

2022 年江苏省淮安市中考数学试卷

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. -2 的相反数是 ()

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. -2

【答案】A

【解析】

【分析】根据互为相反数的两个数的和为 0, 即可求解.

【详解】解: $\because -2 + 2 = 0$,

$\therefore -2$ 的相反数是 2.

故选: A.

【点睛】本题主要考查了相反数, 熟练掌握互为相反数的两个数的和为 0 是解题的关键.

2. 计算 $a^2 \cdot a^3$, 结果正确的是 ()

- A. a^2 B. a^3 C. a^5 D. a^6

【答案】C

【解析】

【分析】根据同底数幂的乘法直接计算即可求解.

【详解】解: 原式 $= a^5$.

故选 C.

【点睛】本题考查了同底数幂的乘法, 掌握同底数幂的乘法的运算法则是解题的关键.

3. 2022 年十三届全国人大五次会议审议通过的政府工作报告中提出, 今年城镇新增就业目标为 11000000 人以上. 数据 11000000 用科学记数法表示应为 ()

- A. 0.11×10^8 B. 1.1×10^7 C. 11×10^6 D. 1.1×10^6

【答案】B

【解析】

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于或等于 10 时, n 是正整数; 当原数的绝对值小于 1 时, n 是负整数.

【详解】解: 数据 11000000 用科学记数法表示应为 1.1×10^7 .

故选: B.

【点睛】 本题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 正确确定 a 的值以及 n 的值是解决问题的关键.

4. 某公司对 25 名营销人员 4 月份销售某种商品的情况统计如下:

销售量 (件)	60	50	40	35	30	20
人数	1	4	4	6	7	3

则这 25 名营销人员销售量的众数是 ()

- A. 50 B. 40 C. 35 D. 30

【答案】 D

【解析】

【分析】 根据众数的定义求解即可.

【详解】 解: 因为销售量为 30 件出现的次数最多, 所以这 25 名营销人员销售量的众数是 30.

故选: D.

【点睛】 本题考查了确定一组数据的众数, 一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

5. 下列长度的三条线段能组成三角形的是 ()

- A. 3, 3, 6 B. 3, 5, 10 C. 4, 6, 9 D. 4, 5, 9

【答案】 C

【解析】

【分析】 根据三角形的三边关系判断即可.

【详解】 A. $\because 3+3=6$,

$\therefore$ 长度为 3, 3, 6 的三条线段不能组成三角形, 本选项不符合题意;

B. $\because 3+5 < 10$,

$\therefore$ 长度为 3, 5, 10 的三条线段不能组成三角形, 本选项不符合题意;

C. $\because 4+6 > 9$, $6-4 < 9$,

$\therefore$ 长度为 4, 6, 9 的三条线段能组成三角形, 本选项符合题意;

D. $\because 4+5=9$,

$\therefore$ 长度为 4, 5, 9 的三条线段不能组成三角形, 本选项不符合题意;

故选: C.

【点睛】 本题考查的是三角形的三边关系, 熟记三角形两边之和大于第三边、三角形的两边差小于第三边是解题的关键.

6. 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - k = 0$ 没有实数根, 则 k 的值可以是 ()

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

【答案】A

【解析】

【分析】根据根的判别式列出不等式求出 k 的范围即可求出答案.

【详解】解: $\because$ 一元二次方程 $x^2 - 2x - k = 0$ 没有实数根,

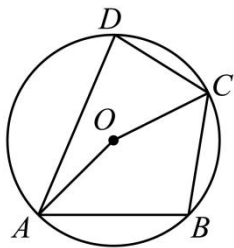
$$\therefore \Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times (-k) = 4 + 4k < 0,$$

$$\therefore k < -1,$$

故选: A.

【点睛】本题考查了根的判别式, 牢记“当 $\Delta < 0$ 时, 方程无实数根”是解题的关键.

7. 如图, 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形, 若 $\angle AOC = 160^\circ$, 则 $\angle ABC$ 的度数是 ()



- A. 80° B. 100° C. 140° D. 160°

【答案】B

【解析】

【分析】先根据圆周角定理求得 $\angle D$ 的度数, 然后根据圆内接四边形的性质求出 $\angle ABC$ 的度数即可.

【详解】解: $\because \angle AOC = 160^\circ$,

$$\therefore \angle ADC = \frac{1}{2} \angle AOC = 80^\circ,$$

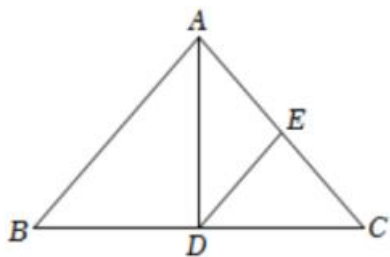
$\because$ 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形,

$$\therefore \angle ABC = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ,$$

故选: B.

【点睛】此题考查的是圆内接四边形的性质及圆周角定理, 比较简单, 牢记有关定理是解答本题的关键.

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D , E 为 AC 的中点, 若 $AB = 10$, 则 DE 的长是 ()



A. 8

B. 6

C. 5

D. 4

【答案】C

【解析】

【分析】利用等腰三角形三线合一以及直角三角形斜边上的中线进行求解即可.

【详解】 $\because AB = AC = 10$, AD 平分 $\angle BAC$,

$\therefore AD \perp BC$,

$\therefore \angle ADC = 90^\circ$,

$\because E$ 为 AC 的中点,

$\therefore DE = \frac{1}{2}AC = 5$,

故选 C.

【点睛】本题考查等腰三角形的性质和直角三角形斜边上的中线. 熟练掌握等腰三角形三线合一和直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半是解题的关键.

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. 实数 27 的立方根是_____.

【答案】3

【解析】

【分析】如果一个数 x 的立方等于 a , 那么 x 是 a 的立方根, 根据此定义求解即可.

【详解】解: $\because 3$ 的立方等于 27,

$\therefore 27$ 的立方根等于 3.

故答案为: 3.

【点睛】此题主要考查了求一个数的立方根, 解题时先找出所要求的这个数是哪一个数的立方. 由开立方和立方是互逆运算, 用立方的方法求这个数的立方根. 注意一个数的立方根与原数的性质符号相同.

10. 五边形的内角和等于_____度.

【答案】540

【解析】

【分析】根据多边形内角和公式 $(n-2) \times 180^\circ$ 计算求值即可.

【详解】解：五边形的内角和 $= (5-2) \times 180^\circ = 540^\circ$,

故答案为 540.

【点睛】此题考查了多边形的内角和公式，熟记公式是解题的关键.

11. 方程 $\frac{3}{x-2} - 1 = 0$ 的解是_____.

