $(a^2)^3 = a^6$, 选项正确, 符合题意;

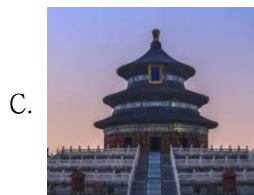
C. $a^2 \cdot a^3 = a^5$, 选项错误, 不符合题意;

D. $a^6 \div a^3 = a^3$, 选项错误, 不符合题意;

故选 B.

【点睛】此题考查了合并同类项, 幂的乘方以及同底数幂的乘除法, 掌握它们的运算是解题的关键.

3. 下列四幅照片中, 主体建筑的构图不对称的是 ()



D.



【答案】B

【解析】

【分析】根据轴对称图形的定义，逐项判断即可求解.

【详解】解：A、主体建筑的构图对称，故本选项不符合题意；

B、主体建筑的构图不对称，故本选项符合题意；

C、主体建筑的构图对称，故本选项不符合题意；

D、主体建筑的构图对称，故本选项不符合题意；

故选 B.

【点睛】本题主要考查了轴对称图形的定义，熟练掌握若一个图形沿着一条直线折叠后两部分能完全重合，这样的图形就叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴是解题的关键.

4. 盐城市图书馆现有馆藏纸质图书 1600000 余册. 数据 1600000 用科学记数法表示为 ()

A. 0.16×10^7

B. 1.6×10^7

C. 1.6×10^6

D. 16×10^5

【答案】C

【解析】

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数，确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位， n 的绝对值与小数点移动的位数相同，当原数绝对值 ≥ 10 时， n 是正数，当原数的绝对值 < 1 时， n 是负数.

【详解】解： $1600000 = 1.6 \times 10^6$.

故选：C.

【点睛】本题主要考查了科学记数法的表示方法，科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数，正确确定 a 的值及 n 的值是解此题的关键.

5. 一组数据 -2, 0, 3, 1, -1 的极差是 ()

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

【答案】D

【解析】

【分析】极差：一组数据中最大值与最小值的差，根据极差的定义进行计算即可.

【详解】解: $\therefore$ 这组数据中最大的为 3, 最小的为 -2,

$\therefore$ 极差为最大值 3 与最小值 -2 的差为: $3 - (-2) = 5$,

故选 D.

【点睛】本题考查的是极差的含义, 掌握“极差的定义”是解本题的关键.

6. 正方体的每个面上都有一个汉字, 如图是它的一种平面展开图, 那么在原正方体中, 与“盐”字所在面相对的面上的汉字是 ()



- A. 强 B. 富 C. 美 D. 高

【答案】D

【解析】

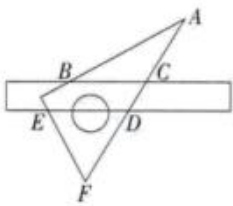
【分析】根据正方体的表面展开图, 相对的面之间一定相隔一个正方形, 即可求解.

【详解】解: 根据题意得: “盐”字所在面相对的面上的汉字是“高”,

故选 D

【点睛】本题主要考查了正方体的平面展开图的特征, 熟练掌握正方体的表面展开图, 相对的面之间一定相隔一个正方形是解题的关键.

7. 小明将一块直角三角板摆放在直尺上, 如图所示, 则 $\angle ABC$ 与 $\angle DEF$ 的关系是 ()



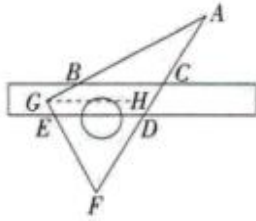
- A. 互余 B. 互补 C. 同位角 D. 同旁内角

【答案】A

【解析】

【分析】利用平行线的性质可得出答案.

【详解】解: 如图, 过点 G 作 GH 平行于 BC , 则 $GH \parallel DE$,



$$\therefore \angle ABC = \angle AGH, \quad \angle DEF = \angle FGH,$$

$$\because \angle AGH + \angle FGH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABC + \angle DEF = 90^\circ,$$

故选 A.

【点睛】本题考查了平行线的性质，灵活运用性质解决问题是解题的关键.

8. “跳眼法”是指用手指和眼睛估测距离的方法

步骤:

第一步: 水平举起右臂, 大拇指紧直向上, 大臂与身体垂直;

第二步: 闭上左眼, 调整位置, 使得右眼、大拇指、被测物体在一条直线上;

第三步: 闭上右眼, 睁开左眼, 此时看到被测物体出现在大拇指左侧, 与大拇指指向的位置有一段横向距离, 参照被测物体的大小, 估算横向距离的长度;

第四步: 将横向距离乘以 10 (人的手臂长度与眼距的比值一般为 10), 得到的值约为被测物体离观测点的距离值.

如图是用“跳眼法”估测前方一辆汽车到观测点距离的示意图, 该汽车的长度大约为 4 米, 则汽车到观测点的距离约为 ()



A. 40 米

B. 60 米

C. 80 米

D. 100 米

【答案】C

【解析】

【分析】参照题目中所给的“跳眼法”的方法估测出距离即可.

【详解】由“跳眼法”的步骤可知被测物体与观测点的距离是横向距离的 10 倍.

观察图形, 横向距离大约是汽车长度的 2 倍, 为 8 米,

所以汽车到观测点的距离约为 80 米,

故选 C.

【点睛】本题主要考查了测量距离, 正确理解“跳眼法”测物距是解答本题的关键.

二、填空题 (本大题共有 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 不需写出解答过程, 请将答案直接写在答题卡的相应位置上)

9. 使 $\sqrt{x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是_____.

【答案】 $x \geq 1$

【解析】

【分析】根据二次根式的被开方数是非负数列出不等式 $x-1 \geq 0$, 解不等式即可求得 x 的取值范围.

【详解】解: 根据题意得 $x-1 \geq 0$,

解得 $x \geq 1$.

故答案为: $x \geq 1$.

【点睛】本题考查了二次根式有意义的条件, 解题的关键是利用被开方数是非负数得出不等式.

10. 已知反比例函数的图象过点 (2, 3), 则该函数的解析式为_____.

【答案】 $y = \frac{6}{x}$.

【解析】

【分析】待定系数法求反比例函数解析式. 首先设反比例函数解析式 $y = \frac{k}{x}$, 再根据反比例函数图象上点的

坐标特点可得, $k = 2 \times 3 = 6$,

进而可得反比例函数解析式.

