

宜宾市 2022 年初中学业水平考试暨高中阶段学校招生考试

数学

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分.

1. 4 的平方根是 ()

A. ± 2

B. 2

C. -2

D. 16

【答案】A

【解析】

【详解】【分析】根据平方根的定义，求数 a 的平方根，也就是求一个数 x ，使得 $x^2=a$ ，则 x 就是 a 的一个平方根.

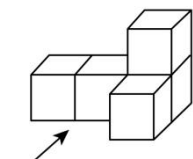
【详解】 $\because (\pm 2)^2=4$,

$\therefore 4$ 的平方根是 ± 2 ,

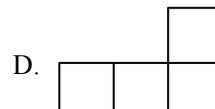
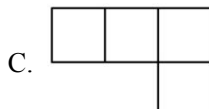
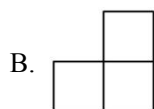
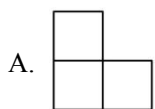
故选 A.

【点睛】本题主要考查平方根的定义，熟练掌握平方根的定义是解题的关键.

2. 如图是由 5 个相同的正方体搭成的几何体，从正面看，所看到的图形是 ()



从正面看

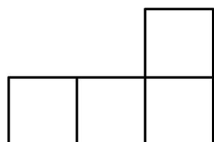


【答案】D

【解析】

【分析】根据所给几何体判断即可.

【详解】解：从正面看，所看到的图形是：



故选：D.

【点睛】考查几何体的三视图的知识，从正面看到的图形是主视图，从左面看到的图形是左视图，从上面

看到的图形是俯视图．掌握以上知识是解题的关键．

3. 下列计算不正确的是（ ）

A. $a^3 + a^3 = 2a^6$ B. $(-a^3)^2 = a^6$ C. $a^3 \div a^2 = a$ D. $a^2 \cdot a^3 = a^5$

【答案】A

【解析】

【分析】根据合并同类项法则判定 A；根据幂的乘方法则计算并判定 B；根据同底数幂相除法则计算并判定 C；根据同底数幂相乘运算法则计算并判定 D.

【详解】解：A、 $a^3 + a^3 = 2a^3$ ，故此选项符合题意；

B、 $(-a^3)^2 = a^6$ ，故此选项不符合题意；

C、 $a^3 \div a^2 = a$ ，故此选项不符合题意；

D、 $a^2 \cdot a^3 = a^5$ ，故此选项不符合题意；

故选：A.

【点睛】本题考查合并同类项，幂的乘方，同底数幂相除法，同底数幂相除法，熟练掌握合并同类项、幂的乘方、同底数幂相除法、同底数幂相除法运算是解题的关键．

4. 某校在中国共产主义青年团成立 100 周年之际，举行了歌咏比赛，七位评委对某个选手的打分分别为：

91，88，95，93，97，95，94．这组数据的众数和中位数分别是（ ）

A. 94，94 B. 95，95 C. 94，95 D. 95，94

【答案】D

【解析】

【分析】将这组数据从小到大重新排列，再根据中位数的定义以及众数的定义求解即可．

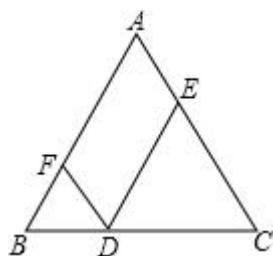
【详解】将这组数据从小到大重新排列为 88，91，93，94，95，95，97，

∴这组数据的中位数为 94，95 出现了 2 次，次数最多，故众数为 95

故选：D.

【点睛】本题主要考查中位数和众数，将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数．如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数的平均数就是这组数据的中位数．众数：在一组数据中出现次数最多的数．

5. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, D 是 BC 上的点, $DE \parallel AB$ 交 AC 于点 E , $DF \parallel AC$ 交 AB 于点 F , 那么四边形 $AFDE$ 的周长是（ ）



A. 5

B. 10

C. 15

D. 20

【答案】B

【解析】

【分析】由于 $DE \parallel AB$, $DF \parallel AC$, 则可以推出四边形 $AFDE$ 是平行四边形, 然后利用平行四边形的性质可以证明 $\square AFDE$ 的周长等于 $AB + AC$.

【详解】 $\because DE \parallel AB, DF \parallel AC$,

则四边形 $AFDE$ 是平行四边形,

$$\angle B = \angle EDC, \angle FDB = \angle C$$

$$\because AB = AC,$$

$$\therefore \angle B = \angle C,$$

$$\therefore \angle B = \angle FDB, \angle C = \angle EDF,$$

$$\therefore BF = FD, DE = EC,$$

所以 $\square AFDE$ 的周长等于 $AB + AC = 10$.

