

2022 年山东省日照市中考数学试卷

一、选择题：本题共 12 个小题，每小题 3 分，满分 36 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将符合题目要求选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上

1. -2 的相反数是 ()

- A. -2 B. 2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

【答案】B

【解析】

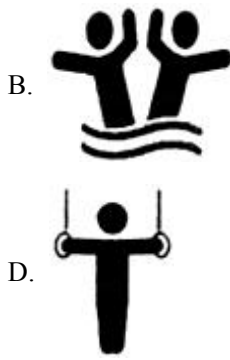
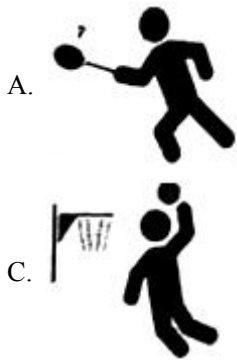
【分析】根据相反数的定义可得结果．

【详解】因为 $-2+2=0$ ，所以 -2 的相反数是 2 ，

故选：B．

【点睛】本题考查求相反数，熟记相反数的概念是解题的关键．

2. 山东省第二十五届运动会将于 2022 年 8 月 25 日在日照市开幕，“全民健身与省运同行”成为日照市当前的运动主题．在下列给出的运动图片中，是轴对称图形的是 ()



【答案】D

【解析】

【分析】根据轴对称图形的概念，对各选项分析判断即可得解；如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形．

【详解】解：A、不是轴对称图形，故本选项不符合题意；

B、不是轴对称图形，故本选项不符合题意；

C、不是轴对称图形，故本选项不符合题意；

D、是轴对称图形，故本选项符合题意．

故选：D．

【点睛】本题考查了轴对称图形，正确掌握相关定义是解题关键．

3. 全民免费接种新冠病毒疫苗是党中央、国务院作出的重大决策部署，通过接种疫苗，让更多人获得免疫

力, 尽早形成人群免疫屏障, 截至 2022 年 5 月 20 日, 全国 31 个省 (自治区、直辖市) 和新疆生产建设兵团累计报告接种新冠病毒疫苗 336905 万剂次. 数据 336905 万用科学记数法表示为 ()

- A. 0.336905×10^{10} B. 3.36905×10^{10} C. 3.36905×10^9 D. 33.6905×10^9

【答案】C

【解析】

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同.

【详解】解: $336905 \text{ 万} = 3369050000 = 3.36905 \times 10^9$.

故选: C.

【点睛】此题考查科学记数法的表示方法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数, 表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4. 下列运算正确的是 ()

- A. $a^6 \div a^2 = a^3$ B. $a^4 \cdot a^2 = a^6$ C. $(a^2)^3 = a^5$ D. $a^3 + a^3 = a^6$

【答案】B

【解析】

【分析】根据同底数幂的除法, 合并同类项, 同底数幂的乘法, 幂的乘方与积的乘方法则, 进行计算逐一判断即可解答.

【详解】解: A、 $a^6 \div a^2 = a^4$, 故 A 不符合题意;

B、 $a^4 \cdot a^2 = a^6$, 故 B 符合题意;

C、 $(a^2)^3 = a^6$, 故 C 不符合题意;

D、 $a^3 + a^3 = 2a^3$, 故 D 不符合题意;

故选: B.

【点睛】本题考查了同底数幂的除法, 合并同类项, 同底数幂的乘法, 幂的乘方与积的乘方, 熟练掌握它们的运算法则是解题的关键.

5. 在实数 $\sqrt{2}$, x^0 ($x \neq 0$), $\cos 30^\circ$, $\sqrt[3]{8}$ 中, 有理数的个数是 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

【答案】B

【解析】

【分析】根据零指数幂, 特殊角的三角函数值, 实数的意义, 即可解答.

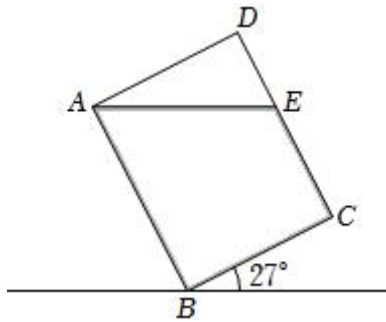
【详解】解：在实数 $\sqrt{2}$ ， x^0 ($x \neq 0$) = 1， $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ， $\sqrt[3]{8} = 2$ 中，有理数是 $\sqrt[3]{8} = 2$ ， $x^0 = 1$ ，

所以，有理数的个数是 2，

故选：B.

【点睛】本题考查了零指数幂，特殊角的三角函数值，实数，熟练掌握这些数学概念是解题的关键.

6. 如图，矩形 $ABCD$ 为一个正在倒水的水杯的截面图，杯中水面与 CD 的交点为 E ，当水杯底面 BC 与水平面的夹角为 27° 时， $\angle AED$ 的大小为 ()



A. 27°

B. 53°

C. 57°

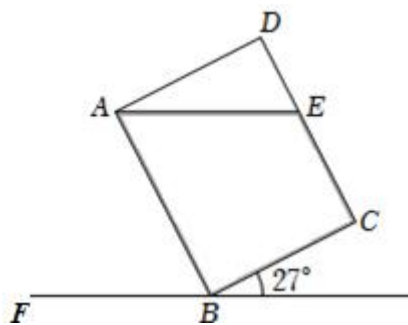
D. 63°

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意可知 $AE \parallel BF$ ， $\angle EAB = \angle ABF$ ， $\angle ABF + 27^\circ = 90^\circ$ ，等量代换求出 $\angle EAB$ ，再根据平行线的性质求出 $\angle AED$.

【详解】解：如图所示：



$\because AE \parallel BF$,

$\therefore \angle EAB = \angle ABF$,

$\because$ 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$\therefore AB \parallel CD$, $\angle ABC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABF + 27^\circ = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABF = 63^\circ$,

$\therefore \angle EAB = 63^\circ$,

$\because AB \parallel CD,$

$\therefore \angle AED = \angle EAB = 63^\circ.$

故选: D.

【点睛】本题考查了矩形的性质, 平行线的性质, 熟记矩形的性质并灵活运用是解题的关键. 矩形的性质:

①平行四边形的性质矩形都具有; ②角: 矩形的四个角都是直角; ③边: 邻边垂直; ④对角线: 矩形的对角线相等.

7. 下列说法正确的是 ()

A. 一元一次方程 $\frac{x}{2} - 1 = x$ 的解是 $x=2$

B. 在连续 5 次数学测试中, 两名同学的平均成绩相同, 则方差较大的同学的成绩更稳定

C. 从 5 名男生, 2 名女生中抽取 3 人参加活动, 至少会有 1 名男生被抽中

D. 将一次函数 $y=-2x+5$ 的图象向上平移两个单位, 则平移后的函数解析式为 $y=-2x+1$

【答案】C

【解析】

【分析】根据一元一次方程的解的概念, 方差的意义, 抽屉原理, 一次函数图象平移的规律逐项判断.