【详解】解: 设反比例函数解析式为 $y = \frac{k}{x}$,

$\because$ 反比例函数图象经过点 (2,3),

$\therefore k = 2 \times 3 = 6$,

$\therefore$ 反比例函数解析式为 $y = \frac{6}{x}$,

故答案为 $y = \frac{6}{x}$.

【点睛】此题主要考查了待定系数法求反比例函数解析式，关键是掌握凡是函数图象经过的点，必能满足解析式.

11. 分式方程 $\frac{x+1}{2x-1} = 1$ 的解为_____.

【答案】 $x = 2$

【解析】

【分析】方程两边同时乘以 $2x-1$ ，然后求出方程的解，最后验根.

【详解】解：方程两边同乘 $(2x-1)$ 得 $x+1 = 2x-1$

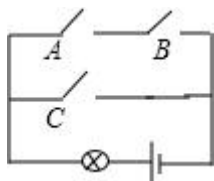
解得 $x = 2$,

经检验， $x = 2$ 是原分式方程的根，

故答案为： $x = 2$.

【点睛】本题主要考查了解分式方程的知识，解答本题的关键是掌握解分式方程的步骤，注意要验根.

12. 如图所示，电路图上有 A, B, C 三个开关和一个小灯泡，闭合开关 C 或者同时闭合开关 A, B，都可使小灯泡发光. 现任意闭合其中一个开关，则小灯泡发光的概率等于_____



【答案】 $\frac{1}{3}$

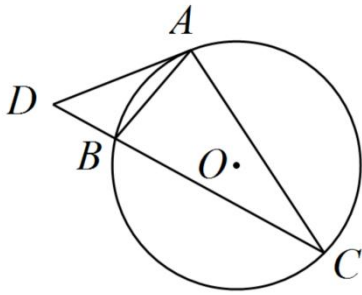
【解析】

【分析】根据概率公式知，共有 3 个开关，只闭一个开关时，只有闭合 C 时才发光，所以小灯泡发光的概率等于 $\frac{1}{3}$.

【详解】解：根据题意，三个开关，只有闭合 C 小灯泡才发光，所以小灯泡发光的概率等于 $\frac{1}{3}$.

【点睛】本题考查随机事件概率的求法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 A 出现 m 种结果，那么事件 A 的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.

13. 如图， AB 、 AC 是 $\odot O$ 的弦，过点 A 的切线交 CB 的延长线于点 D，若 $\angle BAD = 35^\circ$ ，则 $\angle C =$ _____°.

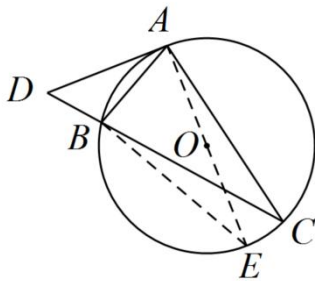


【答案】 35

【解析】

【分析】 连接 AO 并延长，交 $\odot O$ 于点 E ，连接 BE ，首先根据圆周角定理可得 $\angle E + \angle BAE = 90^\circ$ ，再根据 AD 为 $\odot O$ 的切线，可得 $\angle BAE + \angle BAD = 90^\circ$ ，可得 $\angle E = \angle BAD = 35^\circ$ ，再根据圆周角定理即可求得.

【详解】 解：如图，连接 AO 并延长，交 $\odot O$ 于点 E ，连接 BE .



$\because AE$ 为 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle ABE = 90^\circ$,

$\therefore \angle E + \angle BAE = 90^\circ$,

$\because AD$ 为 $\odot O$ 的切线,

$\therefore \angle DAE = 90^\circ$,

$\therefore \angle BAE + \angle BAD = 90^\circ$,

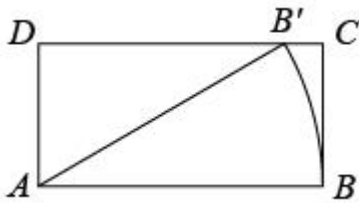
$\therefore \angle E = \angle BAD = 35^\circ$,

$\therefore \angle BCD = \angle E = 35^\circ$.

故答案为：35.

【点睛】 本题考查了圆周角定理，切线的性质，作出辅助线是解决本题的关键.

14. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 2BC = 2$ ，将线段 AB 绕点 A 按逆时针方向旋转，使得点 B 落在边 CD 上的点 B' 处，线段 AB 扫过的面积为_____.



【答案】 $\frac{\pi}{3}$

【解析】

【分析】由旋转的性质可得 $AB' = AB = 2$, 由锐角三角函数可求 $\angle DAB' = 60^\circ$, 从而得出 $\angle BAB' = 30^\circ$, 由扇形面积公式即可求解.

【详解】解: $\because AB = 2BC = 2$,

$$\therefore BC = 1,$$

$\because$ 矩形 $ABCD$ 中,

$$\therefore AD = BC = 1, \angle D = \angle DAB = 90^\circ,$$

由旋转可知 $AB = AB'$,

$$\therefore AB = 2BC = 2,$$

$$\therefore AB' = AB = 2,$$

$$\therefore \cos \angle DAB' = \frac{AD}{AB'} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore \angle DAB' = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAB' = 30^\circ,$$

$$\therefore \text{线段 } AB \text{ 扫过的面积} = \frac{30^\circ \times \pi \times 2^2}{360^\circ} = \frac{\pi}{3}.$$

故答案为: $\frac{\pi}{3}$.

【点睛】本题主要考查了旋转的性质, 矩形的性质, 扇形面积公式, 锐角三角函数等知识, 灵活运用这些性质解决问题是解此题的关键.

15. 若点 $P(m, n)$ 在二次函数 $y = x^2 + 2x + 2$ 的图象上, 且点 P 到 y 轴的距离小于 2, 则 n 的取值范围是

_____.

【答案】 $1 \leq n < 10$

【解析】

【分析】先判断 $-2 < m < 2$ ，再根据二次函数的性质可得： $n = m^2 + 2m + 2 = (m+1)^2 + 1$ ，再利用二次函数的性质求解 n 的范围即可。

【详解】解：∵点 P 到 y 轴的距离小于 2，

$$\therefore -2 < m < 2,$$

∵点 $P(m, n)$ 在二次函数 $y = x^2 + 2x + 2$ 的图象上，

$$\therefore n = m^2 + 2m + 2 = (m+1)^2 + 1,$$

∴当 $m = -1$ 时， n 有最小值为 1.

$$\text{当 } m = 2 \text{ 时, } n = (2+1)^2 + 1 = 10,$$

∴ n 的取值范围为 $1 \leq n < 10$.