故答案为 B

【点睛】本题考查了平行四边形的性质、等腰三角形的性质、平行四边形的判定, 熟练掌握这些知识点是本题解题的关键.

6. 2020 年 12 月 17 日, 我国嫦娥五号返回器携带着月球样本玄武岩成功着陆地球. 2021 年 10 月 19 日, 中国科学院发布了一项研究成果: 中国科学家测定, 嫦娥五号带回的玄武岩形成的年龄为 20.30 ± 0.04 亿年. 用科学记数法表示此玄武岩形成的年龄最小的为 () (单位: 年)

A. 2.034×10^8

B. 2.034×10^9

C. 2.026×10^8

D. 2.026×10^9

【答案】D

【解析】

【分析】科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 看小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 小数点向左移动时, n 是正整数; 小数点向右移动时, n 是负整数.

【详解】解: 20.30 亿 $- 0.04$ 亿 $= 20.26$ 亿 $= 2026000000 = 2.026 \times 10^9$,

故选：D.

【点睛】本题主要考查科学记数法. 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq |a| < 10$ ， n 为整数. 解题关键是正确确定 a 的值以及 n 的值.

7. 某家具厂要在开学前赶制 540 套桌凳，为了尽快完成任务，厂领导合理调配，加强第一线人力，使每天完成的桌凳比原计划多 2 套，结果提前 3 天完成任务. 问原计划每天完成多少套桌凳？设原计划每天完成 x 套桌凳，则所列方程正确的是 ()

A. $\frac{540}{x-2} - \frac{540}{x} = 3$ B. $\frac{540}{x+2} - \frac{540}{x} = 3$ C. $\frac{540}{x} - \frac{540}{x+2} = 3$ D. $\frac{540}{x} - \frac{540}{x-2} = 3$

【答案】C

【解析】

【分析】设原计划每天完成 x 套桌凳，根据“提前 3 天完成任务”列出分式方程即可.

【详解】解：设原计划每天完成 x 套桌凳，根据题意得，

$$\frac{540}{x} - \frac{540}{x+2} = 3.$$

故选：C.

【点睛】本题考查了列分式方程，理解题意是解题的关键.

8. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，则 a 的取值范围是 ()

A. $a \neq 0$ B. $a > -1$ 且 $a \neq 0$ C. $a \geq -1$ 且 $a \neq 0$ D. $a > -1$

【答案】B

【解析】

【分析】根据一元二次方程的定义和根的判别式得出 $a \neq 0$ ， $\Delta = 2^2 - 4a \times (-1) = 4 + 4a > 0$ ，再求出即可.

【详解】解：∵ 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + 2x - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根，

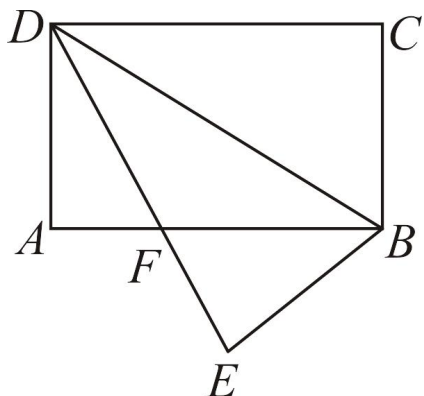
$$\therefore a \neq 0, \Delta = 2^2 - 4a \times (-1) = 4 + 4a > 0,$$

解得： $a > -1$ 且 $a \neq 0$,

故选：B.

【点睛】本题考查了根的判别式，能熟记根的判别式的内容是解此题的关键，注意：一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ (a 、 b 、 c 为常数， $a \neq 0$)，当 $b^2 - 4ac > 0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当 $b^2 - 4ac = 0$ 时，方程有两个相等的实数根；当 $b^2 - 4ac < 0$ 时，方程没有实数根.

