淘宝：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022

2022年无锡市初中学业水平考试

数学试题

本试卷分试题和答题卡两部分，所有答案一律写在答题卡上，考试时间为120分钟，试卷满分为150分.

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用0.5毫米黑色墨水签字笔将自己的姓名、准考证号填写在答题卡的相应位置上，并认真核对条形码上的姓名、准考证号是否与本人的相符合.

2. 答选择题必须用2*B*铅笔将答题卡上对应题目中的选项标号涂黑，如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其他答案，答非选择题必须用0.5毫米黑色墨水签字笔作答，请把答案填写在答题卡指定区域内相应的位置，在其他区域答题一律无效.

3. 作图必须用2*B*铅笔作答，并请加黑加粗、描写清楚.

4. 卷中除要求近似计算的结果取近似值外，其他均应给出精确结果.

一、选择题（本大题共10小题，每小题3分，共30分．在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用2*B*铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑.）

1. $-\frac{1}{5}$的倒数是（　　）

A. $-\frac{1}{5}$　　B. -5　　C. $\frac{1}{5}$　　D. 5

【答案】B

【解析】

【分析】倒数：乘积是1的两数互为倒数．据此可得答案.

【详解】解：$-\frac{1}{5}$的倒数是-5.

故选：B.

【点睛】本题考查了倒数，掌握倒数的定义是解答本题的关键.

2. 函数$y=\sqrt{4-x}$中自变量x的取值范围是(　　)

A. $x>4$　　B. $x<4$　　C. $x\geq4$　　D. $x\leq4$

【答案】D

【解析】

【分析】因为当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数，所以4-x≥0，可求x的范围.

【详解】解：4-x≥0,

解得x≤4,

故选：D.

【点睛】此题考查函数自变量的取值，解题关键在于掌握当函数表达式是二次根式时，被开方数为非负数.

3. 已知一组数据：111，113，115，115，116，这组数据的平均数和众数分别是（　　）

A. 114，115　　B. 114，114　　C. 115，114　　D. 115，115

【答案】A

【解析】

【分析】根据众数、平均数的概念求解.

【详解】解：这组数据的平均数为：（1+3+5+5+6）÷5+110=114，

115 出现了 2 次，出现次数最多，则众数为：115，

故选：A.

【点睛】本题考查了平均数和众数．平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数．一组数据中出现次数最多的数据叫做众数.

4. 方程$\frac{2}{x-3}=\frac{1}{x}$的解是（　　）.

A. $x=-3$　　B. $x=-1$　　C. $x=3$　　D. $x=1$

【答案】A

【解析】

【分析】根据解分式方程的基本步骤进行求解即可．先两边同时乘最简公分母$x(x-3)$，化为一元一次方程；然后按常规方法，解一元一次方程；最后检验所得一元一次方程的解是否为分式方程的解.

【详解】解：方程两边都乘$x(x-3)$，得

$2x=x-3$

解这个方程，得

$x=-3$

检验：将$x=-3$代入原方程，得

左边$=-\frac{1}{3}$，右边$=-\frac{1}{3}$，左边=右边.

所以，$x=-3$是原方程的根.

故选：A.

【点睛】本题考查解分式方程，熟练掌握解分式方程的基本步骤和验根是解题的关键.

5. 在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle C$=90°，AC=3，BC=4，以 AC 所在直线为轴，把$\triangle ABC$ 旋转 1 周，得到圆锥，则该圆锥的侧面积为（　　）

A. 12π　　B. 15π　　C. 20π　　D. 24π

【答案】C

【解析】

【分析】先利用勾股定理计算出 AB，再利用扇形的面积公式即可计算出圆锥的侧面积.

【详解】解：∵∠C=90°，AC=3，BC=4，

∴AB=$\sqrt{3^2+4^2}$=5，

以直线 AC 为轴，把△ABC 旋转一周得到的圆锥的侧面积=$\frac{1}{2}$×2π×4×5

=20π.

故选：C.

【点睛】本题考查了圆锥的计算：圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长.

6. 雪花、风车…．展示着中心对称的美，利用中心对称，可以探索并证明图形的性质，请思考在下列图形中，是中心对称图形但不一定是轴对称图形的为（　　）

A. 扇形　　B. 平行四边形　　C. 等边三角形　　D. 矩形

【答案】B

【解析】

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【详解】解：A、扇形是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不合题意；

B、平行四边形不一定是轴对称图形，是中心对称图形，故此选项符合题意；

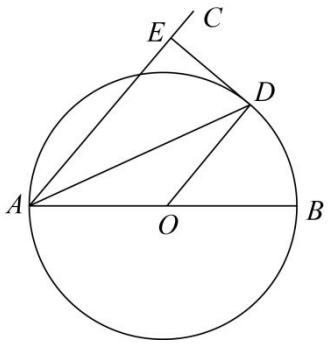
C、等边三角形是轴对称图形，不是中心对称图形，故此选项不合题意；

D、矩形既是轴对称图形，又是中心对称图形，故此选项不合题意；

故选：B.

【点睛】此题主要考查了轴对称图形和中心对称图形的定义，熟练掌握如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴．如果一个图形绕某一点旋转 180°后能够与自身重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心是解题关键.

7. 如图，AB 是圆 O 的直径，弦 AD 平分∠BAC，过点 D 的切线交 AC 于点 E，∠EAD = 25°，则下列结论错误的是（　　）



A. $AE \perp DE$　　B. $AE//OD$　　C. $DE=OD$　　D. $\angle BOD=50°$

【答案】C

【解析】

【分析】过点 D 作 $DF \perp AB$ 于点 F，根据切线的性质得到 $OD \perp DE$，证明 $OD // AE$，根据平行线的性质以及角平分线的性质逐一判断即可.

【详解】解：$\because DE$ 是⊙O 的切线，

$\therefore OD \perp DE$，

$\because OA=OD$，

$\therefore \angle OAD=\angle ODA$，

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$，

$\therefore \angle OAD=\angle EAD$，

$\therefore \angle EAD=\angle ODA$，

$\therefore OD // AE$，

$\therefore AE \perp DE$. 故选项 A、B 都正确；

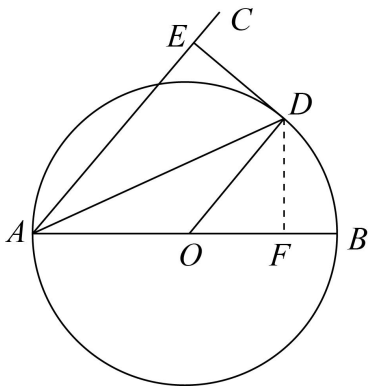
$\because \angle OAD=\angle EAD=\angle ODA=25°$，$\angle EAD=25°$，

$\therefore \angle BOD=\angle OAD+\angle ODA=50°$，故选项 D 正确；

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$，$AE \perp DE$，$DF \perp AB$，

$\therefore DE=DF<OD$，故选项 C 不正确；

故选：C.



【点睛】本题考查的是切线的性质，角平分线的性质定理，平行线的性质，掌握圆的切线垂直于经过切点的半径是解题的关键.