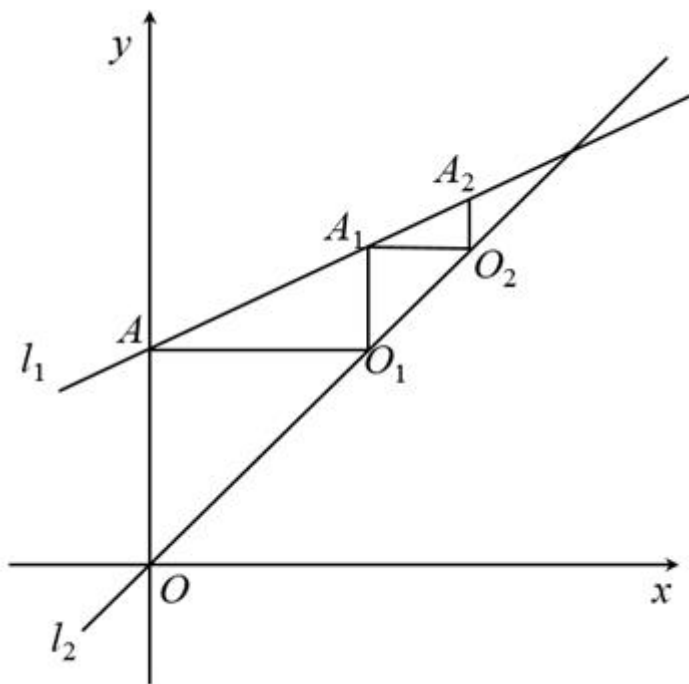
故答案为： $1 \leq n < 10$

【点睛】本题考查的是二次函数的性质，掌握“二次函数的增减性”是解本题的关键.

16. 《庄子·天下篇》记载“一尺之锤，日取其半，万世不竭.”如图，直线 $l_1: y = \frac{1}{2}x + 1$ 与 y 轴交于点 A ，

过点 A 作 x 轴的平行线交直线 $l_2: y = x$ 于点 O_1 ，过点 O_1 作 y 轴的平行线交直线 l_1 于点 A_1 ，以此类推，令

$OA = a_1$ ， $O_1A_1 = a_2$ ， $\dots$ ， $O_{n-1}A_{n-1} = a_n$ ，若 $a_1 + a_2 + \dots + a_n \leq S$ 对任意大于 1 的整数 n 恒成立，则 S 的最小值为_____.



【答案】2

【解析】

【分析】先由直线 $l_2: y = x$ 与 y 轴的夹角是 45° , 得出 $\triangle OAO_1$, $\triangle O_1A_1O_2$, $\cdots$ 都是等腰直角三角形,

$\therefore OA = O_1A$, $O_1A_1 = O_2A_1$, $O_2A_2 = O_3A_2$, $\cdots$, 得出点 O_1 的横坐标为 1, 得到当 $x=1$ 时, $y = \frac{1}{2} \times 1 + 1 = \frac{3}{2}$, 点 A_1 的坐标为 $(1, \frac{3}{2})$, $O_1A_1 = O_2A_1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$, 点 O_2 的横坐标 $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$, 当 $x = \frac{3}{2}$ 时, $y = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} + 1 = \frac{7}{4}$, 得出点 A_2 的坐标为 $(\frac{3}{2}, \frac{7}{4})$, 以此类推, 最后得出结果.

【详解】解: $\because$ 直线 $l_2: y = x$ 与 y 轴的夹角是 45° , $\therefore \triangle OAO_1$, $\triangle O_1A_1O_2$, $\dots$ 都是等腰直角三角形, $\therefore OA = O_1A$, $O_1A_1 = O_2A_1$, $O_2A_2 = O_3A_2$, $\cdots$ $\because$ 点 A 的坐标为 $(0, 1)$, $\therefore$ 点 O_1 的横坐标为 1,当 $x=1$ 时, $y = \frac{1}{2} \times 1 + 1 = \frac{3}{2}$, $\therefore$ 点 A_1 的坐标为 $(1, \frac{3}{2})$, $\therefore O_1A_1 = O_2A_1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$, $\therefore$ 点 O_2 的横坐标 $1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$,当 $x = \frac{3}{2}$ 时, $y = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} + 1 = \frac{7}{4}$, $\therefore$ 点 A_2 的坐标为 $(\frac{3}{2}, \frac{7}{4})$, $\therefore O_3A_2 = O_2A_2 = \frac{7}{4} - \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{4}$, $\dots\dots$ 以此类推, 得 $OA = a_1 = 1$, $O_1A_1 = a_2 = \frac{1}{2}$, $O_2A_2 = a_3 = \frac{1}{4}$, $O_3A_3 = a_4 = \frac{1}{8}$, $\dots\dots$, $O_{n-1}A_{n-1} = a_n = \frac{1}{2^{n-1}}$, $\therefore a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2^{n-1}} = 2 - \frac{1}{2^{n-1}} \leq S$, $\therefore S$ 的最小值为 2.

【点睛】本题考查了此题考查一次函数图象上的点的坐标特征, 探究以几何图形为背景的问题时, 一是要破解几何图形之间的关系, 二是实现线段长度和点的坐标的正确转换, 三是观察分析所得数据并找出数据之间的规律.

三、解答题 (本大题共有 11 小题, 共 102 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、推理过程或演算步骤)

17. $|-3| + \tan 45^\circ - (\sqrt{2} - 1)^0$.

【答案】 3

【解析】

【分析】 先计算 $(\sqrt{2} - 1)^0$ ，化简绝对值、代入 $\tan 45^\circ$ ，最后加减.

【详解】 解: $|-3| + \tan 45^\circ - (\sqrt{2} - 1)^0$
 $= 3 + 1 - 1$
 $= 3$.

【点睛】 本题考查了实数的运算，掌握零指数幂的意义、绝对值的意义及特殊角的三角函数值是解决本题的关键.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x + 1 \geq x + 2, \\ 2x - 1 < \frac{1}{2}(x + 4) \end{cases}$$

【答案】 $1 \leq x < 2$

【解析】

【分析】 分别求出不等式组中两不等式的解集，找出两解集的方法部分即可.