【答案】 $x = 5$

【解析】

【分析】方程两边都乘 $x-2$ 得出 $3-(x-2)=0$ ，求出方程的解，再进行检验即可.

【详解】解： $\frac{3}{x-2} - 1 = 0$,

方程两边都乘 $x-2$ ，得 $3-(x-2)=0$,

解得： $x = 5$,

检验：当 $x = 5$ 时， $x-2 \neq 0$,

所以 $x = 5$ 是原方程的解，

即原方程的解是 $x = 5$,

故答案为： $x = 5$.

【点睛】本题考查了解分式方程，能把分式方程转化成整式方程是解此题的关键.

12. 一组数据 3、-2、4、1、4 的平均数是_____.

【答案】 2

【解析】

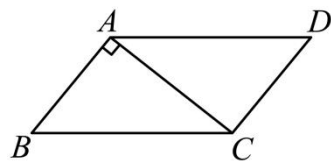
【分析】根据平均数的定义即可求解.

【详解】解：3、-2、4、1、4 的平均数是 $\frac{1}{5}(3-2+4+1+4) = \frac{1}{5} \times 10 = 2$

故答案为： 2.

【点睛】本题考查了求平均数，掌握平均数的定义是解题的关键. 平均数：是指一组数据中所有数据之和再除以数据的个数.

13. 如图，在 $ABCD$ 中， $CA \perp AB$ ，若 $\angle B = 50^\circ$ ，则 $\angle CAD$ 的度数是_____.



【答案】 40° ## 40 度

【解析】

【分析】根据平行四边形对边平行可得 $AD \parallel BC$ ，利用平行线的性质可得 $\angle CAD = \angle ACB$ ，因此利用直角三角形两个锐角互余求出 $\angle ACB$ 即可.

【详解】解： $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形，
 $\therefore AD \parallel BC$ ，
 $\therefore \angle CAD = \angle ACB$ ，
 $\because CA \perp AB$ ，
 $\therefore \angle BAC = 90^\circ$ ，
 $\because \angle B = 50^\circ$ ，
 $\therefore \angle ACB = 90^\circ - \angle B = 40^\circ$ ，
 $\therefore \angle CAD = \angle ACB = 40^\circ$ ，
故答案为： 40° .

【点睛】本题考查平行四边形的性质，平行线的性质，三角形内角和定理，难度较小，解题的关键是能够综合运用上述知识.

14. 若圆锥的底面圆半径为 2，母线长为 5，则该圆锥的侧面积是_____. (结果保留 π)

【答案】 10π

【解析】

【分析】根据圆锥的底面圆半径为 2，母线长为 5，直接利用圆锥的侧面积公式求出即可.

【详解】根据圆锥的侧面积公式： $\pi rl = \pi \times 2 \times 5 = 10\pi$ ，

故答案为： 10π .

【点睛】本题主要考查了圆锥侧面面积的计算，熟练记忆圆锥的侧面积公式是解决问题的关键.

15. 在平面直角坐标系中，将点 $A(2,3)$ 向下平移 5 个单位长度得到点 B ，若点 B 恰好在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像上，则 k 的值是_____.

【答案】 -4

【解析】

【分析】将点 $A(2,3)$ 向下平移 5 个单位长度得到点 B ，再把点 B 代入反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ，利用待定系数法进行求解即可.

【详解】将点 $A(2,3)$ 向下平移 5 个单位长度得到点 B ，则 $B(2,-2)$ ，

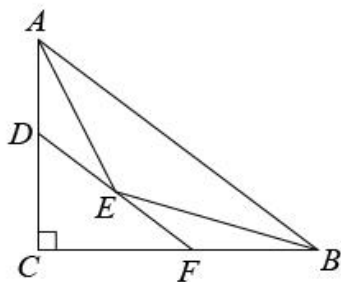
$\therefore$ 点 B 恰好在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像上,

$$\therefore k = 2 \times (-2) = -4,$$

故答案为: -4 .

【点睛】 本题考查了坐标与图形变化—平移, 待定系数法求反比例函数的解析式, 熟练掌握知识点是解题的关键.

16. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, 点 D 是 AC 边上的一点, 过点 D 作 $DF \parallel AB$, 交 BC 于点 F , 作 $\angle BAC$ 的平分线交 DF 于点 E , 连接 BE . 若 $\triangle ABE$ 的面积是 2, 则 $\frac{DE}{EF}$ 的值是_____.



【答案】 $\frac{3}{7}$

【解析】

【分析】 先根据勾股定理得出 $AB = 5$, 根据 $\triangle ABE$ 的面积是 2, 求出点 E 到 AB 的距离为 $\frac{4}{5}$, 根据 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的面积, 求出点 C 到 AB 的距离为 $\frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{12}{5}$, 即可得出点 C 到 DF 的距离为 $\frac{8}{5}$, 根据相似三角形的判定与性质, 得出 $\frac{CD}{CA} = \frac{2}{3} = \frac{DF}{AB}$, 求出 $CD = 2$, $DF = \frac{10}{3}$, 根据等角对等边求出 $DA = DE = 1$, 即可求出 $EF = DF - DE = \frac{10}{3} - 1 = \frac{7}{3}$, 即可得出最后结果.

【详解】 解: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由勾股定理得, $AB = 5$,

$\therefore \triangle ABE$ 的面积是 2,

$\therefore$ 点 E 到 AB 的距离为 $\frac{4}{5}$,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 点 C 到 AB 的距离为 $\frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{12}{5}$,

$\therefore$ 点 C 到 DF 的距离为 $\frac{8}{5}$,

$\therefore DF \parallel AB$,

$\therefore \triangle CDF \sim \triangle CAB$,

$$\therefore \frac{CD}{CA} = \frac{2}{3} = \frac{DF}{AB},$$

$$\therefore CD = 2, \quad DF = \frac{10}{3},$$

$$\because AE \text{ 平分 } \angle CAB,$$

$$\therefore \angle BAE = \angle CAE,$$

$$\because DF \parallel AB,$$

$$\therefore \angle AED = \angle BAE,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle DEA,$$

$$\therefore DA = DE = 1,$$

$$\therefore EF = DF - DE = \frac{10}{3} - 1 = \frac{7}{3},$$

$$\therefore \frac{DE}{EF} = \frac{3}{7},$$

$$\text{故答案为: } \frac{3}{7}.$$

【点睛】本题主要考查了三角形高的有关计算，平行线的性质，相似三角形的判定与性质，等腰三角形的判定，解题的关键是求出点 E 到 AB 的距离为 $\frac{4}{5}$ ，点 C 到 DF 的距离为 $\frac{8}{5}$ 。

三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 102)

17. (1) 计算: $|-5| + (3 - \sqrt{2})^0 - 2 \tan 45^\circ$;

(2) 化简: $\frac{a}{a^2 - 9} \div \left(1 + \frac{3}{a - 3}\right)$.

