

济南市 2022 年九年级学业水平考试

数学试题

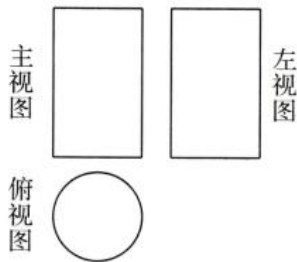
选择题部分 共 48 分

一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1. -7 的相反数是 ()

- A. -7 B. 7 C. $\frac{1}{7}$ D. $-\frac{1}{7}$

2. 如图是某几何体的三视图，该几何体是 ()

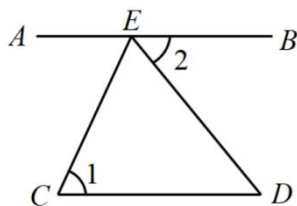


- A. 圆柱 B. 球 C. 圆锥 D. 正四棱柱

3. 神舟十三号飞船在近地点高度 200000m，远地点高度 356000m 的轨道上驻留了 6 个月后，于 2022 年 4 月 16 日顺利返回．将数字 356000 用科学记数法表示为 ()

- A. 3.56×10^5 B. 0.356×10^6 C. 3.56×10^6 D. 35.6×10^4

4. 如图， $AB \parallel CD$ ，点 E 在 AB 上， EC 平分 $\angle AED$ ，若 $\angle 1 = 65^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 ()

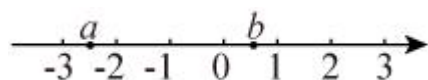


- A. 45° B. 50° C. 57.5° D. 65°

5. 下列绿色能源图标中既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



6. 实数 a ， b 在数轴上对应点的位置如图所示，下列结论正确的是 ()



- A. $ab > 0$ B. $a + b > 0$ C. $|a| < |b|$ D. $a + 1 < b + 1$

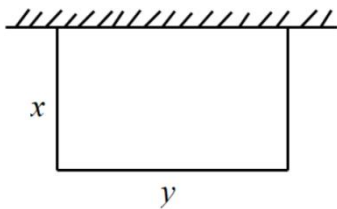
7. 某班级计划举办手抄报展览, 确定了“5G时代”、“北斗卫星”、“高铁速度”三个主题, 若小明和小亮每人随机选择其中一个主题, 则他们恰好选择同一个主题的概率是 ()

- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

8. 若 $m - n = 2$, 则代数式 $\frac{m^2 - n^2}{m} \cdot \frac{2m}{m + n}$ 的值是 ()

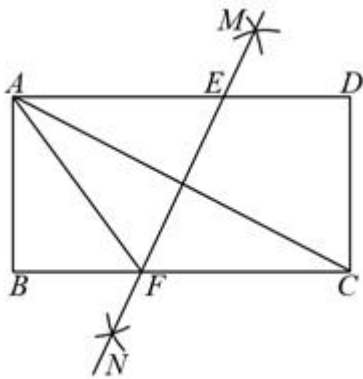
- A. -2 B. 2 C. -4 D. 4

9. 某学校要建一块矩形菜地供学生参加劳动实践, 菜地的一边靠墙, 另外三边用木栏围成, 木栏总长为 $40m$. 如图所示, 设矩形一边长为 xm , 另一边长为 ym , 当 x 在一定范围内变化时, y 随 x 的变化而变化, 则 y 与 x 满足的函数关系是 ()



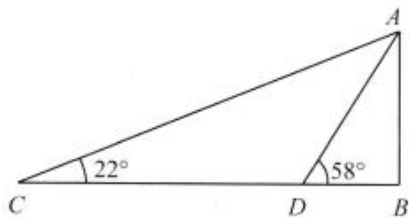
- A. 正比例函数关系 B. 一次函数关系
C. 反比例函数关系 D. 二次函数关系

10. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, 分别以 A, C 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径作弧, 两弧相交于 M, N 两点, 作直线 MN 分别交 AD, BC 于点 E, F , 连接 AF , 若 $BF = 3$, $AE = 5$, 以下结论错误的是 ()