【详解】解: 一元一次方程 $\frac{x}{2} - 1 = x$ 的解是 $x=-2$, 故 A 错误, 不符合题意;

在连续 5 次数学测试中, 两名同学的平均成绩相同, 则方差较小的同学的成绩更稳定, 故 B 错误, 不符合题意;

从 5 名男生, 2 名女生中抽取 3 人参加活动, 至少会有 1 名男生被抽中, 故 C 正确, 符合题意;

将一次函数 $y=-2x+5$ 的图象向上平移两个单位, 则平移后的函数解析式为 $y=-2x+7$, 故 D 错误, 不符合题意;

故选: C.

【点睛】本题考查一元一次方程的解, 方差的应用, 抽屉原理的应用, 一次函数图象的平移等知识, 解题的关键是掌握教材上相关的概念和定理.

8. 《孙子算经》是中国传统数学的重要著作, 其中有一道题, 原文是: “今有木, 不知长短, 引绳度之, 余绳四尺五寸; 屈绳量之, 不足一尺. 木长几何?” 意思是: 用一根绳子去量一根木头的长, 绳子还剩余 4.5 尺; 将绳子对折再量木头, 则木头还剩余 1 尺, 问木头长多少尺? 可设木头长为 x 尺, 绳子长为 y 尺, 则所列方程组正确的是 ()

A.
$$\begin{cases} y - x = 4.5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x - y = 4.5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

$$C. \begin{cases} x-y=4.5 \\ \frac{y}{2}-x=1 \end{cases}$$

$$D. \begin{cases} y-x=4.5 \\ x-\frac{y}{2}=1 \end{cases}$$

【答案】D

【解析】

【分析】设木头长为 x 尺，绳子长为 y 尺，根据“用一根绳子去量一根木头的长，绳子还剩余 4.5 尺；将绳子对折再量木头，则木头还剩余 1 尺”，即可得出关于 x, y 的二元一次方程组，此题得解。

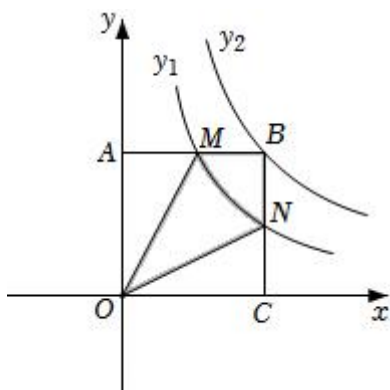
【详解】解：设木头长为 x 尺，绳子长为 y 尺，

$$\text{由题意可得} \begin{cases} y-x=4.5 \\ x-\frac{y}{2}=1 \end{cases}.$$

故选：D.

【点睛】本题考查由实际问题抽象出二元一次方程组，解答本题的关键是明确题意，列出相应的方程组。

9. 如图，矩形 $OABC$ 与反比例函数 $y_1 = \frac{k_1}{x}$ (k_1 是非零常数, $x>0$) 的图象交于点 M, N ，与反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ (k_2 是非零常数, $x>0$) 的图象交于点 B ，连接 OM, ON 。若四边形 $OMBN$ 的面积为 3，则 $k_1-k_2=$ ()



A. 3

B. -3

C. $\frac{3}{2}$ D. $-\frac{3}{2}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据矩形的性质以及反比例函数系数 k 的几何意义即可得出结论。

【详解】解：∵点 M, N 均是反比例函数 $y_1 = \frac{k_1}{x}$ (k_1 是非零常数, $x>0$) 的图象上，

$$\therefore S_{\triangle OAM} = S_{\triangle OCN} = \frac{1}{2}k_1,$$

∵矩形 $OABC$ 的顶点 B 在反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ (k_2 是非零常数, $x>0$) 的图象上，

$$\therefore S_{\text{矩形} OABC} = k_2,$$

$$\therefore S_{\text{矩形} OMBN} = S_{\text{矩形} OABC} - S_{\triangle OAM} - S_{\triangle OCN} = 3,$$

$$\therefore k_2 - k_1 = 3,$$

$$\therefore k_1 - k_2 = -3,$$

故选: B.

【点睛】本题考查了矩形的性质, 反比例函数系数 k 的几何意义: 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 图象中任取一点, 过这一个点向 x 轴和 y 轴分别作垂线, 与坐标轴围成的矩形的面积是定值 $|k|$.

10. 如图, 几何体是由六个相同的立方体构成的, 则该几何体三视图中面积最大的是 ()



A. 主视图

B. 左视图

C. 俯视图

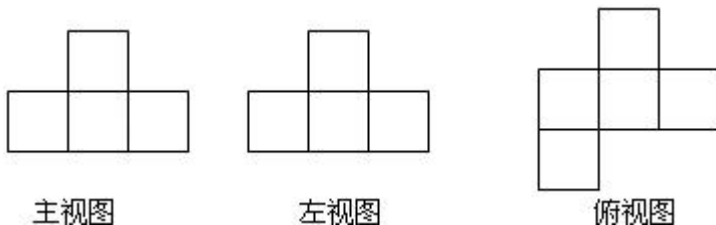
D. 主视图和左视图

【答案】 C

【解析】

【分析】从正面看, 得到从左往右 3 列正方形的个数依次为 1, 2, 1; 从左面看得到从左往右 3 列正方形的个数依次为 1, 2, 1; 从上面看得到从左往右 3 列正方形的个数依次, 2, 2, 1, 依此画出图形即可判断.

【详解】解: 如图所示



主视图和左视图都是由 4 个正方形组成, 俯视图由 5 个正方形组成, 所以俯视图的面积最大.

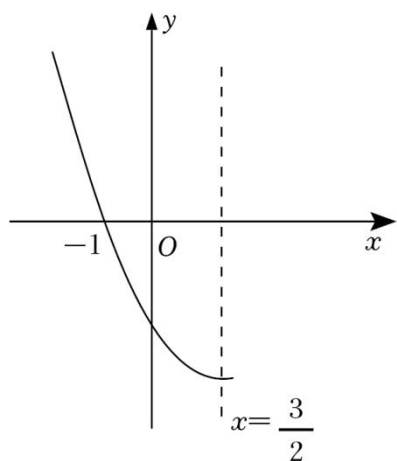
故选: C.

【点睛】本题主要考查作图-三视图, 正确画出立体图形的三视图是解答本题的关键.

11. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的部分图象如图所示, 对称轴为 $x = \frac{3}{2}$, 且经过点 $(-1, 0)$. 下列结论:

① $3a + b = 0$; ②若点 $\left(\frac{1}{2}, y_1\right)$, $(3, y_2)$ 是抛物线上的两点, 则 $y_1 < y_2$; ③ $10b - 3c = 0$; ④若 $y \leq c$, 则 $0 \leq x \leq 3$. 其

中正确的有 ()



A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

【答案】C

【解析】

【分析】由对称轴为 $x = \frac{3}{2}$ 即可判断①；根据点 $\left(\frac{1}{2}, y_1\right)$, $(3, y_2)$ 到对称轴的距离即可判断②；由抛物线经过点 $(-1, 0)$, 得出 $a-b+c=0$, 对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}$, 得出 $a = -\frac{1}{3}b$, 代入即可判断③；根据二次函数的性质以及抛物线的对称性即可判断④.