8. 下列命题中，是真命题的有（　　）

①对角线相等且互相平分的四边形是矩形　　②对角线互相垂直的四边形是菱形

③四边相等的四边形是正方形　　④四边相等的四边形是菱形

A. ①②　　B. ①④　　C. ②③　　D. ③④

【答案】B

【解析】

【分析】直接利用平行四边形以及矩形、菱形、正方形的判定方法分别分析进而得出答案.

【详解】解：①对角线相等且互相平分的四边形是矩形，正确；

②对角线互相平分且垂直的四边形是菱形，故原命题错误；

③四边相等的四边形是菱形，故原命题错误；

④四边相等的四边形是菱形，正确.

故选：B.

【点睛】此题主要考查了命题与定理，正确把握特殊四边形的判定方法是解题关键.

9. 一次函数 $y=mx+n$ 的图像与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图像交于点 A、B，其中点 A、B 的坐标为 A（$-\frac{1}{m}$，$-2m$）、B（m，1），则 $\triangle OAB$ 的面积（　　）

A. 3　　B. $\frac{13}{4}$　　C. $\frac{7}{2}$　　D. $\frac{15}{4}$

【答案】D

【解析】

【分析】将点 A 的坐标代入可确定反比例函数关系式，进而确定点 B 的坐标，再利用待定系数法求出一次函数关系式；求出直线 AB 与 y 轴交点 D 的坐标，确定 OD 的长，再根据三角形的面积公式进行计算即可.

【详解】解：$\because A$（$-\frac{1}{m}$，$-2m$）在反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图像上，

$\therefore m=(-\frac{1}{m})\cdot(-2m)=2$,

$\therefore$反比例函数的解析式为 $y=\frac{2}{x}$,

$\therefore B$（2，1），A（$-\frac{1}{2}$，-4），

把 B（2，1）代入 $y=2x+n$ 得 $1=2\times2+n$,

$\therefore n=-3$,

$\therefore$直线 AB 的解析式为 $y=2x-3$,

直线 AB 与 y 轴的交点 D（0，-3），

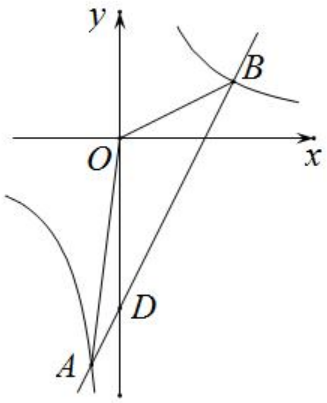
$\therefore OD=3$,

$\therefore S_{\triangle AOB}=S_{\triangle BOD}+S_{\triangle AOD}$

$=\frac{1}{2}\times3\times2+\frac{1}{2}\times3\times\frac{1}{2}$

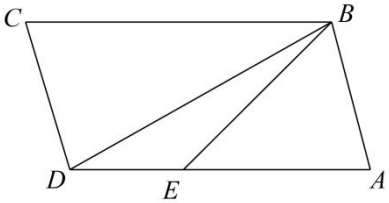
$=\frac{15}{4}$.

故选：D.



【点睛】本题考查一次函数与反比例函数的交点，把点的坐标代入函数关系式是解决问题常用的方法.

10. 如图，在▱$ABCD$ 中，$AD=BD$，$\angle ADC=105$，点 E 在 AD 上，$\angle EBA=60^\circ$，则 $\frac{ED}{CD}$ 的值是（　　）



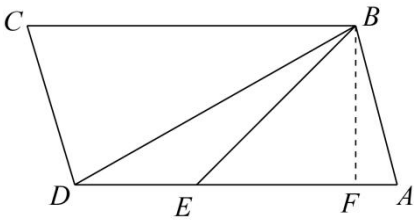
A. $\frac{2}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

【答案】D

【解析】

【分析】过点 B 作 $BF\perp AD$ 于 F，由平行四边形性质求得∠A=75°，从而求得∠AEB=180°-∠A-∠ABE=45°，则△BEF 是等腰直角三角形，即 $BF=EF$，设 $BF=EF=x$，则 $BD=2x$，$DF=\sqrt{3}x$，$DE=DF-EF=$（$\sqrt{3}$-1）x，$AF=AD-DF=BD-DF=$ (2-$\sqrt{3}$) x, 继而求得 $AB^2=AF^2+BF^2=$ (2-$\sqrt{3}$) $^2x^2+X^2=$ (8-4$\sqrt{3}$) x^2, 从而求得 $\frac{DE}{AB}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，再由 $AB=CD$，即可求得答案.

【详解】解：如图，过点 B 作 $BF\perp AD$ 于 F,



∵ ▱$ABCD$,

∴ $CD=AB$，$CD\parallel AB$,

∴ ∠ADC+∠BAD=180°,

∵ $\angle ADC=105$

∴ ∠A=75°,

∵ ∠ABE=60°,

∴ ∠AEB=180°-∠A-∠ABE=45°,

∵ $BF\perp AD$,

∴ ∠BFD=90°,

∴ ∠EBF=∠AEB=45°,

∴ $BF=FE$,

∵ $AD=BD$,

∴ ∠ABD=∠A=75°,

∴ ∠ADB=30°,

设 $BF=EF=x$，则 $BD=2x$，由勾股定理，得 $DF=\sqrt{3}x$，

∴ $DE=DF-EF=$（$\sqrt{3}$-1）x，$AF=AD-DF=BD-DF=$（2-$\sqrt{3}$）x,

由勾股定理，得 $AB^2=AF^2+BF^2=$（2-$\sqrt{3}$）$^2x^2+x^2=$（8-4$\sqrt{3}$）x^2,

$$\therefore \frac{DE^2}{AB^2}=\frac{\left(\sqrt{3}-1\right)^2x^2}{\left(8-4\sqrt{3}\right)x^2}=\frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{DE}{AB}=\frac{\sqrt{2}}{2},$$

$\because AB=CD,$

$$\therefore \frac{DE}{CD}=\frac{\sqrt{2}}{2},$$

故选：D.

【点睛】本题考查平行四边形的性质，等腰三角形的性质，勾股定理，直角三角形的性质，过点 B 作 $BF\perp AD$ 于 F，构建直角三角形与等腰直角三角形是解题的关键.

二、填空题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分，不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应的位置上.）

11. 分解因式：$2a^2-4a+2=$_____.

【答案】$2\left(a-1\right)^2$

【解析】

【详解】分析：要将一个多项式分解因式的一般步骤是首先看各项有没有公因式，若有公因式，则把它提取出来，之后再观察是否是完全平方公式或平方差公式，若是就考虑用公式法继续分解因式．因此，

先提取公因式 2 后继续应用完全平方公式分解即可：$2a^2-4a+2=2\left(a^2-2a+1\right)=2\left(a-1\right)^2$.

12. 高速公路便捷了物流和出行，构建了我们更好的生活，交通运输部的数据显示，截止去年底，我国高速公路通车里程 161000 公里，稳居世界第一．161000 这个数据用科学记数法可表示为_____.

【答案】1.61×10^5

【解析】

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值 ≥10 时，n 是正整数，当原数绝对值 <1 时，n 是负整数.

【详解】解：$161000=1.61\times10^5$.

故答案为：1.61×10^5.