- A. $AF = CF$ B. $\angle FAC = \angle EAC$ C. $AB = 4$ D. $AC = 2AB$

11. 数学活动小组到某广场测量标志性建筑 AB 的高度. 如图, 他们在地面上 C 点测得最高点 A 的仰角为 22° , 再向前 $70m$ 至 D 点, 又测得最高点 A 的仰角为 58° , 点 C, D, B 在同一直线上, 则该建筑物 AB 的高度约为 () (精确到 $1m$. 参考数据: $\sin 22^\circ \approx 0.37$, $\tan 22^\circ \approx 0.40$, $\sin 58^\circ \approx 0.85$, $\tan 58^\circ \approx 1.60$)



A. 28m

B. 34m

C. 37m

D. 46m

12. 抛物线 $y = -x^2 + 2mx - m^2 + 2$ 与 y 轴交于点 C , 过点 C 作直线 l 垂直于 y 轴, 将抛物线在 y 轴右侧的部分沿直线 l 翻折, 其余部分保持不变, 组成图形 G , 点 $M(m-1, y_1)$, $N(m+1, y_2)$ 为图形 G 上两点, 若 $y_1 < y_2$, 则 m 的取值范围是 ()

A. $m < -1$ 或 $m > 0$

B. $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}$

C. $0 \leq m < \sqrt{2}$

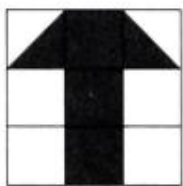
D. $-1 < m < 1$

非选择题部分 共 102 分

二、填空题 (本大题共 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分, 直接填写答案.)

13. 因式分解: $a^2 + 4a + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$.

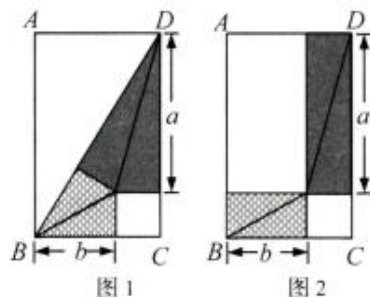
14. 如果小球在如图所示的地板上自由地滚动, 并随机的停留在某块方砖上, 那么它最终停留在阴影区域的概率是_____.



15. 写出一个比 $\sqrt{2}$ 大且比 $\sqrt{17}$ 小的整数 _____.

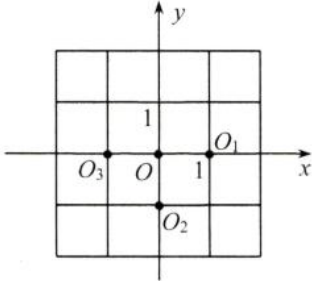
16. 代数式 $\frac{3}{x+2}$ 与代数式 $\frac{2}{x-1}$ 的值相等, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 利用图形的分、和、移、补探索图形关系, 是我国传统数学的一种重要方法. 如图 1, BD 是矩形 $ABCD$ 的对角线, 将 $\triangle BCD$ 分割成两对全等的直角三角形和一个正方形, 然后按图 2 重新摆放, 观察两图, 若 $a = 4$, $b = 2$, 则矩形 $ABCD$ 的面积是_____.



18. 规定: 在平面直角坐标系中, 一个点作“0”变换表示将它向右平移一个单位, 一个点作“1”变换表示

将它绕原点顺时针旋转 90° , 由数字 0 和 1 组成的序列表示一个点按照上面描述依次连续变换. 例如: 如图, 点 $O(0,0)$ 按序列 “011...” 作变换, 表示点 O 先向右平移一个单位得到 $O_1(1,0)$, 再将 $O_1(1,0)$ 绕原点顺时针旋转 90° 得到 $O_2(0,-1)$, 再将 $O_2(0,-1)$ 绕原点顺时针旋转 90° 得到 $O_3(-1,0)$... 依次类推. 点 $(0,1)$ 经过 “011011011” 变换后得到点的坐标为_____.

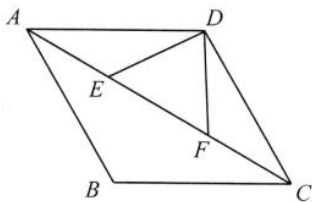


三、解答题 (本大题共 9 个小题, 共 78 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

19. 计算: $|-3| - 4\sin 30^\circ + \sqrt{4} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.