【详解】解: $\because$ 对称轴 $x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}$,

$$\therefore b = -3a,$$

$$\therefore 3a + b = 0, \text{ ①正确;}$$

$\because$ 抛物线开口向上, 点 $\left(\frac{1}{2}, y_1\right)$ 到对称轴的距离小于点 $(3, y_2)$ 的距离,

$$\therefore y_1 < y_2, \text{ 故②正确;}$$

$$\because \text{经过点 } (-1, 0),$$

$$\therefore a - b + c = 0,$$

$$\because \text{对称轴 } x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2},$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}b,$$

$$\therefore -\frac{1}{3}b - b + c = 0,$$

$$\therefore 3c = 4b,$$

$$\therefore 4b - 3c = 0, \text{ 故③错误;}$$

$$\because \text{对称轴 } x = \frac{3}{2},$$

∴点 $(0, c)$ 的对称点为 $(3, c)$,

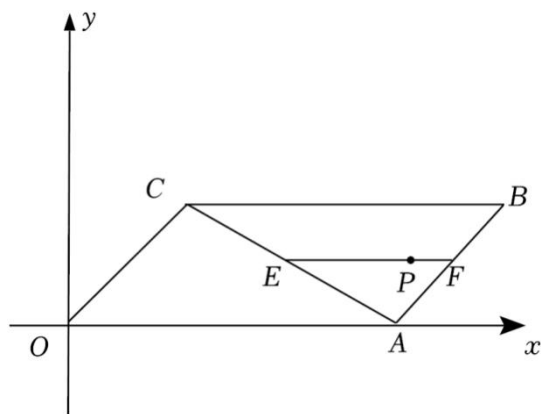
∴开口向上,

∴ $y \leq c$ 时, $0 \leq x \leq 3$. 故④正确;

故选: C.

【点睛】本题考查了二次函数的性质及二次函数图象上点的坐标特征, 熟知二次函数的性质是解题的关键.

12. 如图, 在平面直角坐标系中, 平行四边形 $OABC$ 的顶点 O 在坐标原点, 点 E 是对角线 AC 上一动点 (不包含端点), 过点 E 作 $EF \parallel BC$, 交 AB 于 F , 点 P 在线段 EF 上. 若 $OA=4$, $OC=2$, $\angle AOC=45^\circ$, $EP=3PF$, P 点的横坐标为 m , 则 m 的取值范围是 ()



A. $4 < m < 3 + \sqrt{2}$

B. $3 - \sqrt{2} < m < 4$

C. $2 - \sqrt{2} < m < 3$

D. $4 < m < 4 + \sqrt{2}$

【答案】A

【解析】

【分析】先求确定 A 、 C 、 B 三个点坐标, 然后求出 AB 和 AC 的解析式, 再表示出 EF 的长, 进而表示出点 P 的横坐标, 最后根据不等式的性质求解即可.

【详解】解: 由题意可得 $C(\sqrt{2}, \sqrt{2})$, $A(4, 0)$, $B(4 + \sqrt{2}, \sqrt{2})$,

设直线 AB 的解析式为 $y=kx+b$

$$\text{则} \begin{cases} 0 = 4k + b \\ \sqrt{2} = (4 + \sqrt{2})k + b \end{cases} \text{解得: } \begin{cases} k = 1 \\ b = -4 \end{cases}$$

∴直线 AB 的解析式为: $y=x-4$,

∴ $x=y+4$,

设直线 AC 的解析式为 $y=mx+n$

$$\text{则} \begin{cases} 0 = 4m + n \\ \sqrt{2} = \sqrt{2}m + n \end{cases} \text{解得: } \begin{cases} m = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-4} \\ n = -\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-4} \end{cases}$$

$$\therefore \text{直线 } AC \text{ 的解析式为: } y = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-4}x - \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-4},$$

$$\therefore x = 4 + y - 2\sqrt{2}y,$$

$$\therefore \text{点 } F \text{ 的横坐标为: } y+4, \text{ 点 } E \text{ 的坐标为: } 4 + y - 2\sqrt{2}y,$$

$$\therefore EF = (y+4) - (4 + y - 2\sqrt{2}y) = 2\sqrt{2}y,$$

$$\because EP = 3PF,$$

$$\therefore PF = \frac{1}{4}EF = \frac{\sqrt{2}}{2}y,$$

$$\therefore \text{点 } P \text{ 的横坐标为: } y + 4 - \frac{\sqrt{2}}{2}y,$$

$$\because 0 < y < \sqrt{2},$$

$$\therefore 4 < y + 4 - \frac{\sqrt{2}}{2}y < 3 + \sqrt{2}.$$

$$\therefore 4 < m < 3 + \sqrt{2}$$

故答案为: A.

【点睛】 本题主要考查了等腰直角三角形性质、求一次函数的解析式、不等式性质等知识, 根据题意表示出点 P 的横坐标是解答本题的关键.

二、填空题: 本题共 4 个小题, 每小题 3 分, 易分 2 分不需写出解答过程, 请将答案直接写在答题卡相应位置上.

13. 若二次根式 $\sqrt{3-2x}$ 在实数范围内有意义, 那么 x 的取值范围是_____.

$$\text{【答案】 } x \leq \frac{3}{2}$$

【解析】

【分析】 根据二次根式有意义的条件: 被开方数大于或等于 0, 列不等式求解.

【详解】 解: 根据题意, 得

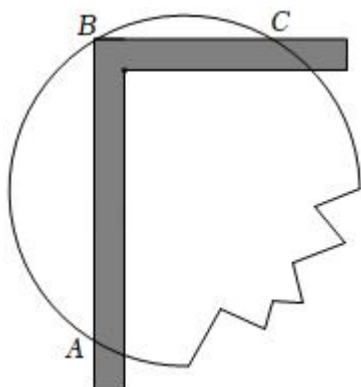
$$3 - 2x \geq 0,$$

$$\text{解得: } x \leq \frac{3}{2},$$

$$\text{故答案是: } x \leq \frac{3}{2}.$$

【点睛】 本题考查了二次根式有意义的条件, 解题的关键是掌握被开方数大于或等于 0.

14. 一圆形玻璃镜面损坏了一部分, 为得到同样大小的镜面, 工人师傅用直角尺作如图所示的测量, 测得 $AB=12\text{cm}$, $BC=5\text{cm}$, 则圆形镜面的半径为_____.



【答案】 $\frac{13}{2}\text{cm}$

【解析】

【分析】 连接 AC , 根据 $\angle ABC=90^\circ$ 得出 AC 是圆形镜面的直径, 再根据勾股定理求出 AC 即可.

【详解】 解: 连接 AC ,

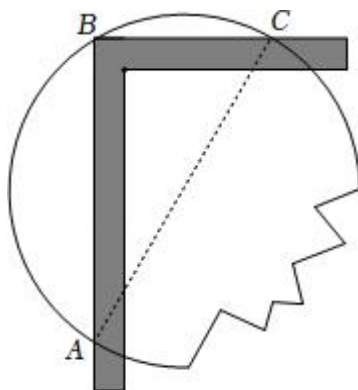


图1

$\because \angle ABC=90^\circ$, 且 $\angle ABC$ 是圆周角,

$\therefore AC$ 是圆形镜面的直径,

由勾股定理得: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13(\text{cm})$,

所以圆形镜面的半径为 $\frac{13}{2}\text{cm}$,

故答案为: $\frac{13}{2}\text{cm}$.