【详解】
$$\begin{cases} 2x + 1 \geq x + 2, \\ 2x - 1 < \frac{1}{2}(x + 4) \end{cases}$$

解不等式 $2x + 1 \geq x + 2$ ，得 $x \geq 1$ ，

解不等式 $2x - 1 < \frac{1}{2}(x + 4)$ ，得 $x < 2$ ，

所以不等式组的解集是 $1 \leq x < 2$

【点睛】 此题考查了解一元一次不等式组，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

19. 先化简，再求值: $(x + 4)(x - 4) + (x - 3)^2$ ，其中 $x^2 - 3x + 1 = 0$.

【答案】 $2x^2 - 6x - 7$ ， -9

【解析】

【分析】 根据平方差公式和完全平方公式可以化简题目中的式子，然后将 x 的值代入化简后的式子即可解答本题.

【详解】 解: 原式 $= x^2 - 16 + x^2 - 6x + 9$
 $= 2x^2 - 6x - 7$.

$$\because x^2 - 3x + 1 = 0,$$

$$\therefore x^2 - 3x = -1,$$

$$\text{原式} = 2(x^2 - 3x) - 7 = 2 \times (-1) - 7 = -9$$

【点睛】本题考查整式的混合运算-化简求值，解答本题的关键是明确整式化简求值的方法.

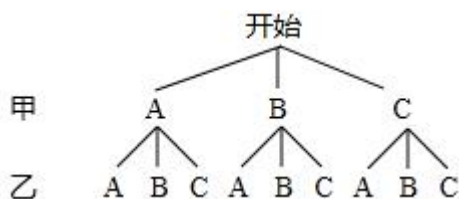
20. 某社区举行新冠疫情防控核酸检测大演练，卫生防疫部门在该社区设置了三个核酸检测点 A 、 B 、 C ，甲、乙两人任意选择一个检测点参加检测，求甲、乙两人不在同一检测点参加检测的概率. (用画树状图或列表的方法求解)

【答案】 $\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】画树状图，共有 9 种等可能的结果，其中甲、乙两人在不同检测点做核酸有 6 种结果，再由概率公式求解即可.

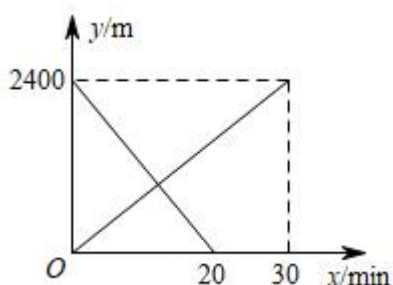
【详解】解：画树状图如下：



由图可知，共有 9 种等可能的结果，其中甲、乙两人不在同一检测点参加检测的结果有 6 种，故甲、乙两人不在同一检测点参加检测的概率为 $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.

【点睛】本题考查的是用树状图法求概率，树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合两步或两步以上完成的事件，用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比.

21. 小丽从甲地匀速步行去乙地，小华骑自行车从乙地匀速前往甲地，同时出发，两人离甲地的距离 y (m) 与出发时间 x (min) 之间的函数关系如图所示.



(1) 小丽步行的速度为 _____ m/min;

(2) 当两人相遇时，求他们到甲地的距离.

【答案】(1) 80 (2) 960m

【解析】

【分析】(1) 由图象可知小丽行走的路程与时间, 根据速度=路程÷时间计算即可;

(2) 方法一: 根据两函数图象的交点坐标来求解; 方法二: 根据行程问题中的相遇问题列出一元一次方程求解.

【小问 1 详解】

解: 由图象可知, 小丽步行 30 分钟走了 2400 米,

小丽的速度为: $2400 \div 30 = 80$ (m/min),

故答案为: 80.

【小问 2 详解】

解法 1: 小丽离甲地的距离 y (m) 与出发时间 x (min) 之间的函数表达式是 $y_{\text{丽}} = 80x$ ($0 \leq x \leq 30$),

小华离甲地的距离 y (m) 与出发时间 x (min) 之间的函数表达式是 $y_{\text{华}} = -120x + 2400$ ($0 \leq x \leq 20$),

两人相遇即 $y_{\text{丽}} = y_{\text{华}}$ 时, $80x = -120x + 2400$,

解得 $x = 12$,

当 $x = 12$ 时, $y_{\text{丽}} = 80x = 960$ (m).

答: 两人相遇时离甲地的距离是 960m.

解法 2: 设小丽与小华经过 t min 相遇,

由题意得 $80t + 120t = 2400$,

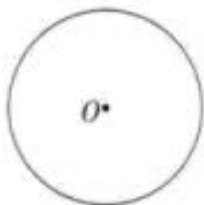
解得 $t = 12$,

所以两人相遇时离甲地的距离是 $80 \times 12 = 960$ m.

答: 两人相遇时离甲地的距离是 960m.

【点睛】本题考查函数的图象, 两直线相交问题, 一元一次方程的应用, 从图象中获取有用的信息是解题关键.

22. 证明: 垂直于弦 AB 的直径 CD 平分弦以及弦所对的两条弧.



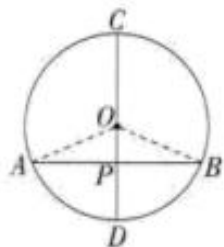
【答案】见解析

【解析】

【分析】根据命题的题设：垂直于弦 AB 的直径 CD ，结论： CD 平分 AB ， CD 平分 ADB, ACB ，写出已知，求证，再利用等腰三角形的性质，圆心角与弧之间的关系证明即可。

【详解】已知：如图， CD 是 $\odot O$ 的直径， AB 是 $\odot O$ 的弦， $AB \perp CD$ ，垂足为 P 。

求证： $PA = PB$ ， $\widehat{AD} = \widehat{BD}$ ， $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ 。



证明：如图，连接 OA 、 OB 。

因为 $OA = OB$ ， $OP \perp AB$ ，

所以 $PA = PB$ ， $\angle AOD = \angle BOD$ 。

所以 $\widehat{AD} = \widehat{BD}$ ， $\angle AOC = \angle BOC$ 。

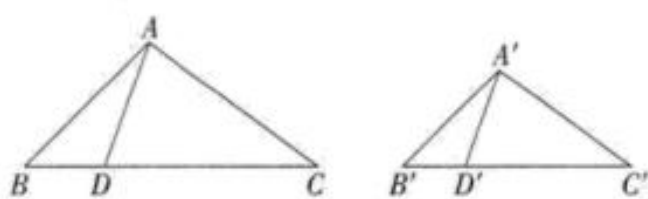
所以 $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ 。