【点睛】本题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\le|a|<10$，n 为

整数，表示时关键要正确确定a的值以及n的值.

13. 二元一次方程组$\begin{cases}3x+2y=12\\2x-y=1\end{cases}$的解为_____.

【答案】$\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$

【解析】

【分析】方程组利用加减消元法求出解即可.

【详解】解：$\begin{cases}3x+2y=12①\\2x-y=1②\end{cases}$.

①+②×2 得：7x=14,

解得：x=2,

把x=2 代入②得：2×2-y=1

解得：y=3,

所以，方程组的解为$\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$,

故答案为：$\begin{cases}x=2\\y=3\end{cases}$.

【点睛】此题考查了解二元一次方程组，利用了消元的思想，消元的方法有：代入消元法与加减消元法.

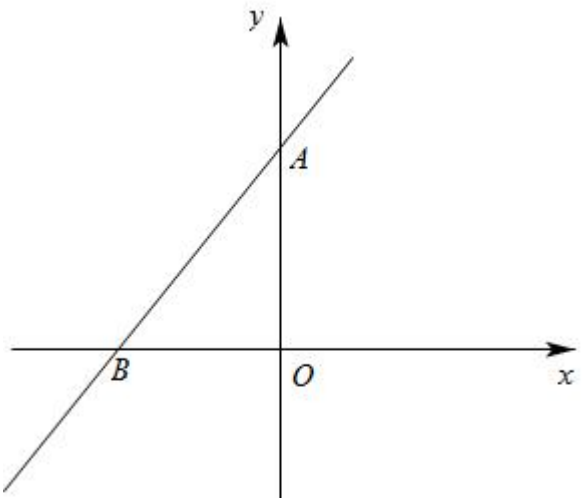
14. 请写出一个函数的表达式，使其图像分别与x轴的负半轴、y轴的正半轴相交：_____.

【答案】$y=x+5$

【解析】

【分析】结合题意，根据一次函数图像的性质分析，即可得到答案.

【详解】函数$y=x+5$的图像如下，函数分别于x轴相交于点B、和y轴相交于点A,



当 $x=0$ 时，$y=5$，即 $A(0,5)$

当 $y=0$ 时，$x=-5$，即 $B(-5,0)$

∴函数图像分别与 x 轴的负半轴、y 轴的正半轴相交

故答案为：$y=x+5$.

【点睛】本题考查了一次函数的知识；解题的关键是熟练掌握一次函数图像的性质，从而完成求解.

15. 请写出命题“如果 $a>b$，那么 $b-a<0$”的逆命题：_____.

【答案】如果 $b-a<0$，那么 $a>b$

【解析】

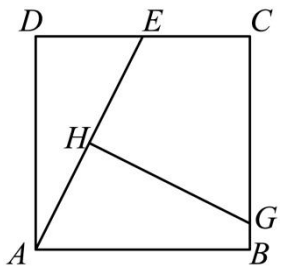
【分析】根据逆命题的概念解答即可.

【详解】解：命题“如果 $a>b$，那么 $b-a<0$”的逆命题是“如果 $b-a<0$，那么 $a>b$”，

故答案为：如果 $b-a<0$，那么 $a>b$.

【点睛】此题考查了互逆命题的知识，两个命题中，如果第一个命题的条件是第二个命题的结论，而第一个命题的结论又是第二个命题的条件，那么这两个命题叫做互逆命题．其中一个命题称为另一个命题的逆命题.

16. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 8，点 E 是 CD 的中点，HG 垂直平分 AE 且分别交 AE、BC 于点 H、G，则 $BG=$_____.

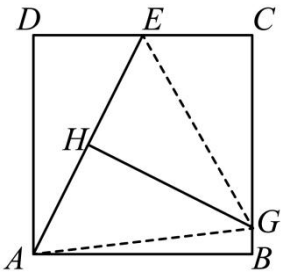


【答案】1

【解析】

【分析】连接 AG，EG，根据线段垂直平分线性质可得 $AG=EG$，由点 E 是 CD 的中点，得 $CE=4$，设 $BG=x$，则 $CG=8-x$，由勾股定理，可得出 $(8-x)^2+4^2=8^2+x^2$，求解即可.

【详解】解：连接 AG，EG，如图，



$\because HG$ 垂直平分 AE，

$\therefore AG=EG$，

$\because$ 正方形 $ABCD$ 的边长为 8，

$\therefore \angle B=\angle C=90°$，$AB=BC=CD=8$，

$\because$ 点 E 是 CD 的中点，

$\therefore CE=4$，

设 $BG=x$，则 $CG=8-x$，

由勾股定理，得

$EG^2=CG^2+CE^2=(8-x)^2+4^2$，$AG^2=AB^2+BG^2=8^2+x^2$，

$\therefore (8-x)^2+4^2=8^2+x^2$，

解得：$x=1$，

故答案为：1.

【点睛】本题考查正方形的性质，线段垂直平分线的性质，勾股定理，熟练掌握正方形的性质、线段垂直平分线的性质、勾股定理及其运用是解题的关键.

17. 把二次函数 $y=x^2+4x+m$ 的图像向上平移 1 个单位长度，再向右平移 3 个单位长度，如果平移后所得抛物线与坐标轴有且只有一个公共点，那么 m 应满足条件：_____.

【答案】$m>3$

【解析】

【分析】先求得原抛物线的顶点坐标为 $(-2，m-4)$，再求得平移后的顶点坐标为 $(1，m-3)$，根据题意得到不等式 $m-3>0$，据此即可求解.

【详解】解：$\because y=x^2+4x+m=(x+2)^2+m-4$，

此时抛物线的顶点坐标为（-2，m-4），

函数的图象向上平移 1 个单位长度，再向右平移 3 个单位长度后的顶点坐标为（-2+3，m-4+1），即（1，m-3），

∵平移后所得抛物线与坐标轴有且只有一个公共点，

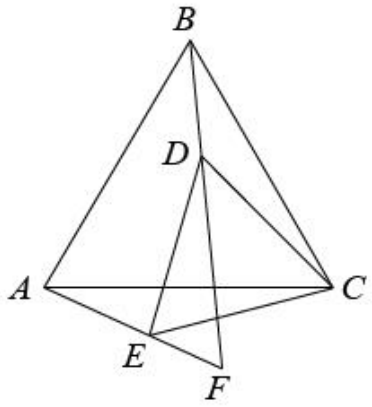
∴m-3>0，

解得：m>3，

故答案为：m>3.

【点睛】本题考查了二次函数图象与几何变换，二次函数的性质，属于基础题，解决本题的关键是得到新抛物线的顶点坐标.

18. △ABC 是边长为 5 的等边三角形，△DCE 是边长为 3 的等边三角形，直线 BD 与直线 AE 交于点 F. 如图，若点 D 在△ABC 内，∠DBC=20°，则∠BAF = _____°；现将△DCE 绕点 C 旋转 1 周，在这个旋转过程中，线段 AF 长度的最小值是_____.