【点睛】 本题考查了圆周角定理, 圆心角、弧、弦之间的关系和勾股定理等知识点, 能根据圆周角定理得出 AC 是圆形镜面的直径是解此题的关键.

15. 关于 x 的一元二次方程 $2x^2+4mx+m=0$ 有两个不同的实数根 x_1, x_2 , 且 $x_1^2 + x_2^2 = \frac{3}{16}$, 则 $m=$ _____.

【答案】 $-\frac{1}{8}$

【解析】

【分析】根据根与系数的关系得到 $x_1+x_2=-2m$, $x_1x_2=\frac{m}{2}$, 再由 $x_1^2+x_2^2=\frac{3}{16}$ 变形得到 $(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=\frac{3}{16}$, 即可得到 $4m^2-m=\frac{3}{16}$, 然后解此方程即可.

【详解】解: 根据题意得 $x_1+x_2=-2m$, $x_1x_2=\frac{m}{2}$,

$$\therefore x_1^2+x_2^2=\frac{3}{16},$$

$$\therefore (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=\frac{3}{16},$$

$$\therefore 4m^2-m=\frac{3}{16},$$

$$\therefore m_1=-\frac{1}{8}, m_2=\frac{3}{8},$$

$$\therefore \Delta=16m^2-8m>0,$$

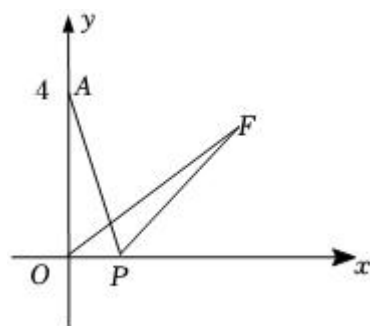
$$\therefore m>\frac{1}{2} \text{ 或 } m<0 \text{ 时},$$

$$\therefore m=\frac{3}{8} \text{ 不合题意},$$

$$\text{故答案为: } -\frac{1}{8}.$$

【点睛】本题考查了根与系数的关系: 若 x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 的两根时, $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$, $x_1x_2=\frac{c}{a}$.

16. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 的坐标为 $(0, 4)$, P 是 x 轴上一动点, 把线段 PA 绕点 P 顺时针旋转 60° 得到线段 PF , 连接 OF , 则线段 OF 长的最小值是_____.



【答案】2

【解析】

【分析】点 F 运动所形成的图象是一条直线, 当 $OF \perp F_1F_2$ 时, 垂线段 OF 最短, 当点 F_1 在 x 轴上时, 由勾股定理得: $P_1O = F_1O = \frac{4\sqrt{3}}{3}$, 进而得 $P_1A = P_1F_1 = AF_1 = \frac{8\sqrt{3}}{3}$, 求得点 F_1 的坐标为 $\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}, 0\right)$, 当点 F_2

在 y 轴上时, 求得点 F_2 的坐标为 $(0, -4)$, 最后根据待定系数法, 求得直线 F_1F_2 的解析式为 $y=\sqrt{3}x-4$, 再

由线段中垂线性质得出 $F_1F_2 = AF_1 = \frac{8\sqrt{3}}{3}$, 在 $Rt\triangle OF_1F_2$ 中, 设点 O 到 F_1F_2 的距离为 h , 则根据面积法得

$\frac{1}{2} \times OF_1 \times OF_2 = \frac{1}{2} \times F_1F_2 \times h$, 即 $\frac{1}{2} \times \frac{4\sqrt{3}}{3} \times 4 = \frac{1}{2} \times \frac{8\sqrt{3}}{3} \times h$, 解得 $h=2$, 根据垂线段最短, 即可得到线段

OF 的最小值为 2.

【详解】解: $\because$ 将线段 PA 绕点 P 顺时针旋转 60° 得到线段 PF ,

$\therefore \angle APF=60^\circ$, $PF=PA$,

$\therefore \triangle APF$ 是等边三角形,

$\therefore AP=AF$,

如图, 当点 F_1 在 x 轴上时, $\triangle P_1AF_1$ 为等边三角形,

则 $P_1A=P_1F_1=AF_1$, $\angle AP_1F_1=60^\circ$,

$\because AO \perp P_1F_1$,

$\therefore P_1O=F_1O$, $\angle AOP_1=90^\circ$,

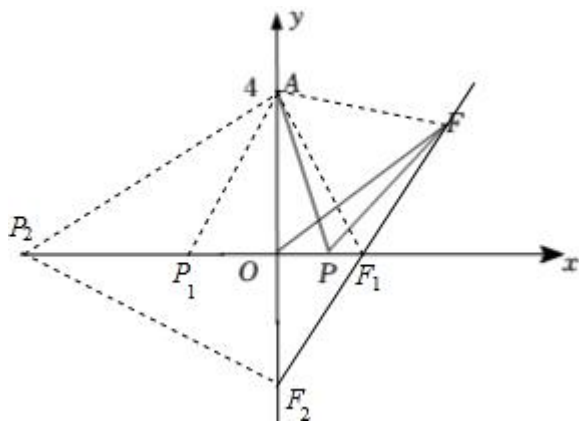
$\therefore \angle P_1AO=30^\circ$, 且 $AO=4$,

由勾股定理得: $P_1O=F_1O=\frac{4\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore P_1A=P_1F_1=AF_1=\frac{8\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore$ 点 F_1 的坐标为 $\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}, 0\right)$,

如图, 当点 F_2 在 y 轴上时,



$\because \triangle P_2AF_2$ 为等边三角形, $AO \perp P_2O$,

$\therefore AO=F_2O=4$,

∴ 点 F_2 的坐标为 $(0, -4)$,

$$\therefore \tan \angle OF_1F_2 = \frac{OF_2}{OF_1} = \frac{4}{\frac{4\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{3},$$

∴ $\angle OF_1F_2 = 60^\circ$,

∴ 点 F 运动所形成的图象是一条直线,

∴ 当 $OF \perp F_1F_2$ 时, 线段 OF 最短,

设直线 F_1F_2 的解析式为 $y=kx+b$,

$$\text{则} \begin{cases} \frac{4\sqrt{3}}{3}k + b = 0 \\ b = -4 \end{cases},$$

$$\text{解得} \begin{cases} k = \sqrt{3} \\ b = -4 \end{cases},$$

∴ 直线 F_1F_2 的解析式为 $y = \sqrt{3}x - 4$,

∵ $AO = F_2O = 4$, $AO \perp P_1F_1$,

$$\therefore F_1F_2 = AF_1 = \frac{8\sqrt{3}}{3},$$

在 $Rt\triangle OF_1F_2$ 中, $OF \perp F_1F_2$,

设点 O 到 F_1F_2 的距离为 h , 则 $\frac{1}{2} \times OF_1 \times OF_2 = \frac{1}{2} \times F_1F_2 \times h$,

$$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{4\sqrt{3}}{3} \times 4 = \frac{1}{2} \times \frac{8\sqrt{3}}{3} \times h,$$

解得 $h=2$,

即线段 OF 的最小值为 2,

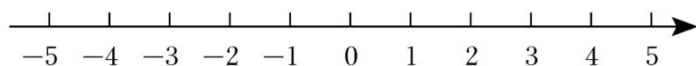
故答案为 2.

