

南京市 2022 年初中学业水平考试

数学

一、选择题

1. -3 的相反数是 ()

A. $-\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{3}$

C. -3

D. 3

2. 计算 $(a^2)^3$, 正确结果是 ()

A. a^5

B. a^6

C. a^8

D. a^9

3. 估计 12 的算术平方根介于 ()

A. 1 和 2 之间

B. 2 和 3 之间

C. 3 和 4 之间

D. 4 和 5 之间

4. 反比例函数 $y = \frac{k^2}{x}$ (k 为常数, $k \neq 0$) 的图像位于 ()

A. 第一、三象限

B. 第二、四象限

C. 第一、二象限

D. 第三、四象限

5. 已知实数 a, b , $a > b$, 下列结论中一定正确的是 ()

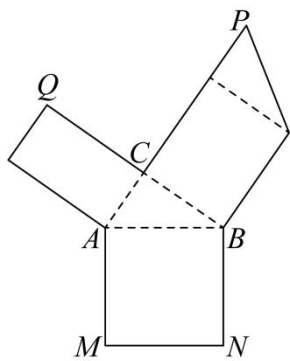
A. $|a| > |b|$

B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

C. $a^2 > b^2$

D. $a^3 > b^3$

6. 直三棱柱的表面展开图如图所示, $AC = 3$, $BC = 4$, $AB = 5$, 四边形 $AMNB$ 是正方形, 将其折叠成直三棱柱后, 下列各点中, 与点 C 距离最大的是 ()



A. 点 M

B. 点 N

C. 点 P

D. 点 Q

二、填空题

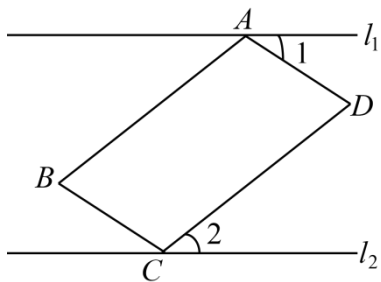
7. 地球与月球的平均距离大约 384000km, 用科学记数法表示这个距离为__km.

8. 若 $\frac{2}{x-3}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.

9. 计算 $\sqrt{18} - \sqrt{8}$ 的结果为_____.

10. 方程 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 的解是_____.

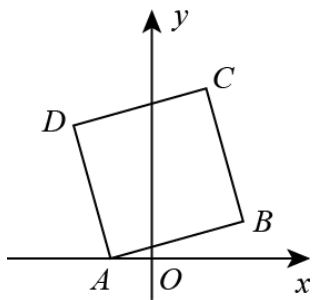
11. 如图， $ABCD$ 的顶点 A 、 C 分别在直线 l_1 、 l_2 上， $l_1 \parallel l_2$ ，若 $\angle 1 = 33^\circ$ ， $\angle B = 65^\circ$ ，则 $\angle 2 =$ _____.



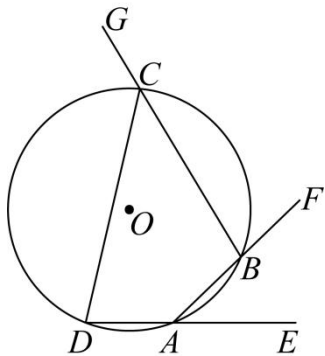
12. 若 $2^4 + 2^4 = 2^a$ ， $3^5 + 3^5 + 3^5 = 3^b$ ，则 $a + b =$ _____.

13. 已知二次函数 $y = ax^2 - 2ax + c$ (a 、 c 为常数， $a \neq 0$)的最大值为2，写出一组符合条件的 a 和 c 的值: _____.

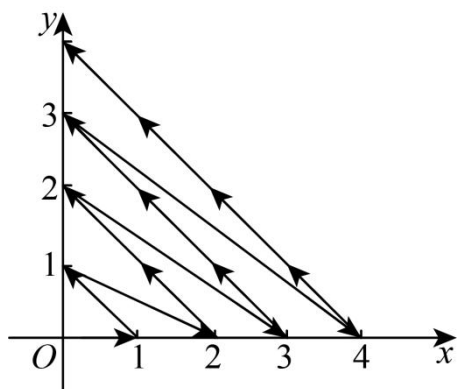
14. 在平面直角坐标系中，正方形 $ABCD$ 如图所示，点 A 的坐标 $(-1, 0)$ ，点 D 的坐标是 $(-2, 4)$ ，则点 C 的坐标是_____.



15. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ，它的3个外角 $\angle EAB$ ， $\angle FBC$ ， $\angle GCD$ 的度数之比为1:2:4，则 $\angle D =$ _____.



16. 如图，在平面直角坐标系，横、纵坐标均为整数的点案如下规律依序排列： $(0, 0)$ ， $(1, 0)$ ， $(0, 1)$ ， $(2, 0)$ ， $(1, 1)$ ， $(0, 2)$ ， $(3, 0)$ ， $(2, 1)$ ， $(1, 2)$ ， $(0, 3)$ ， $(4, 0)$ ， $(3, 1)$ ， $(2, 2)$ ， $(1, 3)$ ，...按这个规律，则 $(6, 7)$ 是第_____个点.