9. 如图，在矩形纸片 $ABCD$ 中， $AB = 5$ ， $BC = 3$ ，将 $\triangle BCD$ 沿 BD 折叠到 $\triangle BED$ 位置， DE 交 AB 于点 F ，则 $\cos \angle ADF$ 的值为 ()



A. $\frac{8}{17}$

B. $\frac{7}{15}$

C. $\frac{15}{17}$

D. $\frac{8}{15}$

【答案】C

【解析】

【分析】先根据矩形的性质和折叠的性质，利用“AAS”证明 $\triangle AFD \cong \triangle EFB$ ，得出 $AF = EF$ ， $DF = BF$ ，设 $AF = EF = x$ ，则 $BF = 5 - x$ ，根据勾股定理列出关于 x 的方程，解方程得出 x 的值，最后根据余弦函数的定义求出结果即可。

【详解】解：∵ 四边形 $ABCD$ 为矩形，

$$\therefore CD = AB = 5, AB = BC = 3, \angle A = \angle C = 90^\circ,$$

根据折叠可知， $BE = BC = 3$ ， $DE = DC = 5$ ， $\angle E = \angle C = 90^\circ$ ，

$$\therefore \text{在 } \triangle AFD \text{ 和 } \triangle EFB \text{ 中 } \begin{cases} \angle A = \angle E = 90^\circ \\ \angle AFD = \angle EFB \\ AD = BE = 3 \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AFD \cong \triangle EFB \text{ (AAS)},$$

$$\therefore AF = EF, DF = BF,$$

设 $AF = EF = x$ ，则 $BF = 5 - x$ ，

在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中， $BF^2 = EF^2 + BE^2$ ，

$$\text{即 } (5 - x)^2 = x^2 + 3^2,$$

$$\text{解得：} x = \frac{8}{5}, \text{ 则 } DF = BF = 5 - \frac{8}{5} = \frac{17}{5},$$

$$\therefore \cos \angle ADF = \frac{AD}{DF} = \frac{3}{\frac{17}{5}} = \frac{15}{17}, \text{ 故 C 正确.}$$

故选：C.

【点睛】本题主要考查了矩形的折叠问题，三角形全等的判定和性质，勾股定理，三角函数的定义，根据

题意证明 $\triangle AFD \cong \triangle EFB$ ，是解题的关键.

10. 已知 m 、 n 是一元二次方程 $x^2 + 2x - 5 = 0$ 的两个根，则 $m^2 + mn + 2m$ 的值为 ()

A. 0

B. -10

C. 3

D. 10

【答案】A

【解析】

【分析】根据一元二次方程根与系数关系得出 $mn = -5$ ，把 $x = m$ 代入方程得 $m^2 + 2m - 5 = 0$ ，即 $m^2 + 2m = 5$ ，代入即可求解.

【详解】解： $\because m$ 、 n 是一元二次方程 $x^2 + 2x - 5 = 0$ 的两个根，

$$\therefore mn = -5, m^2 + 2m - 5 = 0,$$

$$\therefore m^2 + 2m = 5,$$

$$\therefore m^2 + mn + 2m = 5 - 5 = 0,$$

故选：A.

【点睛】本题考查代数式求值，一元二次方程根与系数关系，方程解的意义，根据一元二次方程根与系数关系和方程解的意义得出 $mn = -5$ ， $m^2 + 2m = 5$ 是解题的关键.

11. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 、 $B(4, 0)$ ，若以 AB 为直径的圆与在 x 轴下方的抛物线有交点，则 a 的取值范围是 ()

A. $a \geq \frac{1}{3}$

B. $a > \frac{1}{3}$

C. $0 < a < \frac{1}{3}$

D. $0 < a \leq \frac{1}{3}$

【答案】A

【解析】

【分析】根据题意，设抛物线的解析式为 $y = a(x+2)(x-4)$ ，进而求得顶点的坐标，结合图形可知当顶点纵坐标小于或等于 -3 满足题意，即可求解.