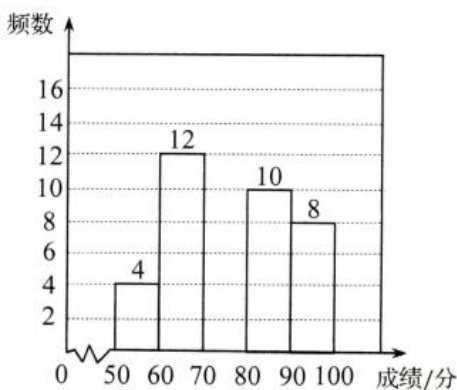
20. 解不等式组:
$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} < \frac{x}{3}, & \text{①} \\ 2x-5 \leq 3(x-2). & \text{②} \end{cases}$$
, 并写出它的所有整数解.

21. 已知: 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, E, F 是对角线 AC 上两点, 连接 DE, DF , $\angle ADF = \angle CDE$. 求证: $AE = CF$.



22. 某校举办以 2022 年北京冬奥会为主题的知识竞赛, 从七年级和八年级各随机抽取了 50 名学生的竞赛成绩进行整理、描述和分析, 部分信息如下:

a : 七年级抽取成绩的频数分布直方图如图. (数据分成 5 组, $50 \leq x < 60$, $60 \leq x < 70$, $70 \leq x < 80$, $80 \leq x < 90$, $90 \leq x \leq 100$)



b: 七年级抽取成绩在 $70 \leq x < 80$ 这一组的是: 70, 72, 73, 73, 75, 75, 75, 76, 77, 77, 78, 78, 79, 79, 79, 79.

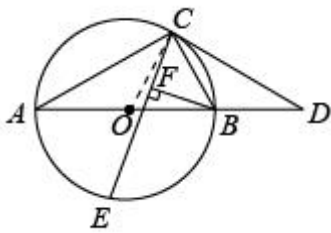
c: 七、八年级抽取成绩的平均数、中位数如下:

年级	平均数	中位数
七年级	76.5	m
八年级	78.2	79

请结合以上信息完成下列问题:

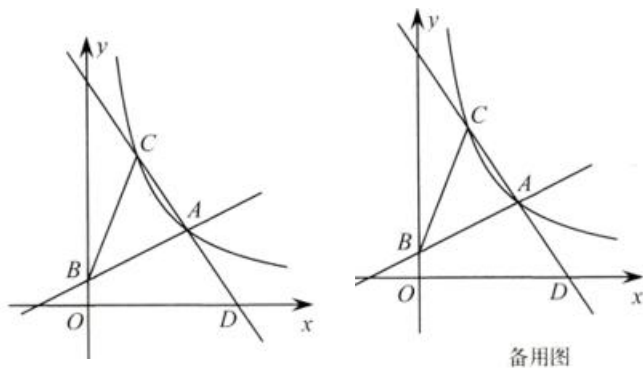
- (1) 七年级抽取成绩在 $60 \leq x < 90$ 的人数是_____, 并补全频数分布直方图;
- (2) 表中 m 的值为_____;
- (3) 七年级学生甲和八年级学生乙的竞赛成绩都是 78, 则_____ (填“甲”或“乙”) 的成绩在本年级抽取成绩中排名更靠前;
- (4) 七年级的学生共有 400 人, 请你估计七年级竞赛成绩 90 分及以上的学生人数.

23. 已知: 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, CD 与 $\odot O$ 相切于点 C , 交 AB 延长线于点 D , 连接 AC , BC , $\angle D = 30^\circ$, CE 平分 $\angle ACB$ 交 $\odot O$ 于点 E , 过点 B 作 $BF \perp CE$, 垂足为 F .



- (1) 求证: $CA = CD$;
 - (2) 若 $AB = 12$, 求线段 BF 的长.
24. 为增加校园绿化面积, 某校计划购买甲、乙两种树苗. 已知购买 20 棵甲种树苗和 16 棵乙种树苗共花费 1280 元, 购买 1 棵甲种树苗比 1 棵乙种树苗多花费 10 元.
- (1) 求甲、乙两种树苗每棵的价格分别是多少元?
 - (2) 若购买甲、乙两种树苗共 100 棵, 且购买乙种树苗的数量不超过甲种树苗的 3 倍, 则购买甲、乙两种树苗各多少棵时花费最少? 请说明理由.