【答案】 ①. 80 ②. $4-\sqrt{3}$ ## $-\sqrt{3}+4$

【解析】

【分析】利用 SAS 证明△BDC≌△AEC，得到∠DBC=∠EAC=20°，据此可求得∠BAF 的度数；利用全等三角形的性质可求得∠AFB=60°，推出 A、B、C、F 四个点在同一个圆上，当 BF 是圆 C 的切线时，即当 CD⊥BF 时，∠FBC 最大，则∠FBA 最小，此时线段 AF 长度有最小值，据此求解即可.

【详解】解：∵△ABC 和△DCE 都是等边三角形，

∴AC=BC，DC=EC，∠BAC=∠ACB=∠DCE=60°，

∴∠DCB+∠ACD=∠ECA+∠ACD=60°，

即∠DCB =∠ECA，

在△BCD 和△ACE 中，$\begin{cases} CD=CE \\ \angle BCD=\angle ACE \\ BC=AC \end{cases}$，

∴△ACE≌△BCD（ SAS），

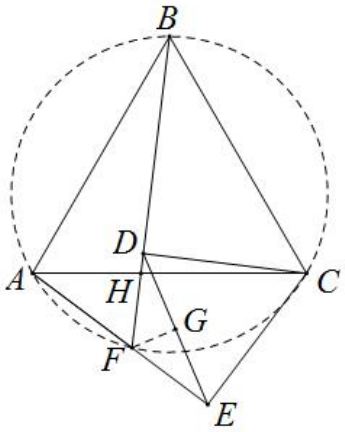
∴∠EAC=∠DBC，

∵∠DBC=20°，

∴∠EAC=20°，

∴∠BAF=∠BAC+∠EAC=80°；

设 BF 与 AC 相交于点 H，如图：



∵△ACE≌△BCD

∴AE=BD，∠EAC=∠DBC，且∠AHF=∠BHC，

∴∠AFB=∠ACB=60°，

∴A、B、C、F 四个点在同一个圆上，

∵点 D 在以 C 为圆心，3 为半径的圆上，当 BF 是圆 C 的切线时，即当 CD⊥BF 时，∠FBC 最大，则∠FBA 最小，

∴此时线段 AF 长度有最小值，

在 Rt△BCD 中，BC=5，CD=3，

∴BD=$\sqrt{5^2-3^2}=4$，即 AE=4，

∴∠FDE=180°-90°-60°=30°，

∵∠AFB=60°，

∴∠FDE=∠FED=30°，

∴FD=FE，

过点 F 作 FG⊥DE 于点 G，

∴DG=GE=$\frac{3}{2}$，

∴FE=DF=$\frac{DG}{\cos 30°}=\sqrt{3}$，

∴$AF=AE-FE=4-\sqrt{3}$，

故答案为：80；$4-\sqrt{3}$.

【点睛】本题考查了旋转的性质，等边三角形的性质，圆周角定理，切线的性质，解直角三角形，解答本题的关键是明确题意，找出所求问题需要的条件.

三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤等.）

19. 计算：

（1）$\left|-\frac{1}{2}\right|\times\left(-\sqrt{3}\right)^2-\cos 60^\circ$；

（2）$a(a+2)-(a+b)(a-b)-b(b-3)$.

【答案】（1）1　　（2）$2a+3b$

【解析】

【分析】（1）先化简绝对值和计算乘方，并把特殊角的三角函数值代入，再计算乘法，最后算加减即可求解；

（2）先运用单项式乘以多项式法则和平方差公式计算，再合并同类项即可.

【小问 1 详解】

解：原式$=\frac{1}{2}\times 3-\frac{1}{2}$

$=\frac{3}{2}-\frac{1}{2}$

=1；

【小问 2 详解】

解：原式$=a^2+2a-a^2+b^2-b^2+3b$

$=2a+3b$.

【点睛】本题考查实数混合运算，整式混合运算，熟练掌握实数运算法则和单项式乘以多项式法则，熟记特殊角的三角函数值、平方差公式是解题的关键.

20.（1）解方程$x^2-2x-5=0$；

（2）解不等式组：$\begin{cases}2(x+1)>4\\ 3x\le x+5\end{cases}$.

【答案】（1）$x_1=1+\sqrt{6}$，$x_2=1-\sqrt{6}$；（2）不等式组的解集为 $1<x\leq\frac{5}{2}$.

【解析】

【分析】（1）方程利用配方法求出解即可；

（2）分别求出不等式组中两不等式的解集，找出两解集的公共部分即可.

【详解】解：（1）方程移项得：$x^2-2x=5$,

配方得：$x^2-2x+1=6$，即 $(x-1)^2=6$,

开方得：$x-1=\pm\sqrt{6}$，

解得：$x_1=1+\sqrt{6}$，$x_2=1-\sqrt{6}$；

（2）$\begin{cases}2(x+1)>4① \\ 3x\leq x+5②\end{cases}$.

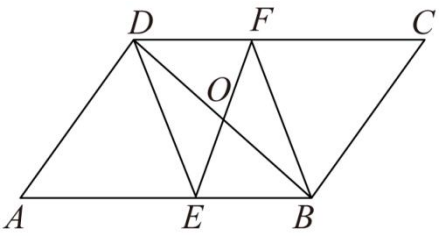
由①得：$x>1$,

由②得：$x\leq\frac{5}{2}$,

则不等式组的解集为 $1<x\leq\frac{5}{2}$.

【点睛】此题考查了解一元二次方程-配方法，以及解一元一次不等式组，熟练掌握方程及不等式组的解法是解本题的关键.

21. 如图，在▱*ABCD* 中，点 *O* 为对角线 *BD* 的中点，*EF* 过点 *O* 且分别交 *AB*、*DC* 于点 *E*、*F*，连接 *DE*、*BF*.



求证：

（1）△*DOF*≌△*BOE*；

（2）*DE*=*BF*.

【答案】（1）见解析　　（2）见解析

【解析】

【分析】（1）根据平行四边形 *ABCD* 的性质，利用 ASA 即可证明△*DOF*≌△*BOE*；

（2）证明四边形 *BEDF* 的对角线互相平分，进而得出结论.

【小问 1 详解】

证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，O 是 BD 的中点，

∴$AB\parallel DC$，$OB=OD$，

∴$\angle OBE=\angle ODF$.

在$\triangle BOE$ 和$\triangle DOF$ 中，$\begin{cases}\angle OBE=\angle ODF\\ OB=OD\\ \angle BOE=\angle DOF\end{cases}$，

∴$\triangle BOE\cong\triangle DOF$（ASA）；

【小问 2 详解】

证明：∵$\triangle BOE\cong\triangle DOF$，

∴$EO=FO$，

∵$OB=OD$，

∴四边形 $BEDF$ 是平行四边形.

∴$DE=BF$.

【点睛】本题主要考查了平行四边形的判定和性质，全等三角形的判定与性质，熟练掌握平行四边形的判定和性质，证明三角形全等是解决问的关键.

22. 建国中学有 7 位学生的生日是 10 月 1 日，其中男生分别记为 A_1，A_2，A_3，A_4，女生分别记为 B_1，B_2，B_3．学校准备召开国庆联欢会，计划从这 7 位学生中抽取学生参与联欢会的访谈活动.