【点睛】本题考查的是命题的证明，圆心角与弧，弦之间的关系，等腰三角形的性质，熟练的运用在同圆与等圆中，相等的圆心角所对的弧相等是解本题的关键。

23. 如图，在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 中，点 D 、 D' 分别在边 BC 、 $B'C'$ 上，且 $\triangle ACD \sim \triangle A'C'D'$ ，若_____，

则 $\triangle ABD \sim \triangle A'B'D'$ 。请从① $\frac{BD}{CD} = \frac{B'D'}{C'D'}$ ；② $\frac{AB}{CD} = \frac{A'B'}{C'D'}$ ；③ $\angle BAD = \angle B'A'D'$ 这三个选项中选择一

个作为条件（写序号），并加以证明。



【答案】见解析。

【解析】

【分析】根据相似三角形的判定定理证明即可。

【详解】解：若选① $\frac{BD}{CD} = \frac{B'D'}{C'D'}$ ，

证明: $\because \triangle ACD \sim \triangle A'C'D'$,

$$\therefore \angle ADC = \angle A'D'C', \quad \frac{AD}{A'D'} = \frac{CD}{C'D'},$$

$$\therefore \angle ADB = \angle A'D'B',$$

$$\therefore \frac{BD}{CD} = \frac{B'D'}{C'D'},$$

$$\therefore \frac{BD}{B'D'} = \frac{CD}{C'D'},$$

$$\therefore \frac{AD}{A'D'} = \frac{BD}{B'D'},$$

又 $\angle ADB = \angle A'D'B'$,

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle A'B'D'.$$

选择② $\frac{BA}{CD} = \frac{B'A'}{C'D'}$, 不能证明 $\triangle ABD \sim \triangle A'B'D'$.

若选③ $\angle BAD = \angle B'A'D'$,

证明: $\because \triangle ACD \sim \triangle A'C'D'$,

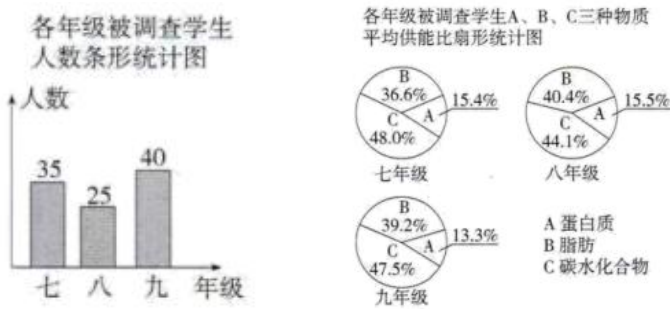
$$\therefore \angle ADC = \angle A'D'C', \quad \therefore \angle ADB = \angle A'D'B',$$

$$\text{又} \because \angle BAD = \angle B'A'D',$$

$$\therefore \triangle ABD \sim \triangle A'B'D'.$$

【点睛】 本题考查相似三角形的判定定理, 解题的关键是掌握相似三角形的判定方法.

24. 合理的膳食可以保证青少年体格和智力的正常发育. 综合实践小组为了解某校学生膳食营养状况, 从该校 1380 名学生中调查了 100 名学生的膳食情况, 调查数据整理如下:



中国营养学会推荐的三大营养素供能比参考值	
蛋白质	10%~15%
脂肪	20%~30%
碳水化合物	50%~65%

注: 供能比为某物质提供的能量占人体所需总能量的百分比.

(1) 本次调查采用_____的调查方法; (填“普查”或“抽样调查”)

(2) 通过对调查数据的计算, 样本中的蛋白质平均供能比约为 14. 6%, 请计算样本中的脂肪平均供能比和碳水化合物平均供能比;

(3) 结合以上的调查和计算, 对照下表中的参考值, 请你针对该校学生膳食状况存在的问题提一条建议.

【答案】(1) 抽样调查

(2) 样本中的脂肪平均供能比为 38. 59%, 碳水化合物平均供能比为 46. 825%

(3) 答案见解析

【解析】

【分析】(1) 由全面调查与抽样调查的含义可得答案;

(2) 利用加权平均数公式可得: 求解三个年级的人数分别乘以各自的平均供能比的和, 再除以总人数即可得到整体的平均数;

(3) 结合中国营养学会推荐的三大营养素供能比参考值, 把求解出来的平均值与标准值进行比较可得: 蛋白质平均供能比在合理的范围内, 脂肪平均供能比高于参考值, 碳水化合物供能比低于参考值, 再提出合理建议即可.

【小问 1 详解】

解: 由该校 1380 名学生中调查了 100 名学生的膳食情况,

可得: 本次调查采用抽样的调查方法;

故答案为: 抽样

【小问 2 详解】

样本中所有学生的脂肪平均供能比为 $\frac{35 \times 36.6\% + 25 \times 40.4\% + 40 \times 39.2\%}{35 + 25 + 40} \times 100\% = 38.59\%$,

样本中所有学生的碳水化合物平均供能比为 $\frac{35 \times 48.0\% + 25 \times 44.1\% + 40 \times 47.5\%}{35 + 25 + 40} \times 100\% = 46.825\%$.

答: 样本中的脂肪平均供能比为 38.59%, 碳水化合物平均供能比为 46.825%.

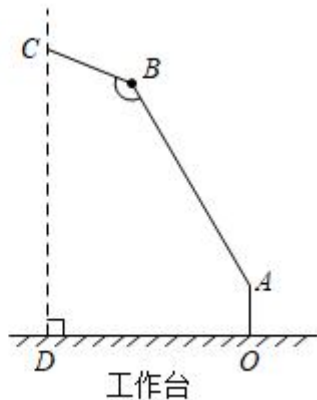
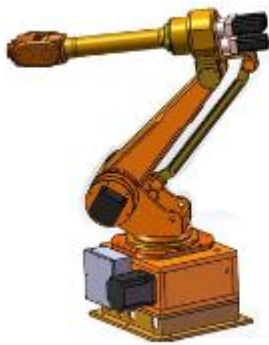
【小问 3 详解】

该校学生蛋白质平均供能比在合理的范围内, 脂肪平均供能比高于参考值, 碳水化合物供能比低于参考值, 膳食不合理, 营养搭配不均衡, 建议增加碳水化合物的摄入量, 减少脂肪的摄入量. (答案不唯一, 建议合理即可)

【点睛】本题考查的是全面调查与抽样调查的含义, 加权平均数的计算, 利用平均数作决策, 掌握“计算加权平均数的方法”是解本题的关键.