【答案】(1) 4; (2) $\frac{1}{a + 3}$

【解析】

【分析】(1) 根据绝对值，零指数幂和特殊角三角形函数值的计算法则求解即可；

(2) 根据分式的混合计算法则求解即可。

【详解】解: (1) 原式 $= 5 + 1 - 2 \times 1$

$$= 5 + 1 - 2$$

$$= 4;$$

$$(2) \text{ 原式} = \frac{a}{(a + 3)(a - 3)} \div \frac{a}{a - 3}$$

$$= \frac{a}{(a + 3)(a - 3)} \cdot \frac{a - 3}{a}$$

$$= \frac{1}{a+3}.$$

【点睛】本题主要考查了分式的混合计算，特殊角三角函数值，零指数幂，绝对值等等，熟知相关计算法则是解题的关键.

18. 解不等式组: $\begin{cases} 2(x-1) \geq -4 \\ \frac{3x-6}{2} < x-1 \end{cases}$, 并写出它的正整数解.

【答案】 $-1 \leq x < 4$, 不等式组的正整数解为: 1, 2, 3

【解析】

【分析】分别求出每个不等式的解集, 进而求出不等式组的解集, 再求出不等式组的正整数解即可.

【详解】解: 解不等式 $2(x-1) \geq -4$ 得 $x \geq -1$.

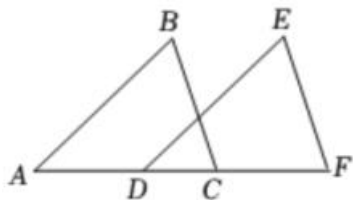
解不等式 $\frac{3x-6}{2} < x-1$ 得 $x < 4$,

$\therefore$ 不等式组的解集为: $-1 \leq x < 4$.

$\therefore$ 不等式组的正整数解为: 1, 2, 3.

【点睛】本题主要考查了解一元一次不等式组, 求不等式组的整数解, 正确求出每个不等式的解集, 进而求出不等式组的解集是解题的关键.

19. 已知: 如图, 点 A、D、C、F 在一条直线上, 且 $AD = CF$, $AB = DE$, $\angle BAC = \angle EDF$. 求证: $\angle B = \angle E$.



【答案】 见解析

【解析】

【分析】根据 SAS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$, 即可得出答案.

【详解】证明: $\because AD = CF$,

$$\therefore AD + CD = CF + CD,$$

$$\therefore AC = DF,$$

$$\therefore \text{在 } \triangle ABC \text{ 和 } \triangle DEF \text{ 中 } \begin{cases} AB = DE \\ \angle A = \angle EDF \\ AC = DF \end{cases}$$

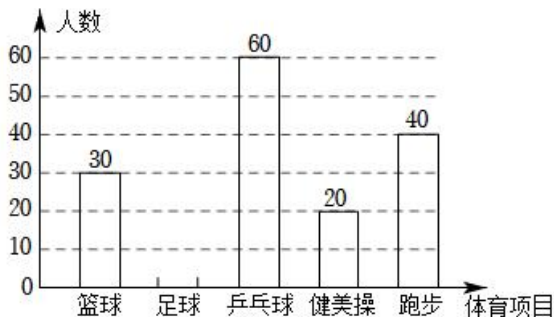
$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF \text{ (SAS)},$$

$\therefore \angle B = \angle E$.

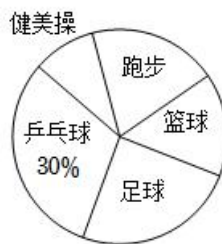
【点睛】 本题主要考查了三角形全等的性质和判定，熟练掌握三角形全等的判定方法，是解题的关键.

20. 某校计划成立学生体育社团，为了解学生对不同体育项目的喜爱情况，学校随机抽取了部分学生进行“我最喜爱的一个体育项目”问卷调查，规定每人必须并且只能在“篮球”“足球”“乒乓球”“健美操”“跑步”五个项目中选择一项，并根据统计结果绘制了两幅不完整的统计图.

“我最喜爱的一个体育项目”学生人数条形统计图



“我最喜爱的一个体育项目”学生人数分布扇形统计图



请解答下列问题:

- (1) 在这次调查中，该校一共抽样调查了_____名学生，扇形统计图中“跑步”项目所对应的扇形圆心角的度数是_____°;
- (2) 请补全条形统计图;
- (3) 若该校共有 1200 名学生，试估计该校学生中最喜爱“篮球”项目的人数.

【答案】 (1) 200, 72

(2) 补全的条形统计图见解析

(3) 估计该校学生中最喜爱“篮球”项目的有 180 名

【解析】

【分析】 (1) 利用选择乒乓球的人数÷所占百分比得到总人数，再利用选择跑步的人数÷总人数得到跑步所占的百分比，利用 $360^\circ \times$ 百分比即可得到圆心角度数;

(2) 先求出选择足球的人数，再补全条形图即可;

(3) 用总体数量 $\times$ 喜爱篮球项目的人所占的百分比即可得解.

【小问 1 详解】

$$60 \div 30\% = 200 \text{ (名)},$$

在扇形统计图中，“跑步”项目所对应的扇形圆心角的度数是 $360^\circ \times \frac{40}{200} = 72^\circ$,

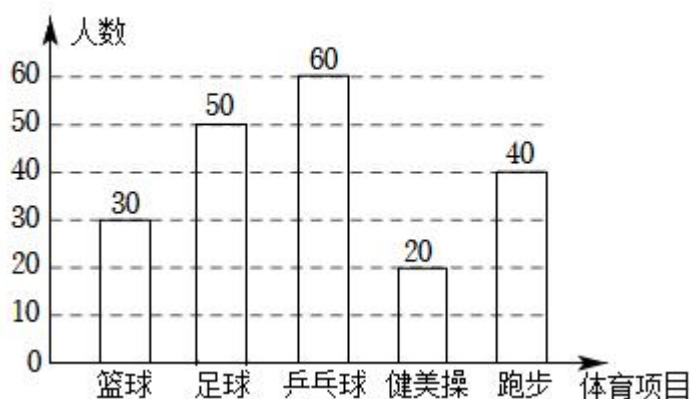
故答案为: 200, 72;

【小问 2 详解】

$$\text{选择足球的学生有: } 200 - 30 - 60 - 20 - 40 = 50 \text{ (人)},$$

补全的条形统计图如图所示:

“我最喜爱的一个体育项目”学生人数条形统计图



【小问 3 详解】

$$1200 \times \frac{30}{200} = 180 \text{ (名)},$$

答: 估计该校学生中最喜爱“篮球”项目的有 180 名.