（1）若任意抽取 1 位学生，且抽取的学生为女生的概率是_____；

（2）若先从男生中任意抽取 1 位，再从女生中任意抽取 1 位，求抽得的 2 位学生中至少有 1 位是 A_1 或 B_1 的概率.（请用“画树状图”或“列表”等方法写出分析过程）

【答案】（1）$\frac{3}{7}$

（2）$\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】（1）根据概率计算公式计算即可；

（2）格局题意，列出表格，再根据概率计算公式计算即可.

【小问 1 详解】

解：任意抽取 1 位学生，且抽取的学生为女生的概率是 $\frac{3}{7}$，

故答案为：$\frac{3}{7}$.

【小问 2 详解】

解：列出表格如下：

	A_1	A_2	A_3	A_4
B_1	$A_1\ B_1$	$A_2\ B_1$	$A_3\ B_1$	$A_4\ B_1$
B_2	$A_1\ B_2$	$A_2\ B_2$	$A_3\ B_2$	$A_4\ B_2$
B_3	$A_1\ B_3$	$A_2\ B_3$	$A_3\ B_3$	$A_4\ B_3$

一共有 12 种情况，其中至少有 1 位是 A_1 或 B_1 的有 6 种，

$\therefore$ 抽得的 2 位学生中至少有 1 位是 A_1 或 B_1 的概率为 $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$.

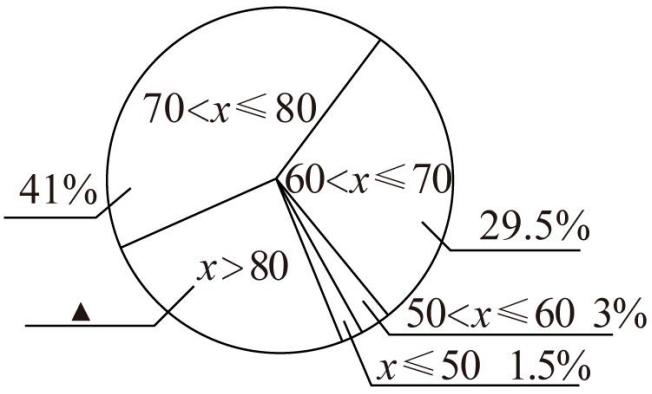
【点睛】本题考查概率计算公式，画树状图或列表得出所有的情况，找出符合条件的情况数是解答本题的关键.

23. 育人中学初二年级共有 200 名学生，2021 年秋学期学校组织初二年级学生参加 30 秒跳绳训练，开学初和学期末分别对初二年级全体学生进行了摸底测试和最终测试，两次测试数据如下：

育人中学初二学生 30 秒跳绳测试成绩的频数分布表

跳绳个数（x）	$x\le 50$	$50<x\le 60$	$60<x\le 70$	$70<x\le 80$	$x>80$
频数（摸底测试）	19	27	72	a	17
频数（最终测试）	3	6	59	b	c

育人中学初二学生 30 秒跳绳最终测试成绩的扇形统计图



(1) 表格中 $a=$_____；

(2) 请把下面的扇形统计图补充完整；（只需标注相应的数据）

(3) 请问经过一个学期的训练，该校初二年级学生最终测试 30 秒跳绳超过 80 个的人数有多少？

【答案】(1) 65　　(2) 见解析

(3) 50 名

【解析】

【分析】(1) 用全校初二年级总人数 200 名减去非 $70<x\leq 80$ 的总人数即可求得 a；

(2) 用户减去小于等于 80 个点的百分比，即可求出大于 80 个占的百分比，据此可补全扇形统计图；

(3) 用总人数 200 名乘以大于 80 个占的百分比，即可求解.

【小问 1 详解】

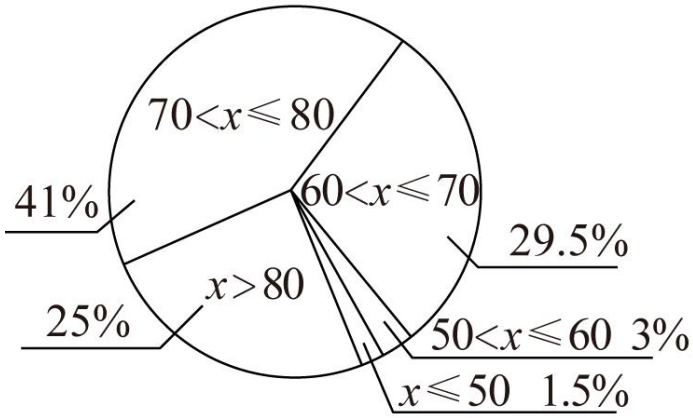
解：a=200-19-27-72-17=65,

故答案为：65；

【小问 2 详解】

解：x>80 的人数占的百分比为：1-1.5%-3%-29.5%-41%=25%,

补充扇形统计图为：



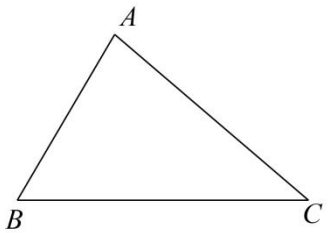
【小问 3 详解】

解：最终测试 30 秒跳绳超过 80 个的人数有：200×25%=50（名），

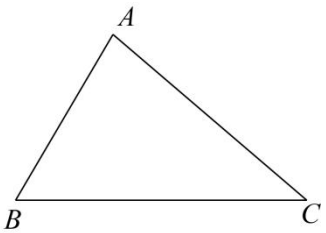
答：最终测试 30 秒跳绳超过 80 个的人数有 50 名.

【点睛】本题考查频数分布表与扇形统计图，频数与频率，能从统计表与统计图中获取有用的信息是解题的关键.

24. 如图，△ABC 为锐角三角形.



(图 1)



(图 2)

（1）请在图 1 中用无刻度的直尺和圆规作图：在 AC 右上方确定点 D，使 $\angle DAC=\angle ACB$，且 $CD\perp AD$；（不写作法，保留作图痕迹）

（2）在（1）的条件下，若 $\angle B=60^\circ$，$AB=2$，$BC=3$，则四边形 $ABCD$ 的面积为_____.（如需画草图，请使用试卷中的图 2）

【答案】（1）见解析　　（2）$\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$

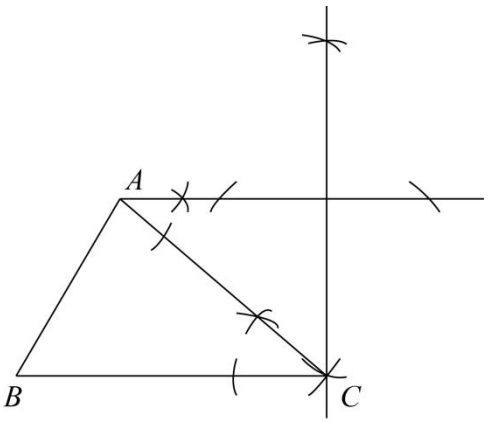
【解析】

【分析】（1）先作 $\angle DAC=\angle ACB$，再利用垂直平分线的性质作 $CD\perp AD$，即可找出点 D；

（2）由题意可知四边形 $ABCD$ 是梯形，利用直角三角形的性质求出 AE、BE、CE、AD 的长，求出梯形的面积即可.