三、解答题

17. 先化简，再求值： $\frac{a+b}{ab} \div \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right)$ ，其中 $a=3$ ， $b=2$ 。

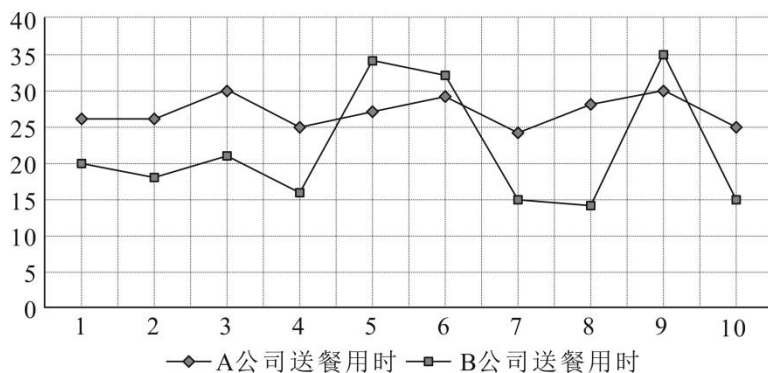
18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 3(x-2) \leq x-4 \\ \frac{1+2x}{3} > x-1 \end{cases}$$

19. 某文印店用 2660 元购进一批白色复印纸和彩色复印纸，白色复印纸每箱 80 元，彩色复印纸每箱 180 元，购买白色复印纸得箱数是彩色复印纸得箱数得 5 倍少 3 箱，求购买的白色复印纸得箱数和彩色复印纸得箱数。

20. 某企业餐厅，有 A、B 两家公司可选择，该企业现连续 10 个工作日选择 A 公司，接着连续 10 个工作日选择 B 公司，记录送餐用时（单位：min）如下表：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A 公司送餐用时	26	26	30	25	27	29	24	28	30	25
B 公司送餐用时	20	18	21	16	34	32	15	14	35	15

根据上表数据绘制的折线统计图如图所示：



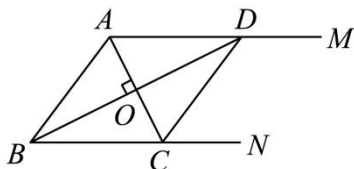
(1) 根据上述信息，请你帮该企业选择合适的公司订餐，并简述理由；

(2) 如果某工作日该企业希望送餐用时不超过 20min，应选择哪家公司？请简述理由。

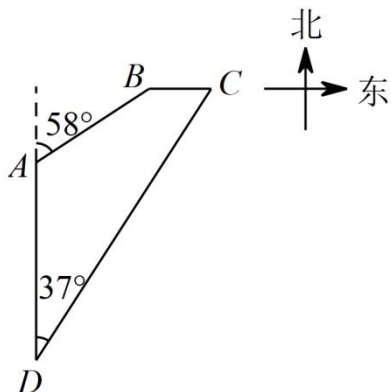
21. 甲城市有 2 个景点 A、B，乙城市由 3 个景点 C、D、E，从中随机选取景点游览，求下列事件的概率：

- (1) 选取 1 个景点，恰好在甲城市；
- (2) 选取 2 个景点，恰好在同一个城市.

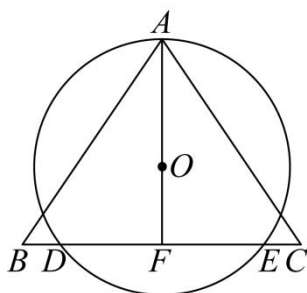
22. 如图， $AM \parallel BN$ ， AC 平分 $\angle BAM$ ，交 BN 于点 C ，过点 B 作 $BD \perp AC$ ，交 AM 于点 D ，垂足为 O ，连接 CD ，求证：四边形 $ABCD$ 是菱形.



23. 如图，灯塔 B 位于港口 A 的北偏东 58° 方向，且 A、B 之间的距离为 30km，灯塔 C 位于灯塔 B 的正东方向，且 B、C 之间的距离为 10km，一艘轮船从港口 A 出发，沿正南方向航行到达 D 处，测得灯塔 C 位于北偏东 37° 方向上，这时，D 处距离港口 A 有多远（结果取整数）？（参考数据： $\sin 58^\circ \approx 0.85$ ， $\cos 58^\circ \approx 0.53$ ， $\tan 58^\circ \approx 1.60$ ， $\sin 37^\circ \approx 0.60$ ， $\cos 37^\circ \approx 0.80$ ， $\tan 37^\circ \approx 0.75$ ）



24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，点 D、E 在 BC 上， $BD = CE$ ，过 A、D、E 三点作 $\odot O$ ，连接 AO 并延长，交 BC 于点 F.



- (1) 求证： $AF \perp BC$ ；
- (2) 若 $AB = 10$ ， $BC = 12$ ， $BD = 2$ ，求 $\odot O$ 的半径长.