【点睛】 本题考查条形图和扇形图的综合应用. 从条形图和扇形图中有效的获取信息, 熟练掌握相关计算公式是解题的关键.

21. 一只不透明的袋子中装有 3 个大小、质地完全相同的乒乓球, 球面上分别标有数字 1、2、3, 搅匀后先从袋子中任意摸出 1 个球, 记下数字后放回, 搅匀后再从袋子中任意摸出 1 个球, 记下数字.

- (1) 第一次摸到标有偶数的乒乓球的概率是_____;
- (2) 用画树状图或列表等方法求两次都摸到标有奇数的乒乓球的概率.

【答案】 (1) $\frac{1}{3}$

(2) 两次都摸到标有奇数的乒乓球的概率为 $\frac{4}{9}$

【解析】

【分析】 (1) 直接利用概率公式求解即可;

(2) 画树状图得出所有等可能的结果数和两次都摸到标有奇数的乒乓球的结果数, 再利用概率公式可得出答案.

【小问 1 详解】

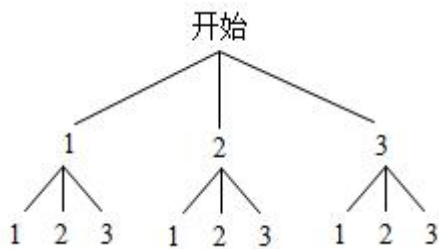
解: $\because$ 袋中共有 3 个分别标有数字 1、2、3 的小球, 数字 2 为偶数,

$\therefore$ 第一次摸到标有偶数的乒乓球的概率是 $\frac{1}{3}$

故答案为: $\frac{1}{3}$.

【小问 2 详解】

解: 画树状图如下:



共有 9 种等可能的结果，其中两次都摸到标有奇数的乒乓球的结果有：(1,1),(1,3),(3,1),(3,3)，共 4 种，

∴ 两次都摸到标有奇数的乒乓球的概率为 $\frac{4}{9}$ 。

【点睛】 本题考查列表法与树状图法，熟练掌握列表法与树状图法以及概率公式是解答本题的关键。

22. 如图，已知线段 AC 和线段 a 。



(1) 用直尺和圆规按下列要求作图。（请保留作图痕迹，并标明相应的字母，不写作法）

①作线段 AC 的垂直平分线 l ，交线段 AC 于点 O ；

②以线段 AC 为对角线，作矩形 $ABCD$ ，使得 $AB = a$ ，并且点 B 在线段 AC 的上方。

(2) 当 $AC = 4$ ， $a = 2$ 时，求 (1) 中所作矩形 $ABCD$ 的面积。

【答案】 (1) ①见解析；②见解析

(2) 矩形 $ABCD$ 的面积为 $4\sqrt{3}$

【解析】

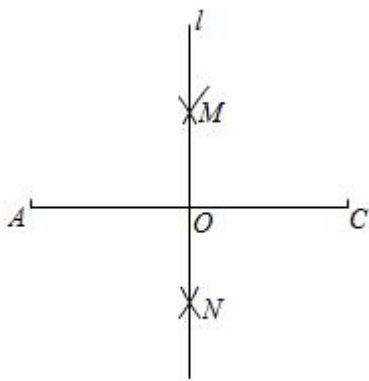
【分析】 (1) ①分别以点 A ， C 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}AC$ 为半径画弧，两弧分别交于点 M ， N ，作直线 MN 与线段 AC 交于点 O ，则 MN 所在直线为线段 AC 的垂直平分线；

②以点 O 为圆心， OA 的长为半径画弧，再以点 A 为圆心，线段 a 的长为半径画弧，两弧在线段 AC 上方交于点 B ，同理，以点 O 为圆心， OC 的长为半径画弧，再以点 C 为圆心，线段 a 的长为半径画弧，两弧在线段 AC 下方交于点 D ，连接 AD, CD, AB, BC ，即可得矩形 $ABCD$ 。

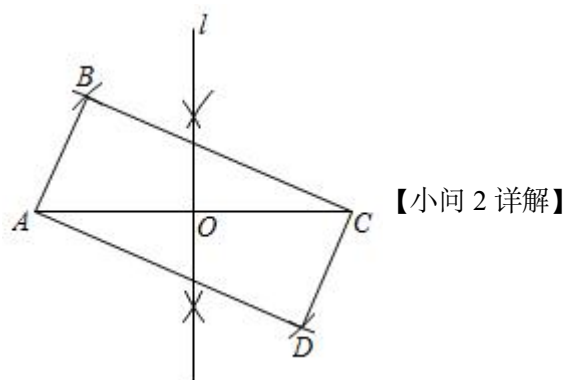
(2) 根据矩形的性质可知道 $\text{Rt}\triangle ABC$ ，根据勾股定理可求出 BC 的长度，由此即可求出矩形的面积。

【小问 1 详解】

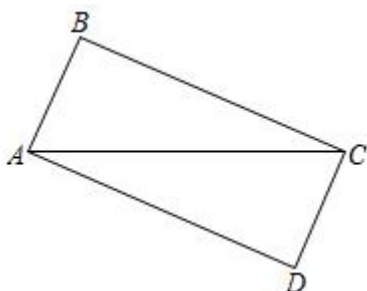
解：①线段 AC 的垂直平分线，如图所示，



②如图，矩形 $ABCD$ 即为所求.



解：如图所示，



$\because$ 在矩形 $ABCD$ 中， $AC = 4$ ， $a = 2$ ， $\angle B = \angle D = 90^\circ$ ，

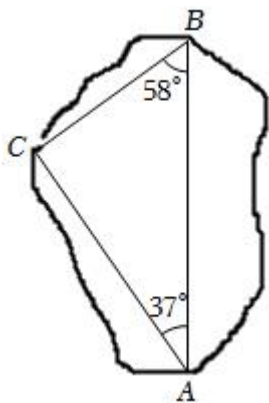
$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ ，

$\therefore$ 矩形 $ABCD$ 的面积是 $AB \cdot BC = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ ，

故答案是： $4\sqrt{3}$.

【点睛】 本题主要考查垂直平分线，矩形的性质，勾股定理，掌握垂直平分线，矩形的性质，勾股定理是解题的关键.