25. 2022 年 6 月 5 日, “神舟十四号”载人航天飞船搭载“明星”机械臂成功发射. 如图是处于工作状态的某型号手臂机器人示意图, OA 是垂直于工作台的移动基座, AB 、 BC 为机械臂, $OA = 1\text{ m}$, $AB = 5\text{ m}$,

$BC = 2\text{ m}$, $\angle ABC = 143^\circ$. 机械臂端点 C 到工作台的距离 $CD = 6\text{ m}$.



(1) 求 A 、 C 两点之间的距离;

(2) 求 OD 长.

(结果精确到 0.1 m , 参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$, $\sqrt{5} \approx 2.24$)

【答案】 (1) 6.7 m

(2) 4.5 m

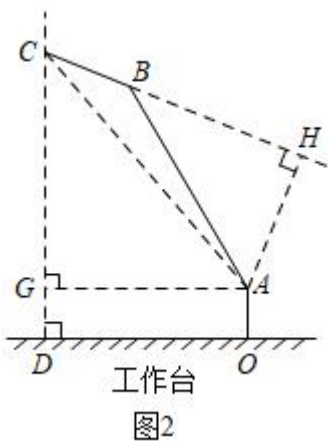
【解析】

【分析】 (1) 连接 AC , 过点 A 作 $AH \perp BC$, 交 CB 的延长线于 H , 根据锐角三角函数定义和勾股定理即可解决问题.

(2) 过点 A 作 $AG \perp DC$, 垂足为 G , 根据锐角三角函数定义和勾股定理即可解决问题.

【小问 1 详解】

解: 如图 2, 连接 AC , 过点 A 作 $AH \perp BC$, 交 CB 的延长线于 H .



在 $Rt\triangle ABH$ 中, $\angle ABH = 180^\circ - \angle ABC = 37^\circ$,

$\sin 37^\circ = \frac{AH}{AB}$, 所以 $AH = AB \cdot \sin 37^\circ \approx 3\text{ m}$,

$$\cos 37^\circ = \frac{BH}{AB}, \text{ 所以 } BH = AB \cdot \cos 37^\circ \approx 4\text{m},$$

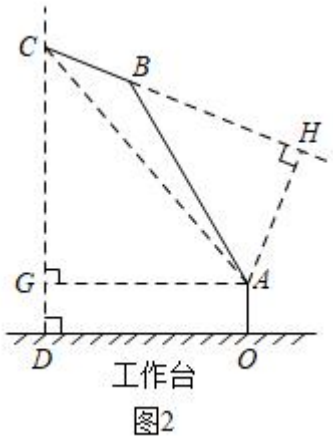
在 $Rt\triangle ACH$ 中, $AH = 3\text{m}$, $CH = BC + BH = 6\text{m}$,

根据勾股定理得 $AC = \sqrt{CH^2 + AH^2} = 3\sqrt{5} \approx 6.7\text{m}$,

答: A、C 两点之间的距离约 6.7m.

【小问 2 详解】

如图 2, 过点 A 作 $AG \perp DC$, 垂足为 G,



则四边形 AGDO 为矩形, $GD = AO = 1\text{m}$, $AG = OD$,

所以 $CG = CD - GD = 5\text{m}$,

在 $Rt\triangle ACG$ 中, $AG = 3\sqrt{5}\text{m}$, $CG = 5\text{m}$,

根据勾股定理得 $AG = \sqrt{AC^2 - CG^2} = 2\sqrt{5} \approx 4.5\text{m}$.

$\therefore OD = AG = 4.5\text{m}$.

答: OD 的长为 4.5m.

【点睛】求角的三角函数值或者求线段的长时, 我们经常通过观察图形将所求的角或者线段转化到直角三角形中 (如果没有直角三角形, 设法构造直角三角形), 再利用锐角三角函数求解

26. 【经典回顾】

梅文鼎是我国清初著名的数学家, 他在《勾股举隅》中给出多种证明勾股定理的方法图 1 是其中一种方法的示意图及部分辅助线.

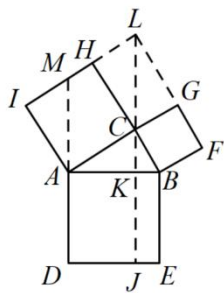


图1

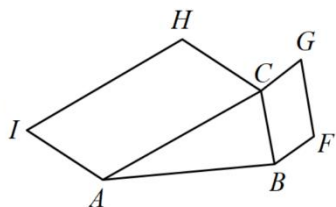


图2

在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 四边形 $ADEB$ 、 $ACHI$ 和 $BFGC$ 分别是以 $Rt\triangle ABC$ 的三边为一边的正方形. 延长 IH 和 FG , 交于点 L , 连接 LC 并延长交 DE 于点 J , 交 AB 于点 K , 延长 DA 交 IL 于点 M .

- (1) 证明: $AD = LC$;
- (2) 证明: 正方形 $ACHI$ 的面积等于四边形 $ACLM$ 的面积;
- (3) 请利用(2)中的结论证明勾股定理.
- (4) 【迁移拓展】

如图2, 四边形 $ACHI$ 和 $BFGC$ 分别是以 $\triangle ABC$ 的两边为一边的平行四边形, 探索在 AB 下方是否存在平行四边形 $ADEB$, 使得该平行四边形的面积等于平行四边形 $ACHI$ 、 $BFGC$ 的面积之和. 若存在, 作出满足条件的平行四边形 $ADEB$ (保留适当的作图痕迹); 若不存在, 请说明理由.

【答案】(1) 见解析 (2) 见解析

(3) 见解析 (4) 存在, 见解析

【解析】

【分析】(1) 根据正方形的性质和 SAS 证明 $\triangle ACB \cong \triangle HCG$, 可得结论;

(2) 证明 $S_{\triangle CHG} = S_{\triangle CHL}$, 所以 $S_{\triangle AMI} = S_{\triangle CHL}$, 由此可得结论;

(3) 证明正方形 $ACHI$ 的面积+正方形 $BFGC$ 的面积 = $\square ADJK$ 的面积+ $\square KJEB$ 的面积 = 正方形 $ADEB$, 可得结论;

(4) 如图2, 延长 IH 和 FG 交于点 L , 连接 LC , 以 A 为圆心 CL 为半径画弧交 IH 于一点, 过这一点和 A 作直线, 以 A 为圆心, AI 为半径作弧交这直线于 D , 分别以 A , B 为圆心, 以 AB , AI 为半径画弧交于 E , 连接 AD , DE , BE , 则四边形 $ADEB$ 即为所求.