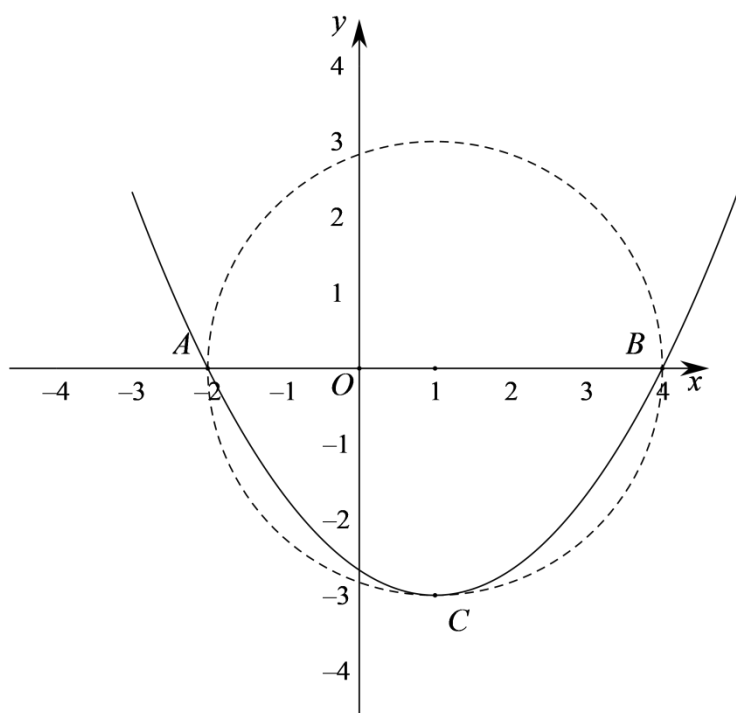
【详解】解： $\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与 x 轴交于点 $A(-2, 0)$ 、 $B(4, 0)$ ，

设抛物线的解析式为 $y = a(x+2)(x-4)$

$$\therefore y = ax^2 - 2ax - 8a = a(x-1)^2 - 9a$$

顶点坐标为 $(1, -9a)$ ，

$\because AB = 6$ ，以 AB 为直径的圆与在 x 轴下方的抛物线有交点，则圆的半径为 3，如图，



$$\therefore -9a \leq -3$$

$$\text{解得 } a \geq \frac{1}{3}$$

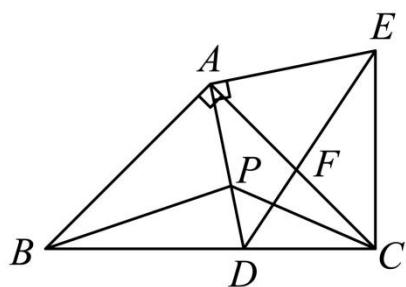
故选：A

【点睛】本题考查了圆的性质，二次函数图象的性质，求得抛物线的顶点纵坐标的范围是解题的关键。

12. 如图， $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等腰直角三角形， $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ ，点 D 是 BC 边上的动点（不与点 B 、 C 重合）， DE 与 AC 交于点 F ，连结 CE 。下列结论：① $BD = CE$ ；② $\angle DAC = \angle CED$ ；③若 $BD = 2CD$ ，

则 $\frac{CF}{AF} = \frac{4}{5}$ ；④在 $\triangle ABC$ 内存在唯一一点 P ，使得 $PA + PB + PC$ 的值最小，若点 D 在 AP 的延长线上，

且 AP 的长为 2，则 $CE = 2 + \sqrt{3}$ 。其中含所有正确结论的选项是（ ）



A. ①②④

B. ①②③

C. ①③④

D. ①②③④

【答案】B

【解析】

【分析】证明 $\triangle BAD \cong \triangle CAE$ ，即可判断①，根据①可得 $\angle ADB = \angle AEC$ ，由 $\angle ADC + \angle AEC = 180^\circ$ 可

得 A, D, C, E 四点共圆，进而可得 $\angle DAC = \angle DEC$ ，即可判断②，过点 A 作 $AG \perp BC$ 于 G ，交 ED 的延长线于点 H ，证明 $\triangle FAH \sim \triangle FCE$ ，根据相似三角形的性质可得 $\frac{CF}{AF} = \frac{4}{5}$ ，即可判断③，将 $\triangle APC$ 绕 A 点逆时针旋转 60° ，得到 $\triangle AB'P'$ ，则 $\triangle APP'$ 是等边三角形，根据当 B', P', P, C 共线时， $PA + PB + PC$ 取得最小值，可得四边形 $ADCE$ 是正方形，勾股定理求得 DP ，根据 $CE = AD = AP + PD$ 即可判断④。

【详解】解：∵ $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 都是等腰直角三角形， $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$ ，