23. 如图，湖边 A 、 B 两点由两段笔直的观景栈道 AC 和 CB 相连.为了计算 A 、 B 两点之间的距离，经测量得： $\angle BAC = 37^\circ$ ， $\angle ABC = 58^\circ$ ， $AC = 80$ 米，求 A 、 B 两点之间的距离. (参考数据： $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ， $\sin 58^\circ \approx 0.85$ ， $\cos 58^\circ \approx 0.53$ ， $\tan 58^\circ \approx 1.60$)

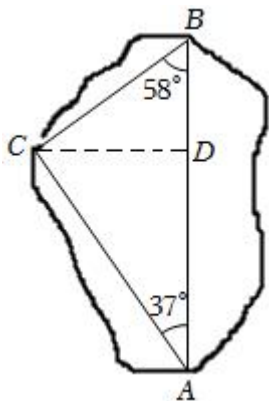


【答案】 A、B 两点之间的距离约为 94 米

【解析】

【分析】 过点 C 作 $CD \perp AB$ ，垂足为点 D ，分别解 $\text{Rt}\triangle ACD$ ， $\text{Rt}\triangle BCD$ ，求得 AD, BD 的长，进而根据 $AB = AD + BD$ 即可求解.

【详解】 如图，过点 C 作 $CD \perp AB$ ，垂足为点 D ，



在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中,

$$\because \angle DAC = 37^\circ, \quad AC = 80 \text{ 米},$$

$$\therefore \sin \angle DAC = \frac{CD}{AC}, \quad \cos \angle DAC = \frac{AD}{AC},$$

$$\therefore CD = AC \cdot \sin 37^\circ \approx 80 \times 0.60 = 48 \text{ (米)},$$

$$AD = AC \cdot \cos 37^\circ \approx 80 \times 0.80 = 64 \text{ (米)},$$

在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中,

$$\because \angle CBD = 58^\circ, \quad CD = 48 \text{ 米},$$

$$\therefore \tan \angle CBD = \frac{CD}{BD},$$

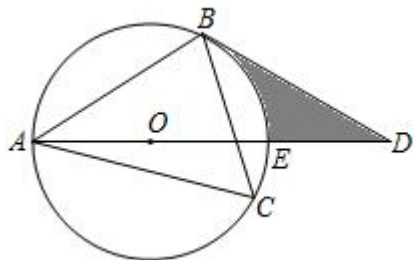
$$\therefore BD = \frac{CD}{\tan 58^\circ} \approx \frac{48}{1.60} = 30 \text{ (米)},$$

$$\therefore AB = AD + BD = 64 + 30 = 94 \text{ (米)} .$$

答: A 、 B 两点之间的距离约为 94 米.

【点睛】 本题考查了解直角三角形的应用, 构造直角三角形是解题的关键.

24. 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, $\angle ACB = 60^\circ$, AD 经过圆心 O 交 $\odot O$ 于点 E , 连接 BD , $\angle ADB = 30^\circ$.



(1) 判断直线 BD 与 $\odot O$ 的位置关系, 并说明理由;

(2) 若 $AB = 4\sqrt{3}$, 求图中阴影部分的面积.

【答案】 (1) 直线 BD 与 $\odot O$ 相切, 理由见解析

(2) 图中阴影部分的面积 $8\sqrt{3} - \frac{8\pi}{3}$

【解析】

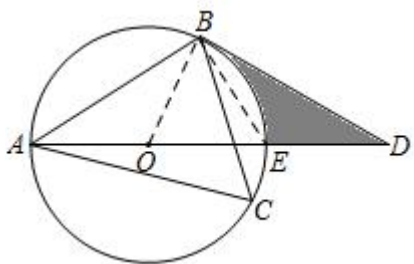
【分析】 (1) 连接 BE , 根据圆周角定理得到 $\angle AEB = \angle C = 60^\circ$, 连接 OB , 根据等边三角形的性质得到 $\angle BOD = 60^\circ$, 根据切线的判定定理即可得到结论;

(2) 根据圆周角定理得到 $\angle ABE = 90^\circ$, 解直角三角形得到 OB , 根据扇形和三角形的面积公式即可得到结论.

【小问 1 详解】

解: 直线 BD 与 $\odot O$ 相切,

理由: 如图, 连接 BE ,



$$\because \angle ACB = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle C = 60^\circ,$$

连接 OB ,

$$\because OB = OC,$$

$\therefore \triangle OBE$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle BOD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ADB = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle OBD = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ,$$

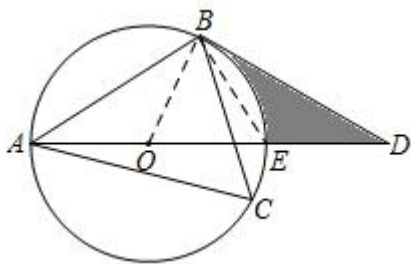
$$\therefore OB \perp BD,$$

$\therefore OB$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore$ 直线 BD 与 $\odot O$ 相切;

【小问 2 详解】

解: 如 (1) 中图,



$\therefore AE$ 是 $\odot O$ 的直径,

$$\therefore \angle ABE = 90^\circ,$$

$$\therefore AB = 4\sqrt{3},$$

$$\therefore \sin \angle AEB = \sin 60^\circ = \frac{AB}{AE} = \frac{4\sqrt{3}}{AE} = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore AE = 8,$$

$$\therefore OB = 4,$$

$$\therefore OB \perp BD, \quad \angle ADB = 30^\circ$$

$$\therefore \tan \angle ADB = \tan 30^\circ = \frac{OB}{BD} = \frac{\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore BD = \frac{4\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore \text{图中阴影部分的面积} = S_{\triangle OBD} - S_{\text{扇形}BOE} = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{4\sqrt{3}}{3} - \frac{60\pi \times 4^2}{360} = 8\sqrt{3} - \frac{8\pi}{3}.$$

【点睛】 本题考查了直线与圆的位置关系, 等边三角形 的判定和性质, 解直角三角形, 扇形面积的计算, 正确地作出辅助线是解题的关键.

25. 端午节前夕, 某超市从厂家分两次购进 A、B 两种品牌的粽子, 两次进货时, 两种品牌粽子的进价不变. 第一次购进 A 品牌粽子 100 袋和 B 品牌粽子 150 袋, 总费用为 7000 元; 第二次购进 A 品牌粽子 180 袋和 B 品

牌粽子 120 袋, 总费用为 8100 元.

(1) 求 A、B 两种品牌粽子每袋的进价各是多少元;

(2) 当 B 品牌粽子销售价为每袋 54 元时, 每天可售出 20 袋, 为了促销, 该超市决定对 B 品牌粽子进行降价销售. 经市场调研, 若每袋的销售价每降低 1 元, 则每天的销售量将增加 5 袋. 当 B 品牌粽子每袋的销售价降低多少元时, 每天售出 B 品牌粽子所获得的利润最大? 最大利润是多少元?