【小问 1 详解】

解：如图，

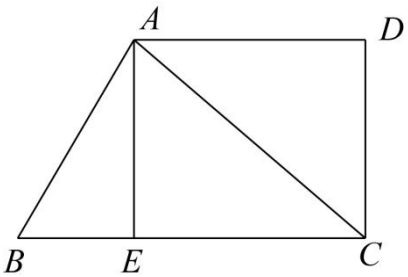


（图 1）

∴点 D 为所求点.

【小问 2 详解】

解：过点 A 作 AE 垂直于 BC，垂足为 E，



$\because \angle B=60°$，$\angle AEB=90°$，

$\therefore \angle BAE=90°-60°=30°$，

$\because AB=2$，

$\therefore BE=\dfrac{1}{2}AB=1$，$CE=BC-BE=2$，

$\therefore AE=\sqrt{AB^2-BE^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

$\because \angle DAC=\angle ACB$，

$\therefore AD\parallel BC$，四边形 $ABCD$ 是梯形，

$\therefore \angle D=\angle ECD=90°$，

$\therefore$四边形 $AECD$ 是矩形，

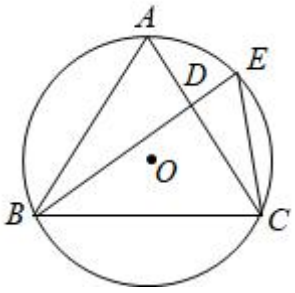
$\therefore CE=AD=2$，

$\therefore$四边形 $ABCD$ 的面积为$\dfrac{1}{2}(AD+BC)\cdot AE=\dfrac{1}{2}\times(2+3)\times\sqrt{3}=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$，

故答案为：$\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$.

【点睛】本题考查作图，作相等的角，根据垂直平分线的性质做垂线，根据直角三角形的性质及勾股定理求线段的长，正确作出图形是解答本题的关键.

25. 如图，边长为 6 的等边三角形 ABC 内接于⊙O，点 D 为 AC 上的动点（点 A、C 除外），BD 的延长线交⊙O 于点 E，连接 CE.



（1）求证 $\triangle CED\backsim\triangle BAD$；

（2）当 $DC=2AD$ 时，求 CE 的长.

【答案】（1）见解析　　（2）$CE=\dfrac{12}{7}\sqrt{7}$

【解析】

【分析】（1）根据同弧所对圆周角相等可得 $\angle A=\angle E$，再由对顶角相等得 $\angle BDA=\angle CDE$，故可证明结论；

（2）根据 $DC=2AD$ 可得 $AD=2,CD=4$, 由 $\triangle CED\backsim\triangle BAD$ 可得出 $BD\cdot DE=8$, 连接 AE，可证明 $\triangle ABD\backsim\triangle EBA$，得出 $AB^2=BD\cdot BE=BD^2+BD\cdot BE$，代入相关数据可求出 $BD=2\sqrt{7}$，从而可求出绪论.

【小问 1 详解】

$\because \overset{\frown}{BC}$ 所对的圆周角是 $\angle A,\angle E$，

$\therefore \angle A=\angle E$，

又 $\angle BDA=\angle CDE$，

$\therefore \triangle CED\backsim\triangle BAD$；

【小问 2 详解】

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AC=AB=BC=6$

$\because DC=2AD$，

$\therefore AC=3AD,$

$\therefore AD=2,DC=4,$

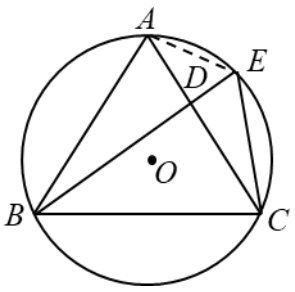
$\because \Delta CED\sim\Delta BAD,$

$\therefore \dfrac{AD}{DE}=\dfrac{BD}{CD}=\dfrac{AB}{CE}$，

$\therefore \dfrac{2}{DE}=\dfrac{BD}{4},$

$\therefore BD\cdot DE=8;$

连接 AE, 如图,



$\because AB=BC,$

$\therefore \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$

$\therefore \angle BAC = \angle BEA,$

又$\angle ABD = \angle EBA$,

$\therefore \triangle ABD \sim \Delta EBA,$

$\therefore \dfrac{AB}{BE} = \dfrac{PD}{AB}$,

$\therefore AB^2 = BD \cdot BF = BD \cdot (BD + DE) = BD^2 + BD \cdot DE,$

$\therefore 6^2 = BD^2 + 8$,

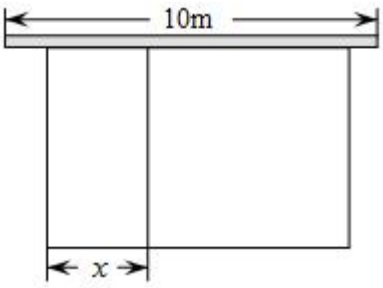
$\therefore BD = 2\sqrt{7}$ （负值舍去）

$\therefore \dfrac{6}{CF} = \dfrac{2\sqrt{7}}{4}$,

解得，$CE = \dfrac{12}{7}\sqrt{7}$

【点睛】本题主要考查了圆周角定理，相似三角形和判定与性质，正确作出辅助线是解答本题的关键.

26. 某农场计划建造一个矩形养殖场，为充分利用现有资源，该矩形养殖场一面靠墙（墙的长度为 10m），另外三面用栅栏围成，中间再用栅栏把它分成两个面积为 1:2 的矩形，已知栅栏的总长度为 24m，设较小矩形的宽为 xm（如图）.



（1）若矩形养殖场的总面积为 $36\,\mathrm{m}^2$，求此时 x 的值；

（2）当 x 为多少时，矩形养殖场的总面积最大？最大值为多少？

【答案】（1）x 的值为 2m；

（2）当 x=4 时，S 有最大值，最大值为 $48\,\mathrm{m}^2$.

【解析】

【分析】（1）由 BC=x，求得 BD=3x，AB=8-x，利用矩形养殖场的总面积为 $36\,\mathrm{m}^2$，列一元二次方程，解方程即可求解；

（2）设矩形养殖场的总面积为 S，列出矩形的面积公式可得 S 关于 x 的函数关系式，再根据二次函数的性

质求解即可.

【小问 1 详解】

解：∵$BC=x$，矩形 $CDEF$ 的面积是矩形 $BCFA$ 面积的 2 倍，

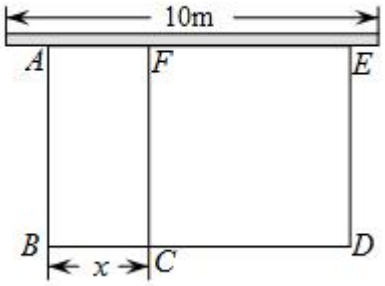
∴$CD=2x$，

∴$BD=3x$，$AB=CF=DE=\frac{1}{3}(24-BD)=8-x$，

依题意得：$3x(8-x)=36$，

解得：$x_1=2$，$x_2=6$(不合题意，舍去)，

此时 x 的值为 2m；



；

【小问 2 详解】

解：设矩形养殖场的总面积为 S，

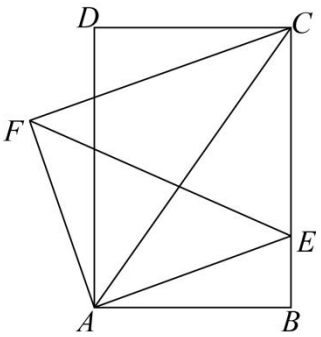
由（1）得：$S=3x(8-x)=-3(x-4)^2+48$，

∵$-3<0$，

∴当 $x=4$m 时，S 有最大值，最大值为 $48\,\mathrm{m}^2$，

【点睛】本题考查了一元二次方程和二次函数在几何图形问题中的应用，数形结合并熟练掌握二次函数的性质是解题的关键.