$$\therefore AB = AC, AD = AE, \angle BAD = \angle CAE$$

$$\therefore \triangle BAD \cong \triangle CAE$$

$$\therefore BD = CE$$

故①正确；

$$\because \triangle BAD \cong \triangle CAE$$

$$\therefore \angle ADB = \angle AEC$$

$$\therefore \angle ADC + \angle AEC = 180^\circ$$

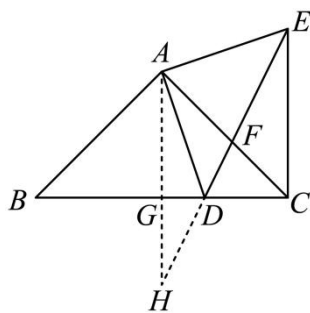
$$\therefore A, D, C, E \text{ 四点共圆,}$$

$$\because CD = CD$$

$$\therefore \angle DAC = \angle DEC$$

故②正确；

如图，过点 A 作 $AG \perp BC$ 于 G ，交 ED 的延长线于点 H ，



$$\because \triangle BAD \cong \triangle CAE,$$

$$\therefore \angle ACE = \angle ABD = 45^\circ, \angle ACB = 45^\circ$$

$$\therefore \angle DCE = 90^\circ$$

$$\therefore FC \parallel AH$$

$$\because BD = 2CD, \quad BD = CE$$

$$\therefore PC = P'B' = PB,$$

$$\because \angle APP' = \angle DPC = 60^\circ,$$

$$\therefore DP \text{ 平分 } \angle BPC,$$

$$\therefore PD \perp BC,$$

$$\because A, D, C, E \text{ 四点共圆},$$

$$\therefore \angle AEC = \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\text{又 } AD = DC = BD, \triangle BAD \cong \triangle CAE,$$

$$\therefore AE = EC = AD = DC,$$

则四边形 $ADCE$ 是菱形,

$$\text{又 } \angle ADC = 90^\circ,$$

$$\therefore \text{四边形 } ADCE \text{ 是正方形},$$

$$\because \angle B'AC = \angle B'AP' + \angle PAC + \angle P'AP = 90^\circ + 60^\circ = 150^\circ,$$

$$\text{则 } B'A = BA = AC, \angle B' = \angle ACB' = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle B'AC) = 15^\circ,$$

$$\because \angle PCD = 30^\circ,$$

$$\therefore DC = \sqrt{3}PD,$$

$$\because DC = AD,$$

$$AP = 2,$$

$$\text{则 } AP = AD - DP = (\sqrt{3} - 1)DP = 2,$$

$$\therefore DP = \frac{2}{\sqrt{3} - 1} = \sqrt{3} + 1,$$

$$\because AP = 2,$$

$$\therefore CE = AD = AP + PD = \sqrt{3} + 3,$$

故④不正确,

故选 B.

【点睛】 本题考查了旋转的性质，费马点，圆内接四边形的性质，相似三角形的性质与判定，全等三角形的性质与判定，勾股定理，解直角三角形，正方形的性质与判定，掌握以上知识是解题的关键.

二、填空题：本大题共 6 个小题，每小题 4 分，共 24 分.

13. 分解因式： $x^3 - 4x = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】 $x(x+2)(x-2)$.

【解析】

【详解】解： $x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x+2)(x-2)$.

故答案为 $x(x+2)(x-2)$.

14. 不等式组 $\begin{cases} 3-2x \geq 5, \\ \frac{x+2}{2} > -1 \end{cases}$ 的解集为_____.

【答案】 $-4 < x \leq -1$

【解析】

【分析】先分别求出不等式组中每一个不等式的解集，再根据确定不等式组解集原则“大大取较大，小小取较小，大小小大，中间找，大大小小无处找”确定出不等式组的公共解集即可.

【详解】解： $\begin{cases} 3-2x \geq 5 \text{①} \\ \frac{x+2}{2} > -1 \text{②} \end{cases}$,

解①得： $x \leq -1$,

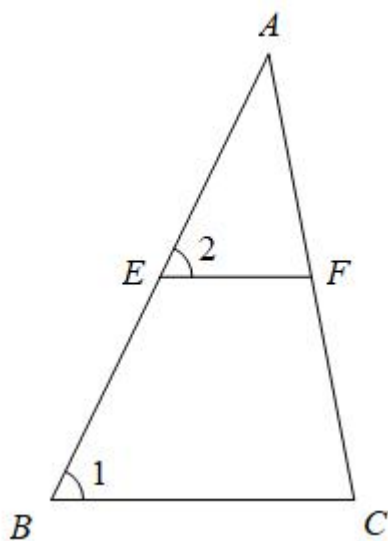
解②得： $x > -4$,

$\therefore -4 < x \leq -1$.

故答案为： $-4 < x \leq -1$.

【点睛】本题考查解不等式组，掌握确定不等式组解集原则“大大取较大，小小取较小，大小小大，中间找，大大小小无处找”是解题的关键.