【小问1详解】

证明: 如图1, 连接 HG ,

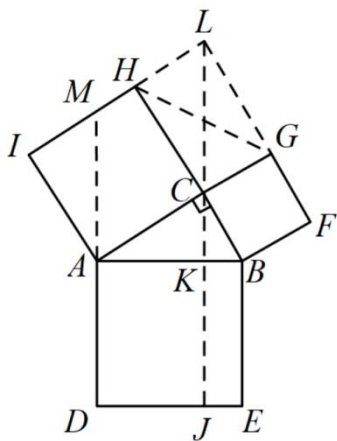


图1

$\therefore$ 四边形 $ACHI$, $ABED$ 和 $BCGF$ 是正方形,

$$\therefore AC = CH, \quad BC = CG, \quad \angle ACH = \angle BCG = 90^\circ, \quad AB = AD,$$
$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$
$$\therefore \angle GCH = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 90^\circ,$$
$$\therefore \angle GCH = \angle ACB,$$
$$\therefore \triangle ACB \cong \triangle HCG \text{ (SAS),}$$
$$\therefore GH = AB = AD,$$
$$\therefore \angle GCH = \angle CHI = \angle CGL = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $CGLH$ 是矩形,

$$\therefore CL = GH,$$
$$\therefore AD = LC;$$

【小问 2 详解】

证明: $\because \angle CAI = \angle BAM = 90^\circ$,

$$\therefore \angle BAC = \angle MAI,$$
$$\because AC=AI, \quad \angle ACB = \angle I = 90^\circ,$$
$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AMI \text{ (ASA)},$$

由 (1) 知: $\triangle ACB \cong \triangle HCG$,

$$\therefore \triangle AMI \cong \triangle HGC,$$

∴ 四边形 $CGLH$ 是矩形,

$$\therefore S_{\Delta CHG} = S_{\Delta CHL},$$
$$\therefore S_{\Delta AMI} = S_{\Delta CHL},$$

∴ 正方形 $ACHI$ 的面积等于四边形 $ACLM$ 的面积;

【小问 3 详解】

证明: 由正方形 $ADEB$ 可得 $AB \parallel DE$,

又 $AD \parallel LC$, 所以四边形 $ADJK$ 是平行四边形,

由 (2) 知, 四边形 $ACLM$ 是平行四边形,

由 (1) 知, $AD = LC$,

所以 $S_{\text{平行四边形}ADJK} = S_{\text{平行四边形}ACLM} = S_{\text{正方形}ACHI}$,

延长 EB 交 LG 于 Q ,

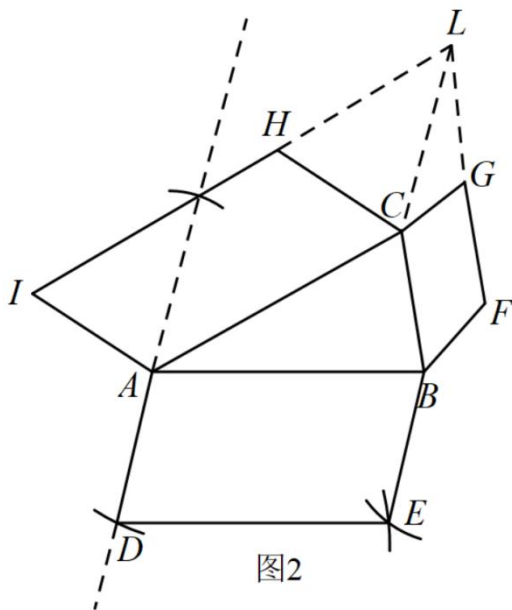
同理有 $S_{\text{平行四边形}KJEB} = S_{\text{平行四边形}CBQL} = S_{\text{正方形}BFGC}$,

所以 $S_{\text{正方形}ACHI} + S_{\text{正方形}BFGC} = S_{\text{平行四边形}ADJK} + S_{\text{平行四边形}KJEB} = S_{\text{正方形}ADEB}$.

所以 $AC^2 + BC^2 = AB^2$.

【小问 4 详解】

解: 如图为所求作的平行四边形 $ADEB$.



【点睛】本题是四边形的综合题, 考查的是全等三角形的性质和判定, 平行四边形的性质和判定, 矩形的性质和判定, 正方形的性质, 勾股定理的证明等知识; 熟练掌握正方形的性质和全等三角形的判定与性质, 根据图形面积的关系证出勾股定理是解题的关键, 属于中考常考题型.

27. 【发现问题】

小明在练习簿的横线上取点 O 为圆心, 相邻横线的间距为半径画圆, 然后半径依次增加一个间距画同心圆, 描出了同心圆与横线的一些交点, 如图 1 所示, 他发现这些点的位置有一定的规律.

【提出问题】

小明通过观察，提出猜想：按此步骤继续画圆描点，所描的点都在某二次函数图象上.

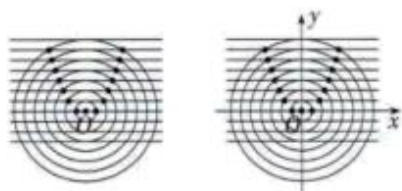
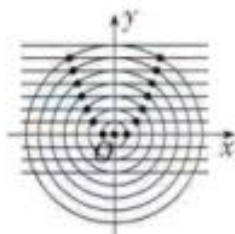


图 1

图 2



备用图

(1) 【分析问题】

小明利用已学知识和经验，以圆心 O 为原点，过点 O 的横线所在直线为 x 轴，过点 O 且垂直于横线的直线为 y 轴，相邻横线的间距为一个单位长度，建立平面直角坐标系，如图 2 所示. 当所描的点在半径为 5 的同心圆上时，其坐标为_____.

(2) 【解决问题】

请帮助小明验证他的猜想是否成立.

(3) 【深度思考】

小明继续思考：设点 $P(0, m)$ ， m 为正整数，以 OP 为直径画 $\odot M$ ，是否存在所描的点在 $\odot M$ 上. 若存在，求 m 的值；若不存在，说明理由.