【点睛】 本题属于三角形的综合题, 主要考查了旋转的性质, 勾股定理的应用, 等边三角形的性质以及待定系数法的运用等, 解决问题的关键是作辅助线构造等边三角形以及面积法求最短距离, 解题时注意勾股定理、等边三角形三线合一以及方程思想的灵活运用.

三、解答题: 本题共 6 个小题, 满分 72 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

$$17. (1) \text{ 先化简再求值: } \left(m + 2 - \frac{5}{m-2}\right) \times \frac{m^2 - 3m + 2}{m+3}, \text{ 其中 } m=4.$$

(2) 解不等式组 $\begin{cases} x+1 < 2x-1 \\ \frac{2x-5}{3} \leq 1 \end{cases}$ 并将解集表示在所给的数轴上.



【答案】(1) m^2-4m+3 , 3; (2) $2 < x \leq 4$, 数轴见解析

【解析】

【分析】(1) 直接将括号里面通分运算, 再利用分式的混合运算法则化简得出答案;

(2) 直接解不等式, 进而得出不等式组的解集, 进而得出答案.

【详解】解: $\left(m+2-\frac{5}{m-2}\right) \times \frac{m^2-3m+2}{m+3}$

$$= \frac{(m+2)(m-2)-5}{m-2} \times \frac{(m-1)(m-2)}{m+3}$$

$$= \frac{(m-3)(m+3)}{m-2} \times \frac{(m-1)(m-2)}{m+3}$$

$$= (m-3)(m-1)$$

$$= m^2-4m+3,$$

当 $m=4$ 时,

$$\text{原式} = 4^2-4 \times 4+3$$

$$= 3;$$

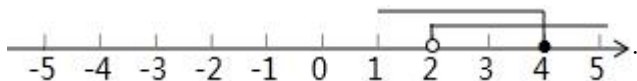
$$(2) \begin{cases} x+1 < 2x-1 \text{ ①} \\ \frac{2x-5}{3} \leq 1 \text{ ②} \end{cases},$$

解①得: $x > 2$,

解②得: $x \leq 4$,

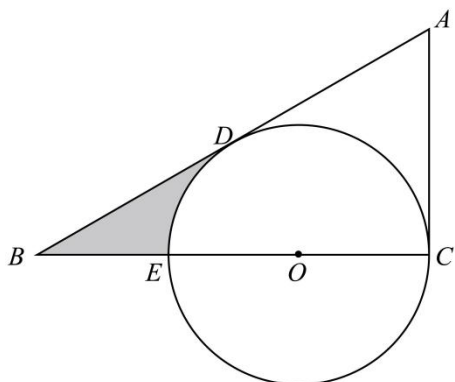
故不等式组的解集是: $2 < x \leq 4$,

解集在数轴上表示:



【点睛】此题主要考查了分式的化简求值以及解一元一次不等式组, 正确掌握相关运算法则是解题关键.

18. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=30^\circ$, 点 D 为边 AB 的中点, 点 O 在边 BC 上, 以点 O 为圆心的圆过顶点 C , 与边 AB 交于点 D .



- (1) 求证: 直线 AB 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $AC = \sqrt{3}$, 求图中阴影部分的面积.

【答案】(1) 见解析 (2) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}$

【解析】

【分析】(1) 连接 OD , CD , 根据含 30° 度角的直角三角形的性质得出 $AC = \frac{1}{2}AB$, 求出 $\angle A = 90^\circ - \angle B = 60^\circ$, 根据直角三角形的性质得出 $BD = AD = \frac{1}{2}AB$, 求出 $AD = AC$, 根据等边三角形的判定得出 $\triangle ADC$ 是等边三角形, 根据等边三角形的性质得出 $\angle ADC = \angle ACD = 60^\circ$, 求出 $\angle ODC = \angle DCO = 30^\circ$, 求出 $OD \perp AB$, 再根据切线的判定得出即可;

(2) 求出 $BD = AC = \sqrt{3}$, $BO = 2DO$, 根据勾股定理得出 $BO^2 = OD^2 + BD^2$, 求出 OD , 再分别求出 $\triangle BDO$ 和扇形 DOE 的面积即可.

【小问 1 详解】

证明: 连接 OD , CD ,

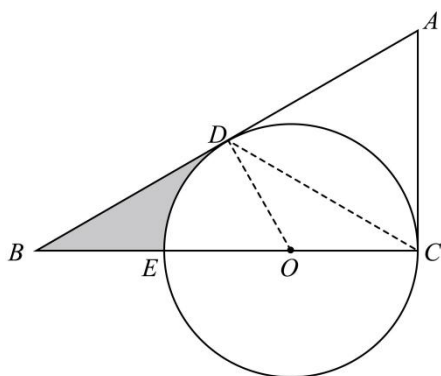


图1

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$,

$$\therefore AC = \frac{1}{2} AB, \quad \angle A = 90^\circ - \angle B = 60^\circ,$$

$\therefore D$ 为 AB 的中点,

$$\therefore BD = AD = \frac{1}{2} AB,$$

$$\therefore AD = AC,$$

$\therefore \triangle ADC$ 是等边三角形,

$$\therefore \angle ADC = \angle ACD = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle DCO = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ,$$

$$\therefore OD = OC,$$

$$\therefore \angle ODC = \angle DCO = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle ADO = \angle ADC + \angle ODC = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ,$$

即 $OD \perp AB$,

$\therefore OD$ 过圆心 O ,

$\therefore$ 直线 AB 是 $\odot O$ 的切线;

【小问 2 详解】

$$\text{解: 由 (1) 可知: } AC = AD = BD = \frac{1}{2} AB,$$

$$\text{又 } \therefore AC = \sqrt{3},$$

$$\therefore BD = AC = \sqrt{3},$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ, \quad \angle BDO = \angle ADO = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD = 60^\circ, \quad BO = 2DO,$$

由勾股定理得: $BO^2 = OD^2 + BD^2$,

$$\text{即 } (2OD)^2 = OD^2 + (\sqrt{3})^2,$$

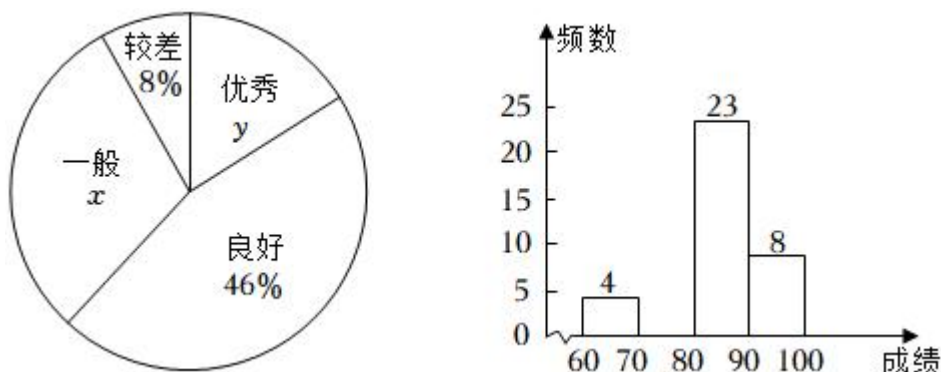
解得: $OD = 1$ (负数舍去),

$$\text{所以阴影部分的面积 } S = S_{\triangle BDO} - S_{\text{扇形 } DOE} = \frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{3} - \frac{60\pi \times 1^2}{360} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{6}.$$

【点睛】 本题考查了切线的判定, 直角三角形的性质, 圆周角定理, 扇形的面积计算等知识点, 能熟记直角三角形的性质、切线的判定和扇形的面积公式是解此题的关键.