25. 如图, 一次函数 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 $A(a, 3)$, 与 y 轴交于点 B .



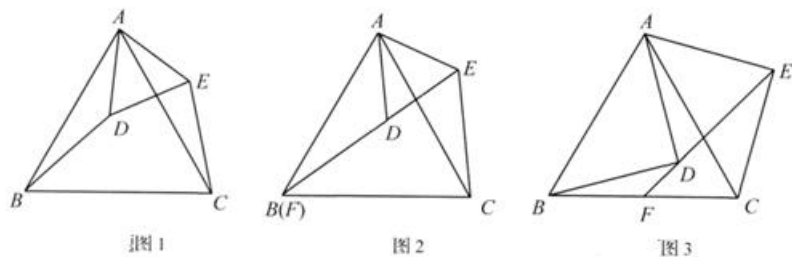
(1) 求 a, k 的值;

(2) 直线 CD 过点 A , 与反比例函数图象交于点 C , 与 x 轴交于点 D , $AC = AD$, 连接 CB .

①求 $\triangle ABC$ 的面积;

②点 P 在反比例函数的图象上, 点 Q 在 x 轴上, 若以点 A, B, P, Q 为顶点的四边形是平行四边形, 请求出所有符合条件的点 P 坐标.

26. 如图 1, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D 在 $\triangle ABC$ 的内部, 连接 AD , 将线段 AD 绕点 A 按逆时针方向旋转 60° , 得到线段 AE , 连接 BD, DE, CE .



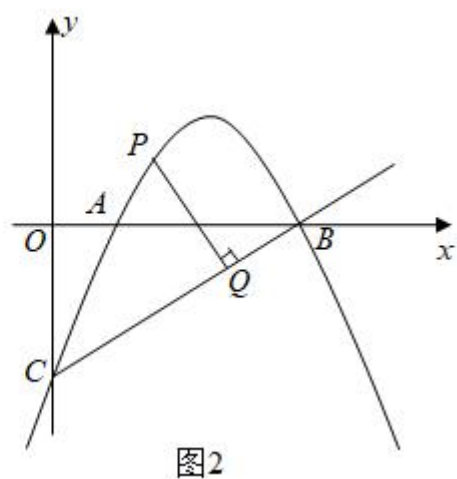
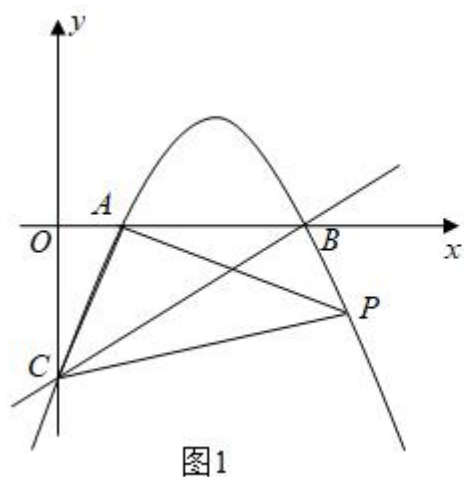
(1) 判断线段 BD 与 CE 的数量关系并给出证明;

(2) 延长 ED 交直线 BC 于点 F .

①如图 2, 当点 F 与点 B 重合时, 直接用等式表示线段 AE, BE 和 CE 的数量关系为_____;

②如图 3, 当点 F 为线段 BC 中点, 且 $ED = EC$ 时, 猜想 $\angle BAD$ 的度数, 并说明理由.

27. 抛物线 $y = ax^2 + \frac{11}{4}x - 6$ 与 x 轴交于 $A(t, 0), B(8, 0)$ 两点, 与 y 轴交于点 C , 直线 $y = kx - 6$ 经过点 B . 点 P 在抛物线上, 设点 P 的横坐标为 m .



- (1) 求抛物线的表达式和 t , k 的值;
- (2) 如图 1, 连接 AC , AP , PC , 若 $\triangle APC$ 是以 CP 为斜边的直角三角形, 求点 P 的坐标;
- (3) 如图 2, 若点 P 在直线 BC 上方的抛物线上, 过点 P 作 $PQ \perp BC$, 垂足为 Q , 求 $CQ + \frac{1}{2}PQ$ 的最大值.