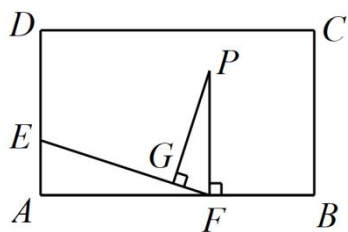
25. 某蔬菜基地有甲、乙两个用于灌溉的水池，他们的最大容量均为 3000m^3 ，原有水量分别为 1200m^3 、 300m^3 ，现向甲、乙同时注水，直至两水池均注满为止，已知每分钟向甲、乙的注水量之和恒定为 100m^3 ，若其中某一水池注满，则停止向该水池注水，改为向另一水池单独注水，设注水第 $x\text{min}$ 时，甲、乙水池的水量分别为 $y_1\text{m}^3$ 、 $y_2\text{m}^3$ 。

(1) 若每分钟向甲注水 40m^3 ，分别写出 y_1 、 y_2 与 x 之间的函数表达式；

(2) 若每分钟向甲注水 50m^3 ，画出 y_2 与 x 之间的函数图像；

(3) 若每分钟向甲注水 $a\text{m}^3$ ，则甲比乙提前 3min 注满，求 a 的值。

26. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB=10$ ， $BC=6$ ， E 是 AD 上一点， $AE=2$ ， F 是 AB 上的动点，连接 EF ， G 是 EF 上一点，且 $\frac{GF}{EF}=k$ (k 为常数， $k \neq 0$)，分别过点 F 、 G 作 AB 、 EF 的垂线相交于点 P ，设 AF 的长为 x ， PF 的长为 y 。



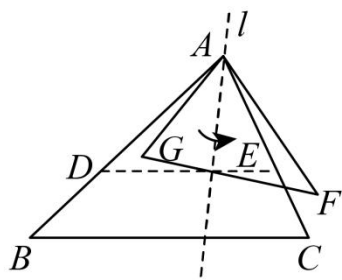
(1) 若 $k = \frac{1}{2}$ ， $x=4$ ，则 y 的值为_____；

(2) 求 y 与 x 之间的函数表达式；

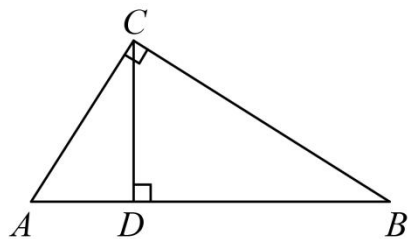
(3) 在点 F 从点 A 到点 B 的整个运动过程中，若线段 CD 上存在点 P ，则 k 的值应满足什么条件？直接写出 k 的取值范围。

27. 在平面内，先将一个多边形以自身的一个顶点为位似中心放大或缩小，再将所得多边形沿过该点的直线翻折，我们称这种变换为自位似轴对称变换，变换前后的图形成自位似轴对称。

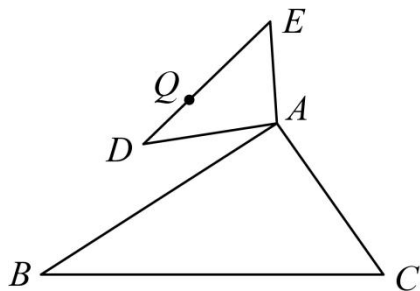
例如：如图①，先将 $\triangle ABC$ 以点 A 为位似中心缩小，得到 $\triangle ADE$ ，再将 $\triangle ADE$ 沿过点 A 的直线 l 翻折，得到 $\triangle AFG$ ，则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle AFG$ 成自位似轴对称。



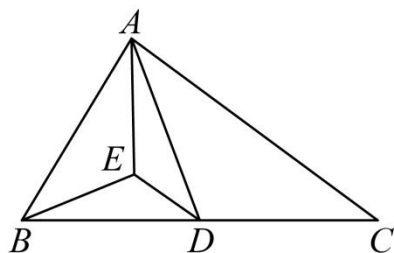
图①



图②



图③



图④

(1) 如图②，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC < BC$ ， $CD \perp AB$ ，垂足为 D ，下列 3 对三角形：① $\triangle ABC$ 与 $\triangle ACD$ ；② $\triangle BAC$ 与 $\triangle BCD$ ；③ $\triangle DAC$ 与 $\triangle DCB$ ．其中成自位似轴对称的是_____（填写所有符合条件的序号）；

(2) 如图③，已知 $\triangle ABC$ 经过自位似轴对称变换得到 $\triangle ADE$ ， Q 是 DE 上一点，用直尺和圆规作点 P ，使 P 与 Q 是该变换前后的对应点（保留作图痕迹，写出必要的文字说明）；

(3) 如图④，在 $\triangle ABC$ 中， D 是 BC 的中点， E 是 $\triangle ABC$ 内一点， $\angle ABE = \angle C$ ， $\angle BAE = \angle CAD$ ，连接 DE ，求证： $DE \parallel AC$ ．

【淘宝搜索店铺：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022】