19. 今年是共产主义青年团成立 100 周年, 某校组织学生观看庆祝大会实况并进行团史学习. 现随机抽取部分学生进行团史知识竞赛, 并将竞赛成绩 (满分 100 分) 进行整理 (成绩得分用 a 表示), 其中 $60 \leq a < 70$

记为“较差”， $70 \leq a < 80$ 记为“一般”， $80 \leq a < 90$ 记为“良好”， $90 \leq a \leq 100$ 记为“优秀”，绘制了不完整的扇形统计图和频数分布直方图.



请根据统计图提供的信息，回答如下问题：

- (1) $x = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $y = \underline{\hspace{2cm}}$ ，并将直方图补充完整；
- (2) 已知 $90 \leq a \leq 100$ 这组的具体成绩为 93, 94, 99, 91, 100, 94, 96, 98，则这 8 个数据的中位数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ，众数是 $\underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (3) 若该校共有 1200 人，估计该校学生对团史掌握程度达到优秀的人数；
- (4) 本次知识竞赛超过 95 分的学生中有 3 名女生，1 名男生，现从以上 4 人中随机抽取 2 人去参加全市的团史知识竞赛，请用列表或画树状图的方法，求恰好抽中 2 名女生参加知识竞赛的概率.

【答案】 (1) 30%，16%，图见解析

(2) 95、94 (3) 192 人

(4) $\frac{1}{2}$

【解析】

【分析】 (1) 先求出被调查的总人数，继而可求得 y 、 x 的值；

(2) 将数据重新排列，再根据中位数和众数的概念求解即可；

(3) 用总人数乘以样本中优秀人数所占百分比即可；

(4) 画树状图得出所有等可能结果，从中找到符合条件的结果数，再根据概率公式求解即可.

【小问 1 详解】

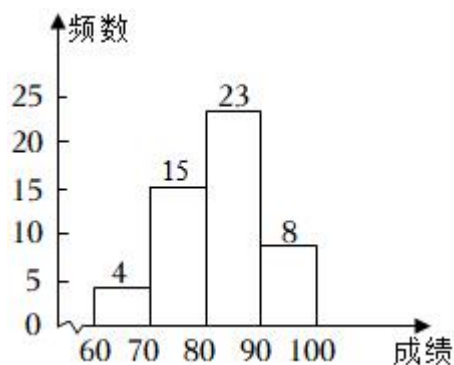
解：被调查的总人数为 $4 \div 8\% = 50$ (人)，

$\therefore$ 优秀对应的百分比 $y = \frac{8}{50} \times 100\% = 16\%$ ，

则一般对应的人数为 $50 - (4 + 23 + 8) = 15$ (人)，

$\therefore$ 其对应的百分比 $x = \frac{15}{50} \times 100\% = 30\%$ ，

补全图形如下：



故答案为: 30%, 16%.

【小问 2 详解】

解: 将这组数据重新排列为 91, 93, 94, 94, 96, 98, 99, 100,

所以其中位数为 $\frac{94+96}{2} = 95$, 出现次数最多的是 94, 故众数为 94,

故答案为: 95, 94;

【小问 3 详解】

解: 估计该校学生对团史掌握程度达到优秀的人数为 $1200 \times 16\% = 192$ (人);

答: 估计该校学生对团史掌握程度达到优秀的人数为 192 人 .

【小问 4 详解】

解: 画树状图为:

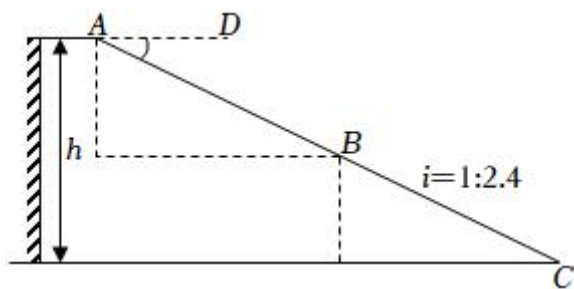


共有 12 种等可能情况, 其中被抽取的 2 人恰好是女生的有 6 种结果,

所以恰好抽中 2 名女生参加知识竞赛的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

【点睛】此题考查了用列表法或树状图法求概率、频数分布直方图、扇形统计图、众数、中位数、用样本估计总体等知识, 数形结合与用列表法或树状图法求概率是解题的关键.

20. 2022 年北京冬奥会的成功举办激发了人们对冰雪运动的热情. 如图是某滑雪场的横截面示意图, 雪道分为 AB , BC 两部分, 小明同学在 C 点测得雪道 BC 的坡度 $i=1:2.4$, 在 A 点测得 B 点的俯角 $\angle DAB=30^\circ$. 若雪道 AB 长为 270m, 雪道 BC 长为 260m.



(1) 求该滑雪场的高度 h ;

(2) 据了解, 该滑雪场要用两种不同的造雪设备来满足对于雪量和雪质的不同要求, 其中甲设备每小时造雪量比乙设备少 35m^3 , 且甲设备造雪 150m^3 所用的时间与乙设备造雪 500m^3 所用的时间相等. 求甲、乙两种设备每小时的造雪量.

【答案】(1) 235m

(2) 甲种设备每小时的造雪量是 15m^3 , 则乙种设备每小时的造雪量是 50m^3

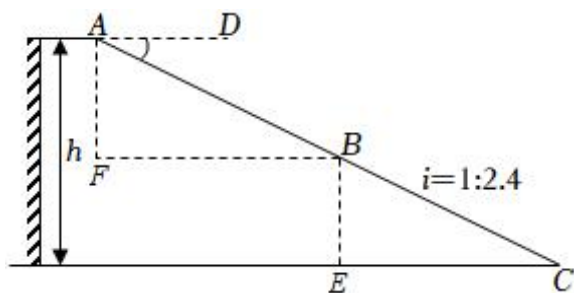
【解析】

【分析】(1) 过 B 作 $BF \parallel AD$, 过 D 作 $AF \perp AD$, 两直线交于 F , 过 B 作 BE 垂直地面交地面于 E , 根据题知 $\angle ABF = \angle DAB = 30^\circ$, 可得 $AF = \frac{1}{2} AB = 135(\text{m})$, 由 BC 的坡度 $i = 1: 2.4$, 设 $BE = tm$, 则 $CE = 2.4tm$, 可得 $t^2 + (2.4t)^2 = 260^2$, 即可得 $h = AF + BE = 235(\text{m})$;

(2) 设甲种设备每小时的造雪量是 $x\text{m}^3$, 可得: $\frac{150}{x} = \frac{500}{x+35}$, 即方程并检验可得甲种设备每小时的造雪量是 15m^3 , 则乙种设备每小时的造雪量是 50m^3 .