【答案】(1) A 种品牌粽子每袋的进价是 25 元, B 种品牌粽子每袋的进价是 30 元

(2) 当 B 品牌粽子每袋的销售价降低 10 元时, 每天售出 B 品牌粽子所获得的利润最大, 最大利润是 980 元

【解析】

【分析】(1) 根据已知数量关系列二元一次方程组, 即可求解;

(2) 设 B 品牌粽子每袋的销售价降低 a 元, 利润为 w 元, 列出 w 关于 a 的函数关系式, 求出函数的最值即可.

【小问 1 详解】

解: 设 A 种品牌粽子每袋的进价是 x 元, B 种品牌粽子每袋的进价是 y 元,

根据题意得,
$$\begin{cases} 100x + 150y = 7000 \\ 180x + 120y = 8100 \end{cases}$$

解得
$$\begin{cases} x = 25 \\ y = 30 \end{cases}$$

故 A 种品牌粽子每袋的进价是 25 元, B 种品牌粽子每袋的进价是 30 元;

【小问 2 详解】

解: 设 B 品牌粽子每袋的销售价降低 a 元, 利润为 w 元,

根据题意得,

$$w = (54 - a - 30)(20 + 5a) = -5a^2 + 100a + 480 = -5(a - 10)^2 + 980,$$

$$\therefore -5 < 0,$$

$\therefore$ 当 B 品牌粽子每袋的销售价降低 10 元时, 每天售出 B 品牌粽子所获得的利润最大, 最大利润是 980 元.

【点睛】本题考查二次函数和二元一次方程的实际应用, 根据已知数量关系列出函数解析式和二元一次方程组是解题的关键.

26. 如图(1), 二次函数 $y = -x^2 + bx + c$ 的图像与 x 轴交于 A、B 两点, 与 y 轴交于 C 点, 点 B 的坐标为 $(3, 0)$, 点 C 的坐标为 $(0, 3)$, 直线 l 经过 B、C 两点.

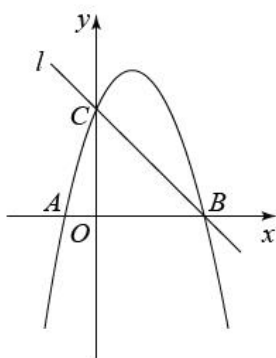


图1

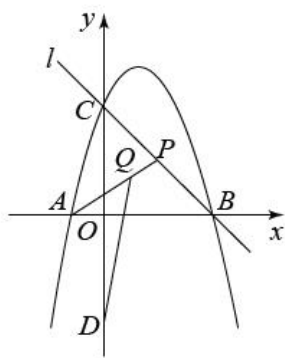


图2

- (1) 求该二次函数的表达式及其图像的顶点坐标;
- (2) 点 P 为直线 l 上的一点, 过点 P 作 x 轴的垂线与该二次函数的图像相交于点 M , 再过点 M 作 y 轴的垂线与该二次函数的图像相交于另一点 N , 当 $PM = \frac{1}{2}MN$ 时, 求点 P 的横坐标;
- (3) 如图 (2), 点 C 关于 x 轴的对称点为点 D , 点 P 为线段 BC 上的一个动点, 连接 AP , 点 Q 为线段 AP 上一点, 且 $AQ = 3PQ$, 连接 DQ , 当 $3AP + 4DQ$ 的值最小时, 直接写出 DQ 的长.

【答案】(1) $y = -x^2 + 2x + 3$, 顶点坐标 $(1, 4)$

(2) P 点横坐标为 $1 + \sqrt{2}$ 或 $1 - \sqrt{2}$ 或 $2 + \sqrt{3}$ 或 $2 - \sqrt{3}$

(3) $DQ = \frac{5\sqrt{10}}{4}$

【解析】

【分析】(1) 用待定系数法求函数的解析式即可;

(2) 设 $P(t, -t+3)$, 则 $M(t, -t^2+2t+3)$, $N(2-t, -t^2+2t+3)$, 则 $PM = |t^2 - 3t|$, $MN = |2 - 2t|$, 由题意可得方程 $|t^2 - 3t| = \frac{1}{2}|2 - 2t|$, 求解方程即可;

(3) 由题意可知 Q 点在平行于 BC 的线段上, 设此线段与 x 轴的交点为 G , 由 $QG \parallel BC$, 求出点 $G(2, 0)$, 作 A 点关于 GQ 的对称点 A' , 连接 $A'D$ 与 AP 交于点 Q , 则 $3AP + 4DQ = 4(DQ + \frac{3}{4}AP) = 4(DQ + AQ) \geq 4A'D$, 利用对称性和 $\angle OBC = 45^\circ$, 求出 $A'(2, 3)$, 求出直线 DA' 的解析式和直线 QG 的解析式, 联立方程组 $\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 3x - 3 \end{cases}$, 可求点 $Q(\frac{5}{4}, \frac{3}{4})$, 再求 $DQ = \frac{5\sqrt{10}}{4}$.

【小问 1 详解】

解: 将点 $B(3, 0)$, $C(0, 3)$ 代入 $y = -x^2 + bx + c$

$$\therefore \begin{cases} -9+3b+c=0 \\ c=3 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} b=2 \\ c=3 \end{cases}$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4,$$

$$\therefore \text{顶点坐标}(1, 4);$$

【小问 2 详解】

解: 设直线 BC 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} 3k + b = 0 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = -1 \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\therefore y = -x + 3,$$

设 $P(t, -t+3)$, 则 $M(t, -t^2+2t+3)$, $N(2-t, -t^2+2t+3)$,

$$\therefore PM = |t^2 - 3t|, \quad MN = |2 - 2t|,$$

$$\therefore PM = \frac{1}{2}MN,$$

$$\therefore |t^2 - 3t| = \frac{1}{2}|2 - 2t|,$$

$$\therefore t^2 - 3t = \frac{1}{2}(2 - 2t) \text{ 或 } t^2 - 3t = -\frac{1}{2}(2 - 2t),$$

$$\text{当 } t^2 - 3t = \frac{1}{2}(2 - 2t) \text{ 时, 整理得 } t^2 - 2t - 1 = 0,$$

$$\text{解得 } t_1 = 1 + \sqrt{2}, \quad t_2 = 1 - \sqrt{2},$$

$$\text{当 } t^2 - 3t = -\frac{1}{2}(2 - 2t) \text{ 时, 整理得 } t^2 - 4t + 1 = 0,$$

$$\text{解得 } t_3 = 2 + \sqrt{3}, \quad t_4 = 2 - \sqrt{3},$$

$$\therefore P \text{ 点横坐标为 } 1 + \sqrt{2} \text{ 或 } 1 - \sqrt{2} \text{ 或 } 2 + \sqrt{3} \text{ 或 } 2 - \sqrt{3};$$