【答案】(1) $(-3, 4)$ 或 $(3, 4)$

(2) 成立，理由见解析

(3) 存在，4

【解析】

【分析】(1) 先画出图形，再结合实际操作可得 $OA = OB = OD = 5, OC = 4, OC \perp AB$, 再利用勾股定理求解 AC, BC , 从而可得答案;

(2) 解法 1: 设半径为 n 的圆与直线 $y = n - 1$ 的交点为 $P(x, n - 1)$. 利用勾股定理可得 $x^2 + (n - 1)^2 = n^2$,

即 $x^2 = 2n - 1$, 可得 $n = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$, 可得 $y = n - 1 = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$ 上, 从而验证猜想;

解法 2: 设半径为 n 的圆与直线 $y = n - 1$ 交点为 $P(x, n - 1)$, 可得 $x^2 + (n - 1)^2 = n^2$, 解方程可得

$P(\pm\sqrt{2n-1}, n-1)$. 则 $\begin{cases} x = \pm\sqrt{2n-1}, \\ y = n-1 \end{cases}$, 再消去 n , 可得 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$, 从而验证猜想;

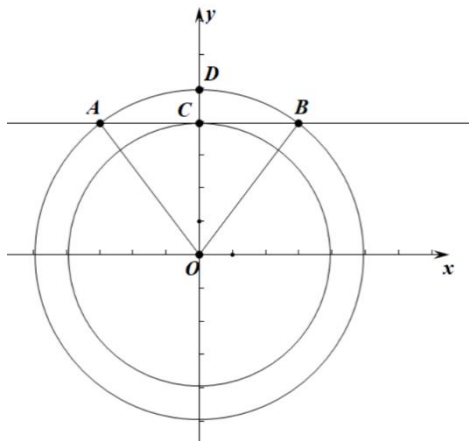
(3) 如图, 设所描的点 $N(\pm\sqrt{2n-1}, n-1)$ 在 $\odot M$ 上, 由 $MO = MN$, 建立方程

$$\left(\frac{m}{2}\right)^2 = (\pm\sqrt{2n-1})^2 + \left(n-1-\frac{m}{2}\right)^2, \text{ 整理得 } m = \frac{n^2}{n-1} = \frac{n^2-1+1}{n-1} = n+1 + \frac{1}{n-1}, \text{ 结合 } m, n \text{ 都是正整数,}$$

从而可得答案.

【小问 1 详解】

解: 如图, $OA = OB = OD = 5, OC = 4, OC \perp AB$,



$$\therefore AC = BC = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3,$$

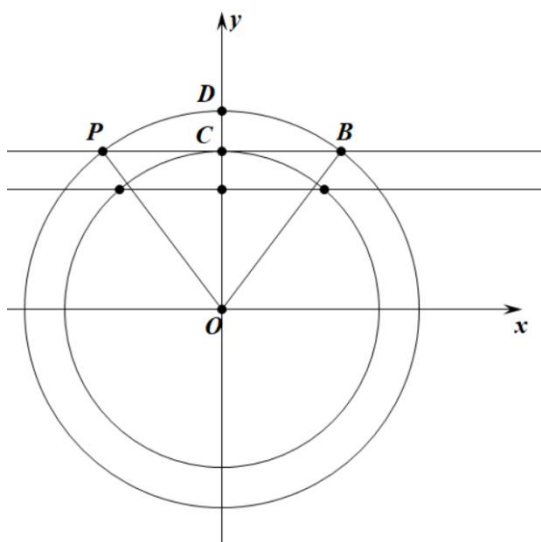
$$\therefore A(-3, 4), B(3, 4),$$

故答案为: $(-3, 4)$ 或 $(3, 4)$

【小问 2 详解】

小明的猜想成立.

解法 1: 如图, 设半径为 n 的圆与直线 $y = n - 1$ 的交点为 $P(x, n - 1)$.



因为 $OP = n$, 所以 $x^2 + (n-1)^2 = n^2$, 即 $x^2 = 2n-1$,

所以 $n = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}$,

所以 $y = n-1 = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$ 上, 小明的猜想成立.

解法 2: 设半径为 n 的圆与直线 $y = n-1$ 交点为 $P(x, n-1)$,

因为 $OP = n$, 所以 $x^2 + (n-1)^2 = n^2$, 解得 $x = \pm\sqrt{2n-1}$, 所以 $P(\pm\sqrt{2n-1}, n-1)$.

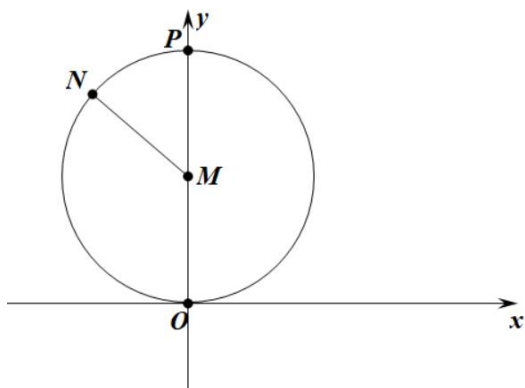
$\begin{cases} x = \pm\sqrt{2n-1}, \\ y = n-1 \end{cases}$, 消去 n , 得 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$,

$\therefore$ 点在抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}$ 上, 小明的猜想成立.

【小问 3 详解】

存在所描的点在 $\odot M$ 上, 理由:

如图, 设所描的点 $N(\pm\sqrt{2n-1}, n-1)$ 在 $\odot M$ 上,



则 $MO = MN$ ，因为 $M\left(0, \frac{m}{2}\right)$,

所以 $\left(\frac{m}{2}\right)^2 = \left(\pm\sqrt{2n-1}\right)^2 + \left(n-1-\frac{m}{2}\right)^2$,

整理得 $m = \frac{n^2}{n-1} = \frac{n^2-1+1}{n-1} = n+1 + \frac{1}{n-1}$,

因为 m , n 都是正整数,

所以只有 $n=2$, $m=4$ 满足要求.

因此, 存在唯一满足要求的 m , 其值是 4.

【点睛】 本题考查的是切线的性质, 垂径定理的应用, 坐标与图形, 二次函数的图象与性质, 勾股定理的应用, 方程的正整数解问题, 理解题意, 建立几何模型与函数模型是解本题的关键.