【小问 1 详解】

解: 过 B 作 $BF \parallel AD$, 过 A 作 $AF \perp AD$, 两直线交于 F , 过 B 作 BE 垂直地面交地面于 E , 如图:



根据题知 $\angle ABF = \angle DAB = 30^\circ$,

$$\therefore AF = \frac{1}{2} AB = 135(\text{m}),$$

$\therefore BC$ 的坡度 $i = 1: 2.4$,

$$\therefore BE: CE = 1: 2.4,$$

设 $BE = tm$, 则 $CE = 2.4tm$,

$$\therefore BE^2 + CE^2 = BC^2,$$

$$\therefore t^2 + (2.4t)^2 = 260^2,$$

解得 $t=100$ (m), (负值已舍去),

$$\therefore h=AF+BE=235 \text{ (m)},$$

答: 该滑雪场的高度 h 为 235m;

【小问 2 详解】

设甲种设备每小时的造雪量是 $x \text{ m}^3$, 则乙种设备每小时的造雪量是 $(x+35) \text{ m}^3$,

根据题意得: $\frac{150}{x} = \frac{500}{x+35},$

解得 $x=15$,

经检验, $x=15$ 是原方程的解, 也符合题意,

$$\therefore x+35=50,$$

答: 甲种设备每小时的造雪量是 15 m^3 , 则乙种设备每小时的造雪量是 50 m^3 .

【点睛】本题考查解直角三角形和分式方程的应用, 解题的关键是构造直角三角形和列出分式方程.

21. 如图 1, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $AC=BC=4$, $\angle C=90^\circ$, M, N 分别是边 AC, BC 上的点, 以 CM, CN 为邻边作矩形 $PMCN$, 交 AB 于 E, F . 设 $CM=a$, $CN=b$, 若 $ab=8$.

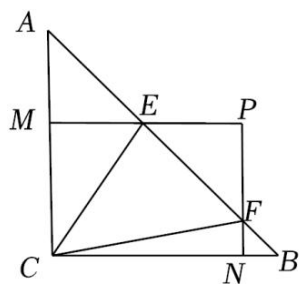
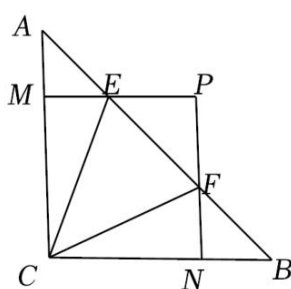
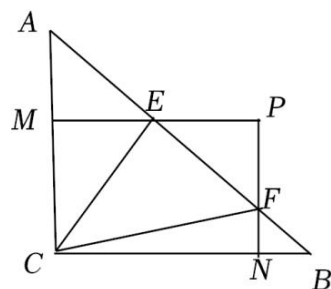


图1



备用图



备用图

- (1) 判断由线段 AE, EF, BF 组成的三角形的形状, 并说明理由;
- (2) ①当 $a=b$ 时, 求 $\angle ECF$ 的度数;
- ②当 $a \neq b$ 时, ①中的结论是否成立? 并说明理由.

【答案】(1) 直角三角形, 理由见解析

(2) ① 45° ; ② 成立, 理由见解析

【解析】

【分析】(1) 分别表示出 AE, BF 及 EF , 计算出 AE^2+BF^2 及 EF^2 , 从而得出结论;

(2) ①连接 PC , 可推出 $PC \perp AB$, 可推出 $AE=PE=PF=BF$, 从而得出 $ME=EG=GF=NF$, 进而得出 CE 平分 $\angle PCF$, CF 平分 $\angle BCP$, 从而得出结果;

②将 $\triangle BCF$ 逆时针旋转 90° 至 $\triangle ACD$, 连接 DE , 可推出 $DE=EF$, 进而推出 $\triangle DCF \cong \triangle FCE$, 进一步得出结

果.

【小问 1 详解】

解: 线段 AE , EF , BF 组成的是直角三角形, 理由如下:

$$\because AM=AC-CM=4-a, \quad BN=4-b,$$

$$\therefore AE=\sqrt{2} AM=\sqrt{2} (4-a), \quad BE=\sqrt{2} (4-b),$$

$$\therefore AE^2+BF^2=2 (4-a)^2+2 (4-b)^2=2 (a^2+b^2-8a-8b+32),$$

$$\sqrt{2} AC=4\sqrt{2},$$

$$\therefore EF=AB-AE-BF=\sqrt{2} [4-(4-a)-(4-b)],$$

$$\because ab=8,$$

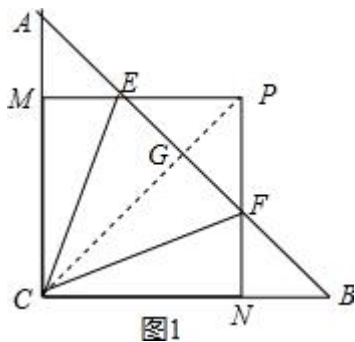
$$EF^2=2 (a+b-4)^2=2 (a^2+b^2-8a-8b+16+2ab)=2 (a^2+b^2-8a-8b+32),$$

$$\therefore AE^2+BF^2=EF^2,$$

$\therefore$ 线段 AE , EF , BF 组成的是直角三角形;

【小问 2 详解】

解: ①如图 1,



连接 PC 交 EF 于 G ,

$$\because a=b,$$

$$\therefore ME=AM=BN=NF,$$

$\therefore$ 四边形 $CNPM$ 是矩形,

$\therefore$ 矩形 $CNPM$ 是正方形,

$\therefore PC$ 平分 $\angle ACB$,

$\therefore CG \perp AB$,

$\therefore \angle PEG=90^\circ$,

$$\because CM=CN=PM=PN,$$

$$\therefore PE=PF,$$

$\therefore \triangle AEM, \triangle BNF, \triangle PEF$ 是等腰直角三角形,

$$EF^2=AE^2+BF^2, \quad EF^2=PE^2+PF^2,$$

$$\therefore PE=AE=PF=BF,$$

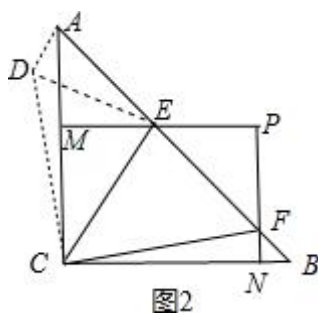
$$\therefore ME=EG=FG=FN,$$

$$\therefore \angle MCE = \angle GCE, \quad \angle NCF = \angle GCF,$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ECG + \angle FCG = \frac{1}{2} \angle ACB = 45^\circ;$$