【小问 3 详解】

解: $\because C(0, 3)$, D 点与 C 点关于 x 轴对称,

$$\therefore D(0, -3),$$

$$\text{令 } y=0, \text{ 则 } -x^2 + 2x + 3 = 0,$$

$$\text{解得 } x=-1 \text{ 或 } x=3,$$

$$\therefore A(-1, 0),$$

$$\therefore AB=4,$$

$$\because AQ=3PQ,$$

$$\therefore Q \text{ 点在平行于 } BC \text{ 的线段上, 设此线段与 } x \text{ 轴的交点为 } G,$$

$$\therefore QG \parallel BC,$$

$$\therefore \frac{AQ}{AP} = \frac{AG}{BA},$$

$$\therefore \frac{3}{4} = \frac{AG}{4},$$

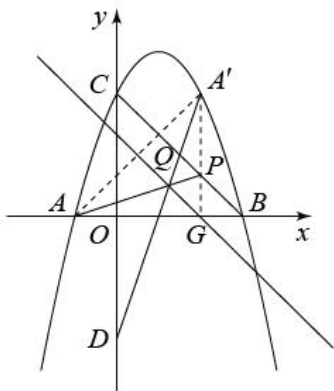
$$\therefore AG=3,$$

$$\therefore G(2, 0),$$

$$\because OB=OC,$$

$$\therefore \angle OBC = 45^\circ,$$

作 A 点关于 GQ 的对称点 A', 连接 AD 与 AP 交于点 Q,



$$\therefore AQ = A'Q,$$

$$\therefore AQ + DQ = A'Q + DQ \geq A'D,$$

$$\therefore 3AP + 4DQ = 4\left(DQ + \frac{3}{4}AP\right) = 4(DQ + AQ) \geq 4A'D,$$

$$\therefore \angle QGA = \angle CBO = 45^\circ, \quad AA' \perp QG,$$

$$\therefore \angle A'AG = 45^\circ,$$

$$\because AG = A'G,$$

$$\therefore \angle AA'G = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle AGA' = 90^\circ,$$

$$\therefore A'(2,3),$$

设直线 DA' 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} b = -3 \\ 2k + b = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = 3 \\ b = -3 \end{cases},$$

$$\therefore y = 3x - 3,$$

同理可求直线 QG 的解析式为 $y = -x + 2$,

$$\text{联立方程组} \begin{cases} y = -x + 2 \\ y = 3x - 3 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} x = \frac{5}{4} \\ y = \frac{3}{4} \end{cases},$$

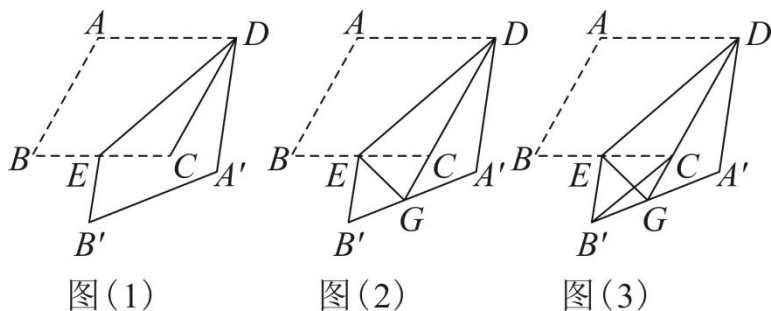
$$\therefore Q\left(\frac{5}{4}, \frac{3}{4}\right),$$

$$\therefore D(0, -3),$$

$$\therefore DQ = \sqrt{\left(\frac{5}{4} - 0\right)^2 + \left[\frac{3}{4} - (-3)\right]^2} = \sqrt{\frac{25}{16} + \frac{225}{16}} = \frac{5\sqrt{10}}{4}.$$

【点睛】本题考查二次函数的图象及性质，熟练掌握二次函数的图象及性质，利用轴对称求最短距离的方法，解绝对值方程，待定系数法求函数的解析式是解题的关键.

27. 在数学兴趣小组活动中，同学们对菱形的折叠问题进行了探究. 如图 (1)，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle B$ 为锐角， E 为 BC 中点，连接 DE ，将菱形 $ABCD$ 沿 DE 折叠，得到四边形 $A'B'ED$ ，点 A 的对应点为点 A' ，点 B 的对应点为点 B' .



图(1)

图(2)

图(3)

- (1) 【观察发现】 $A'D$ 与 $B'E$ 的位置关系是_____；
- (2) 【思考表达】 连接 $B'C$ ，判断 $\angle DEC$ 与 $\angle B'CE$ 是否相等，并说明理由；
- (3) 如图(2)，延长 DC 交 $A'B'$ 于点 G ，连接 EG ，请探究 $\angle DEG$ 的度数，并说明理由；
- (4) 【综合运用】 如图(3)，当 $\angle B=60^\circ$ 时，连接 $B'C$ ，延长 DC 交 $A'B'$ 于点 G ，连接 EG ，请写出 $B'C$ 、 EG 、 DG 之间的数量关系，并说明理由。

【答案】 (1) $A'D \parallel B'E$ ；

(2) $\angle DEC = \angle B'CE$ ，理由见解析；

(3) $\angle DEG = 90^\circ$ ，理由见解析；

(4) $DG^2 = EG^2 + \frac{49}{16}B'C^2$ ，理由见解析。

【解析】

【分析】 (1) 利用菱形的性质和翻折变换的性质判断即可；

(2) 连接 $B'C$ ， BB' ，由 $EB = EC = EB'$ 可知点 B 、 B' 、 C 在以 BC 为直径， E 为圆心的圆上，则 $\angle BB'C = 90^\circ$ ，由翻折变换的性质可得 $BB' \perp DE$ ，证明 $DE \parallel CB'$ ，可得结论；

(3) 连接 $B'C$ ， DB ， DB' ，延长 DE 至点 H ，求出 $\angle DGA' = 180^\circ - 2x - y$ ， $\angle GB'C = 90^\circ - \frac{1}{2}y - x$ ，可得 $\angle CGA' = 2\angle GB'C$ ，然后证明 $GC = GB'$ ，可得 $EG \perp CB'$ ，进而得到 $DE \perp EG$ 即可解决问题。