27. 如图，已知四边形 $ABCD$ 为矩形 $AB=2\sqrt{2}$，$BC=4$，点 E 在 BC 上，$CE=AE$，将△ABC 沿 AC 翻折到△AFC，连接 EF.



（1）求 EF 的长；

(2) 求 $\sin\angle CEF$ 的值.

【答案】(1) $\sqrt{17}$

(2) $\frac{8}{51}\sqrt{34}$

【解析】

【分析】(1)先由 $Rt\triangle ABE$ 可求得 AE 的长度，再由角度关系可得 $\angle FAE=90^\circ$，即可求得 EF 的长；

(2)过 F 作 $FM\perp CE$ 于 M，利用勾股定理列方程，即可求出 EM 的长度，同时求出 FM 的长度，得出答案.

【小问 1 详解】

设 $BE=x$，则 $EC=4-x$，

$\therefore AE=EC=4-x$，

在 $Rt\triangle ABE$ 中，$AB^2+BE^2=AE^2$，

$\therefore \left(2\sqrt{2}\right)^2+x^2=\left(4-x\right)^2$，

$\therefore x=1$，

$\therefore BE=1$，$AE=CE=3$，

$\because AE=EC$，

$\therefore \angle 1=\angle 2$，

$\because \angle ABC=90^\circ$，

$\therefore \angle CAB=90^\circ-\angle 2$，

$\therefore \angle CAB=90^\circ-\angle 1$，

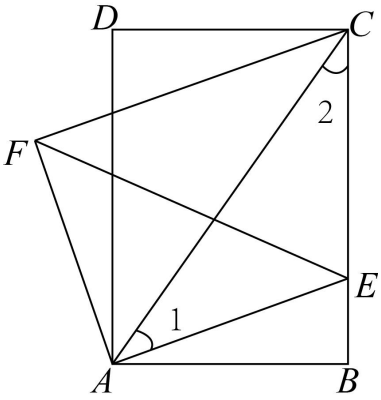
由折叠可知 $\Delta FAC\cong\Delta BAC$，

$\therefore \angle FAC=\angle CAB=90^\circ-\angle 1$，$AF=AB=2\sqrt{2}$，

$\therefore \angle FAC+\angle 1=90^\circ$，

$\therefore \angle FAE=90^\circ$，

在 $Rt\triangle FAE$ 中，$EF=\sqrt{AF^2+AE^2}=\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2+3^2}=\sqrt{17}$.



【小问 2 详解】

过 F 作 $FM \perp BC$ 于 M,

$\therefore \angle FME = \angle FMC = 90^\circ$,

设 $EM=a$,则 $EC=3-a$,

在 $Rt\ \ FME$ 中，$FM^2 = FE^2 - EM^2$ ，

在 $Rt\triangle FMC$ 中，$FM^2 = FC^2 - MC^2$，

$\therefore FE^2 - EM^2 = FC^2 - MC^2$，

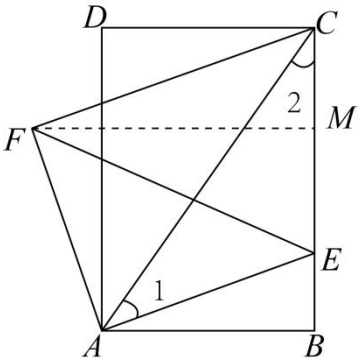
$\therefore \left(\sqrt{17}\right)^2 - a^2 = 4^2 - (3-a)^2$，

$\therefore a = \dfrac{5}{3}$,

$\therefore EM = \dfrac{5}{3}$,

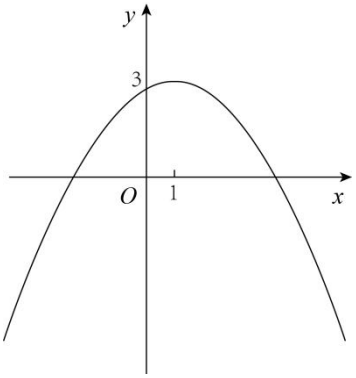
$\therefore FM = \sqrt{\left(\sqrt{17}\right)^2 - \left(\dfrac{5}{3}\right)^2} = \dfrac{8}{3}\sqrt{2}$，

$\therefore \sin\angle CEF = \dfrac{FM}{EF} = \dfrac{\frac{8}{3}\sqrt{2}}{\sqrt{17}} = \dfrac{8}{51}\sqrt{34}$.



【点睛】此题考查了锐角三角函数，勾股定理，矩形的性质，通过添加辅助线构建直角三角形是解题的关键.

28. 已知二次函数 $y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$ 图像的对称轴与 x 轴交于点 A（1，0），图像与 y 轴交于点 B（0，3），C、D 为该二次函数图像上的两个动点（点 C 在点 D 的左侧），且 $\angle CAD=90^\circ$.



（1）求该二次函数的表达式；

（2）若点 C 与点 B 重合，求 $\tan\angle CDA$ 的值；

（3）点 C 是否存在其他的位置，使得 $\tan\angle CDA$ 的值与（2）中所求的值相等？若存在，请求出点 C 的坐标；若不存在，请说明理由.

【答案】（1）$y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+3$

（2）1　　（3）$(-2,1)$，$\left(3-\sqrt{17},\sqrt{17}-2\right)$，$\left(-1-\sqrt{17},-2-\sqrt{17}\right)$

【解析】

【分析】（1）二次函数与 y 轴交于点 $B(0,3)$，判断 $c=3$，根据 $A(1,0)$，即二次函数对称轴为 $x=1$，求出 b 的值，即可得到二次函数的表达式；

（2）证明 $\triangle ADE\backsim\triangle BAO$，得到 $\frac{BO}{AE}=\frac{OA}{DE}$，即 $BO\cdot DE=OA\cdot AE$，设 $D\left(t,-\frac{1}{4}t^2+\frac{1}{2}t+3\right)$，点 D 在第一象限，根据点的坐标写出长度，利用 $BO\cdot DE=OA\cdot AE$ 求出 t 的值，即可 AE，DE 的值，进一步得出 $\tan\angle CDA$ 的值；

（3）根据题目要求，找出符合条件的点 C 的位置，在利用集合图形的性质，求出对应点 C 的坐标即可。

【小问 1 详解】

解：$\because$二次函数 $y=-\frac{1}{4}x^2+bx+c$ 与 y 轴交于点 $B(0,3)$，

$\therefore c=3$，即 $y=-\frac{1}{4}x^2+bx+3$，

$\because A(1,0)$，即二次函数对称轴为 $x=1$，

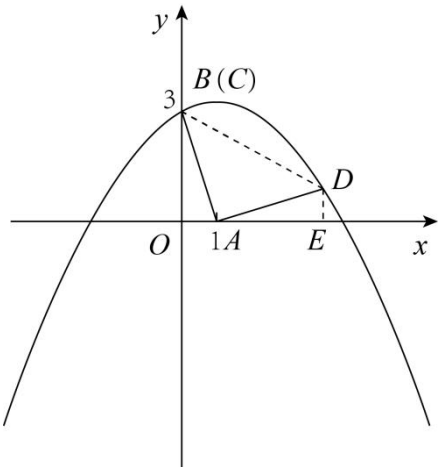
$\therefore x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{b}{2\times\left(-\dfrac{1}{4}\right)}=1$，

$\therefore b=\dfrac{1}{2}$，

$\therefore$ 二次函数的表达式为 $y=-\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{1}{2}x+3$.