②如图 2,



仍然成立，理由如下：

将 $\triangle BCF$ 逆时针旋转 90° 至 $\triangle ACD$, 连接 DE ,

$$\therefore \angle DAC = \angle B = 45^\circ, AD = BF,$$

$$\therefore \angle DAE = \angle DAC + \angle CAB = 90^\circ,$$

$$\therefore DE^2 = AD^2 + AE^2 = BF^2 + AE^2,$$

$$\therefore EF^2 = BF^2 + AE^2,$$

$$\therefore DE=EF,$$

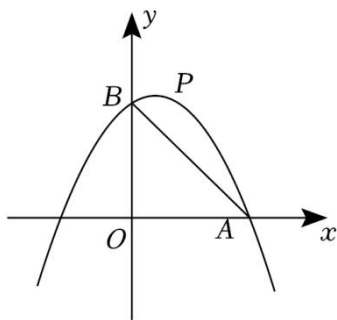
$$\therefore CD=CF, \quad CE=CE,$$

$$\therefore \triangle DCF \cong \triangle FCE \text{ (SSS)},$$

$$\therefore \angle ECF = \angle DCF = \frac{1}{2} \angle DCF = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ.$$

【点睛】本题考查了等腰直角三角形性质，正方形判定和性质，勾股定理的逆定理，全等三角形的判定和性质，旋转的性质等知识，解决问题的关键是作辅助线，构造全等三角形.

22. 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线 $y = -x^2 + 2mx + 3m$, 点 $A(3, 0)$.



- (1) 当抛物线过点 A 时, 求抛物线的解析式;
- (2) 证明: 无论 m 为何值, 抛物线必过定点 D , 并求出点 D 的坐标;
- (3) 在 (1) 的条件下, 抛物线与 y 轴交于点 B , 点 P 是抛物线上位于第一象限的点, 连接 AB , PD 交于点 M , PD 与 y 轴交于点 N . 设 $S = S_{\triangle PAM} - S_{\triangle BMN}$, 问是否存在这样的点 P , 使得 S 有最大值? 若存在, 请求出点 P 的坐标, 并求出 S 的最大值; 若不存在, 请说明理由.

【答案】(1) $y = -x^2 + 2x + 3$;

(2) 证明见解析, $D\left(-\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}\right)$;

(3) 存在, 点 P 的坐标是 $(1, 4)$, $S_{\text{最大}} = \frac{9}{4}$. 过程见解析

【解析】

【分析】(1) 把 $x=3$, $y=0$ 代入 $y = -x^2 + 2mx + 3m$, 从而求得 m , 进而求得抛物线的解析式;

(2) 将抛物线的解析式变形为: $y = -x^2 + m(2x+3)$, 进而根据 $2x+3=0$, 求得 x 的值, 进而求得结果;

(3) 将 S 变形为: $S = (S_{\triangle PAM} + S_{\text{四边形} AONM}) - (S_{\text{四边形} AONM} + S_{\triangle BMN}) = S_{\text{四边形} AONP} - S_{\triangle AOB}$, 设 $P(m, -m^2 + 2m + 3)$, 设 PD 的解析式为: $y = kx + b$, 将点 P 和点 D 坐标代入, 从而求得 PD 的解析式, 进而求得点 N 的坐标, 进而求得 S 关于 m 的解析式, 进一步求得结果.

【小问 1 详解】

解: 把 $x=3$, $y=0$ 代入 $y = -x^2 + 2mx + 3m$ 得,

$$-9 + 6m + 3m = 0,$$

$$\therefore m = 1,$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 3;$$

【小问 2 详解】

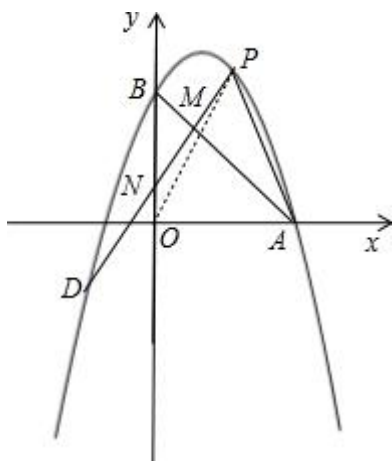
证明: $\because y = -x^2 + m(2x+3)$,

$$\therefore \text{当 } 2x+3=0 \text{ 时, 即 } x = -\frac{3}{2} \text{ 时, } y = -\frac{9}{4},$$

$$\therefore \text{无论 } m \text{ 为何值, 抛物线必过定点 } D, \text{ 点 } D \text{ 的坐标是 } \left(-\frac{3}{2}, -\frac{9}{4}\right);$$

【小问 3 详解】

如图,



连接 OP ,

设点 $P(m, -m^2+2m+3)$,

设 PD 的解析式为: $y=kx+b$,

$$\therefore \begin{cases} -\frac{3}{2}k+b=-\frac{9}{4} \\ km+b=-m^2+2m+3 \end{cases},$$

$$\therefore \begin{cases} k=-\frac{1}{2}(2m-7) \\ b=-\frac{3}{2}m+3 \end{cases},$$

$\therefore PD$ 的解析式为: $y=-\frac{1}{2}(2m-7)x-\frac{3}{2}m+3$,

当 $x=0$ 时, $y=-\frac{3}{2}m+3$,

$\therefore$ 点 N 的坐标是 $(0, -\frac{3}{2}m+3)$,

$\therefore ON=-\frac{3}{2}m+3$,

$\therefore S=S_{\triangle PAM}-S_{\triangle BMN}$,

$\therefore S=(S_{\triangle PAM}+S_{\text{四边形} AONM})-(S_{\text{四边形} AONM}+S_{\triangle BMN})=S_{\text{四边形} AONP}-S_{\triangle AOB}$,

$\therefore S_{\text{四边形} AONP}=S_{\triangle AOP}+S_{\triangle PON}=\frac{1}{2}OA \cdot y_P+\frac{1}{2}ON \cdot x_P$

$$=\frac{1}{2} \times 3 \cdot (-m^2+2m+3)+\frac{1}{2}m \cdot \left(-\frac{3}{2}m+3\right)=-\frac{9}{4}m^2+\frac{9}{2}m+\frac{9}{2},$$

当 $x=0$ 时, $y=-x^2+2x+3=3$,

$\therefore$ 点 B 的坐标是 $(0, 3)$, $OB=3$,

$$S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2},$$

$$\therefore S = S_{\text{四边形}AONP} - S_{\triangle AOB} = -\frac{9}{4}m^2 + \frac{9}{2}m + \frac{9}{2} - \frac{9}{2} = -\frac{9}{4}m^2 + \frac{9}{2}m = -\frac{9}{4}(m-1)^2 + \frac{9}{4},$$

$$\therefore \text{当 } m=1 \text{ 时, } S_{\text{最大}} = \frac{9}{4},$$

$$\text{当 } m=1 \text{ 时, } -m^2 + 2m + 3 = -1^2 + 2 \times 1 + 3 = 4,$$

$\therefore$ 点 P 的坐标是 $(1, 4)$.

【点睛】 本题考查了一次函数的图象和性质、二次函数的图象和性质、待定系数法求函数解析式、二次函数求最值、三角形的面积等知识，解决问题的关键是数形结合和变形 S ，转化为常见的面积计算.