(4) 延长 DG 交 EB' 的延长线于点 T ，过点 D 作 $DR \perp GA'$ 交 GA' 的延长线于点 R ，设 $GC = GB' = x$ ， $CD = A'D = A'B' = 2a$ ，解直角三角形求出 $A'R = a$ ， $DR = \sqrt{3}a$ ，利用勾股定理求出 $x = \frac{4}{5}a$ ，然后根据相似三角形的判定和性质及平行线分线段成比例求出 $TB' = \frac{4}{3}a$ ， $DE = \frac{7}{4}CB'$ ，再根据勾股定理列式即可得出结论。

【小问1详解】

解： $\because$ 在菱形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BE$ ，

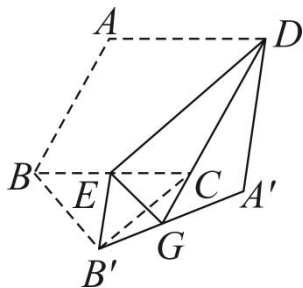
$\therefore$ 由翻折的性质可知， $A'D \parallel B'E$ ，

故答案为： $A'D \parallel B'E$ ；

【小问2详解】

解: $\angle DEC = \angle B'CE$,

理由：如图，连接 $B'C$ ， BB' ，



$\therefore E$ 为 BC 中点,

$$\therefore EB = EC = EB' ,$$

$\therefore$ 点 B 、 B' 、 C 在以 BC 为直径, E 为圆心的圆上,

$$\therefore \angle BB'C = 90^\circ,$$

$$\therefore BB' \perp B'C,$$

由翻折变换的性质可知 $BB' \perp DE$,

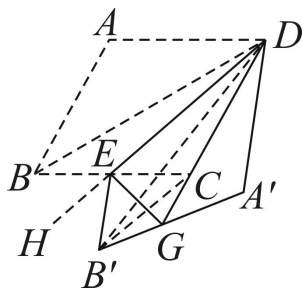
$$\therefore DE \parallel CB',$$

$$\therefore \angle DEC = \angle B'CE ;$$

【小问 3 详解】

解: 结论: $\angle DEG = 90^\circ$;

理由：如图，连接 $B'C$ ， DB ， DB' ，延长 DE 至点 H ，



由翻折的性质可知 $\angle BDE = \angle B'DE$,

设 $\angle BDE = \angle B'DE = x$, $\angle A = \angle A' = y$,

$\therefore$ 四边形 $ABCD$ 是菱形,

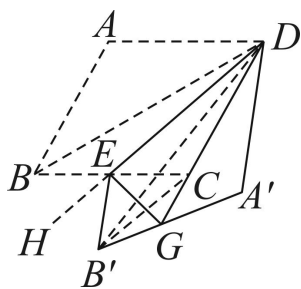
$$\therefore \angle ADB = \angle CDB = \angle B'DA', \quad \angle ABC = 180^\circ - y,$$

$$\therefore \angle A'DG = \angle BDB' = 2x, \quad \angle DBE = \angle DB'E = 90^\circ - \frac{y}{2}$$

$$\therefore \angle DGA' = 180^\circ - 2x - y,$$

$$\angle BEB' = \angle BEH + \angle B'EH = \angle DBE + \angle BDE + \angle DB'E + \angle B'DE = 90^\circ - \frac{y}{2} + x + 90^\circ - \frac{y}{2} + x = 180^\circ - y + 2x$$

,



$\because EC = EB'$, 点 B 、 B' 、 C 在以 BC 为直径, E 为圆心的圆上,

$$\therefore \angle EB'C = \angle ECB' = \frac{1}{2} \angle BEB' = 90^\circ - \frac{1}{2}y + x,$$

$\because A'D \parallel B'E$,

$$\therefore \angle A'B'E = 180^\circ - y,$$

$$\therefore \angle GB'C = \angle A'B'E - \angle EB'C = 180^\circ - y - \left(90^\circ - \frac{1}{2}y + x\right) = 90^\circ - \frac{1}{2}y - x,$$

$$\therefore \angle CGA' = 2\angle GB'C,$$

$$\because \angle CGA' = \angle GB'C + \angle GCB',$$

$$\therefore \angle GB'C = \angle GCB',$$

$$\therefore GC = GB',$$

$$\because EB' = EC,$$

$$\therefore EG \perp CB',$$

$$\because DE \parallel CB',$$

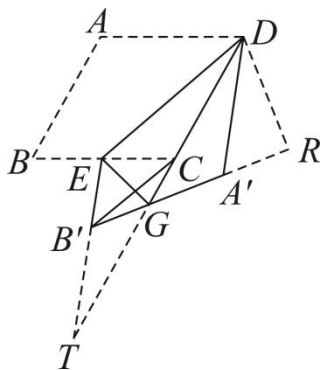
$$\therefore DE \perp EG,$$

$$\therefore \angle DEG = 90^\circ;$$

【小问 4 详解】

$$\text{解: 结论: } DG^2 = EG^2 + \frac{49}{16}B'C^2,$$

理由: 如图, 延长 DG 交 EB' 的延长线于点 T , 过点 D 作 $DR \perp GA'$ 交 GA' 的延长线于点 R ,



设 $GC = GB' = x$, $CD = A'D = A'B' = 2a$,

$$\therefore \angle B = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle A = \angle DA'B' = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle DA'R = 60^\circ,$$

$$\therefore A'R = A'D \cdot \cos 60^\circ = a, \quad DR = \sqrt{3}a,$$

在 $\text{Rt}\triangle DGR$ 中, 则有 $(2a+x)^2 = (\sqrt{3}a)^2 + (3a-x)^2$,

$$\therefore x = \frac{4}{5}a,$$

$$\therefore GB' = \frac{4}{5}a, \quad A'G = \frac{6}{5}a,$$

$$\therefore TB' \parallel DA',$$

$$\therefore \triangle B'TG \sim \triangle A'DG,$$

$$\therefore \frac{TB'}{DA'} = \frac{GB'}{GA'},$$

$$\therefore \frac{TB'}{2a} = \frac{\frac{4}{5}a}{\frac{6}{5}a}$$

$$\therefore TB' = \frac{4}{3}a,$$

$$\therefore CB' \parallel DE,$$

$$\therefore \frac{CB'}{DE} = \frac{TB'}{ET} = \frac{\frac{4}{3}a}{a + \frac{4}{3}a} = \frac{4}{7},$$

$$\therefore DE = \frac{7}{4}CB',$$

$$\therefore \angle DEG = 90^\circ,$$

$$\therefore DG^2 = EG^2 + DE^2,$$

$$\therefore DG^2 = EG^2 + \frac{49}{16} B'C^2.$$

【点睛】本题属于四边形综合题，考查了菱形的性质，翻折变换，圆周角定理，勾股定理，解直角三角形，相似三角形的判定和性质，平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是学会利用参数解决问题，学会添加常用辅助线，构造直角三角形解决问题，属于中考压轴题.