【小问 2 详解】

解：如图，过点 D 作 x 轴的垂线，垂足为 E，连接 BD，



$\because \angle CAD=90^\circ$，

$\therefore \angle BAO+\angle DAE=90^\circ$，

$\because \angle ADE+\angle DAE=90^\circ$，

$\therefore \angle ADE=\angle BAO$，

$\because \angle BOA=\angle DEA=90°$，

$\therefore \triangle ADE\backsim\triangle BAO$，

$\therefore \dfrac{BO}{AE}=\dfrac{OA}{DE}$，即 $BO\cdot DE=OA\cdot AE$，

$\because B(0,3)$，$A(1,0)$，

$\therefore BO=3$，$OA=1$，

设：$D\left(t,-\dfrac{1}{4}t^2+\dfrac{1}{2}t+3\right)$，点 D 在第一象限，

$\therefore OE=t$，$DE=-\frac{1}{4}t^2+\frac{1}{2}t+3$，$AE=OE-OA=t-1$，

$\therefore 3\times\left(-\frac{1}{4}t^2+\frac{1}{2}t+3\right)=1\times(t-1)$，

解得：$t_1=-\frac{10}{3}$（舍），$t_2=4$（舍），

当$t_2=4$时，$y=-\frac{1}{4}\times4^2+\frac{1}{2}\times4+3=1$，

$\therefore AE=4-1=3$，$DE=1$，

$\therefore AD=\sqrt{DE^2+AE^2}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$，

$AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$

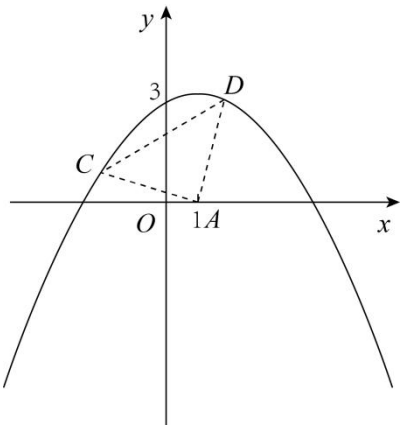
∵在Rt BAD中，

$\therefore \tan\angle CDA=\frac{AB}{AD}=\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}}=1$

【小问3详解】

解：存在，

如图，（2）图中Rt BAD关于对称轴对称时，$\tan\angle CDA=1$，

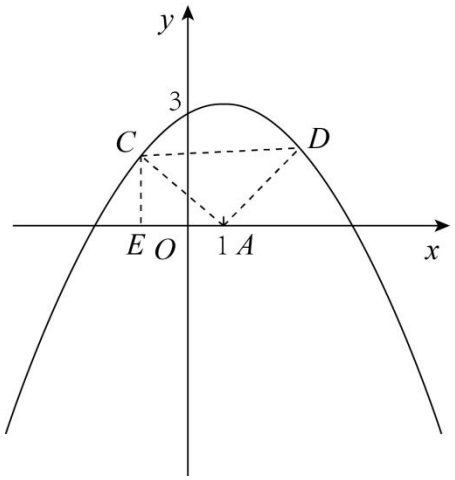


∵点D的坐标为$(4,1)$，

∴此时，点C的坐标为$(-2,1)$，

如图，当点C、D关于对称轴对称时，此时AC与AD长度相等，即$\tan\angle CDA=1$，

当点C在x轴上方时，



过点 C 作 CE 垂直于 x 轴，垂足为 E，

$\because \angle CAD=90^{\circ}$，点 C、D 关于对称轴对称，

$\therefore \angle CAE=45^{\circ}$，

$\therefore$ CAE 为等腰直角三角形，

$\therefore CE=AE$，

设点 C 的坐标为 $\left(m,-\frac{1}{4}m^2+\frac{1}{2}m+3\right)$，

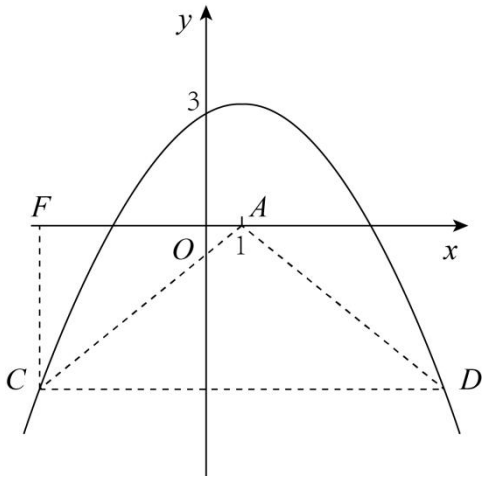
$\therefore CE=-\frac{1}{4}m^2+\frac{1}{2}m+3$，$AE=1-m$，

$\therefore -\frac{1}{4}m^2+\frac{1}{2}m+3=1-m$

解得：$m_1=3-\sqrt{17}$，$m_2=3+\sqrt{17}$（舍），

此时，点 C 的坐标为 $\left(3-\sqrt{17},\sqrt{17}-2\right)$，

当点 C 在 x 轴下方时，



过点 C 作 CF 垂直于 x 轴，垂足为 F，

$\because \angle CAD=90^{\circ}$，点 C、D 关于对称轴对称，

$\therefore \angle CAF=45^{\circ}$，

$\therefore$ CAF 为等腰直角三角形，

$\therefore CF=AF$，

设点 C 的坐标为 $\left(m,-\frac{1}{4}m^2+\frac{1}{2}m+3\right)$，

$\therefore CF=\frac{1}{4}m^2-\frac{1}{2}m-3$，$AE=1-m$，

$\therefore \frac{1}{4}m^2-\frac{1}{2}m-3=1-m$

解得：$m_1=-1+\sqrt{17}$（舍），$m_2=-1-\sqrt{17}$，

此时，点 C 的坐标为 $\left(-1-\sqrt{17},-2-\sqrt{17}\right)$，

综上：点 C 的坐标为 $(-2,1)$，$\left(3-\sqrt{17},\sqrt{17}-2\right)$，$\left(-1-\sqrt{17},-2-\sqrt{17}\right)$.

【点睛】本题考查二次函数的综合问题，运用数形结合、分类讨论及方程思想是解题的关键.

淘宝：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022