15. 如图， $\triangle ABC$ 中，点 E 、 F 分别在边 AB 、 AC 上， $\angle 1 = \angle 2$. 若 $BC = 4$ ， $AF = 2$ ， $CF = 3$ ，则 $EF =$ _____.



【答案】 $\frac{8}{5}$

【解析】

【分析】易证 $\triangle AEF \sim \triangle ABC$ ，得 $\frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AC}$ 即 $\frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AF + CF}$ 即可求解.

【详解】解： $\because \angle 1 = \angle 2, \angle A = \angle A,$

$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABC,$

$$\therefore \frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AC}, \text{ 即 } \frac{EF}{BC} = \frac{AF}{AF + CF}$$

$$\because BC = 4, AF = 2, CF = 3,$$

$$\therefore \frac{EF}{4} = \frac{2}{2 + 3},$$

$$\therefore EF = \frac{8}{5},$$

故答案为： $\frac{8}{5}$.

【点睛】本题考查相似三角形的判定与性质，熟练掌握相似三角形的判定与性质定理是解题的关键.

16. 《数学九章》是中国南宋时期杰出数学家秦九韶的著作，书中提出了已知三角形三边 a 、 b 、 c 求面积的公式，其求法是：“以小斜幂并大斜幂减中斜幂，余半之，自乘于上，以小斜幂乘大斜幂减上，余四约之，

为实. 一为从隅，开平方得积.”若把以上这段文字写成公式，即为 $S = \sqrt{\frac{1}{4} \left[c^2 a^2 - \left(\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2} \right)^2 \right]}$. 现

有周长为18的三角形的三边满足 $a:b:c=4:3:2$ ，则用以上给出的公式求得这个三角形的面积为_____.

【答案】 $3\sqrt{15}$

【解析】

【分析】根据周长为18的三角形的三边满足 $a:b:c=4:3:2$ ，求得 $a=8, b=6, c=4$ ，代入公式即可求解.

【详解】解： $\because$ 周长为18的三角形的三边满足 $a:b:c=4:3:2$ ，设 $a=4k, b=3k, c=2k$

$$\therefore 4k + 3k + 2k = 18$$

解得 $k=2$

$$\therefore a=8, b=6, c=4$$

$$\therefore S = \sqrt{\frac{1}{4} \left[c^2 a^2 - \left(\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2} \right)^2 \right]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4} \left[4^2 \times 8^2 - \left(\frac{4^2 + 8^2 - 6^2}{2} \right)^2 \right]}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4} (1024 - 484)}$$

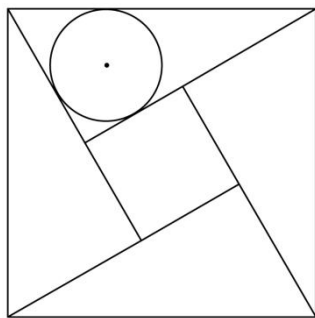
$$= \sqrt{135}$$

$$= 3\sqrt{15}$$

故答案为： $3\sqrt{15}$

【点睛】 本题考查了化简二次根式，正确的计算是解题的关键.

17. 我国古代数学家赵爽的“弦图”是由四个全等的直角三角形和一个小正方形拼成的大正方形(如图所示). 若直角三角形的内切圆半径为 3, 小正方形的面积为 49, 则大正方形的面积为_____.



【答案】 289

【解析】

【分析】 设直角三角形的三边分别为 a, b, c , 较长的直角边为 a , 较短的直角边为 b , c 为斜边, 由切线长定理可得, 直角三角形的内切圆的半径等于 $\frac{a+b-c}{2}$, 即 $a+b-c=6$, 根据小正方形的面积为 49, 可得 $(a-b)^2=49$, 进而计算 c^2 即 a^2+b^2 即可求解.

【详解】 解: 设四个全等的直角三角形的三边分别为 a, b, c , 较长的直角边为 a , 较短的直角边为 b , c 为斜边,

∵ 直角三角形的内切圆半径为 3, 小正方形的面积为 49,

$$\therefore \frac{a+b-c}{2} = 3, (a-b)^2 = 49,$$

$$\therefore a+b-c=6 \text{ ①}, \quad a-b=7 \text{ ②},$$

$$\therefore a = \frac{13+c}{2}, b = \frac{c-1}{2},$$

$$\therefore a^2 + b^2 = c^2 \text{ ③},$$

$$\therefore \left(\frac{13+c}{2}\right)^2 + \left(\frac{c-1}{2}\right)^2 = c^2,$$

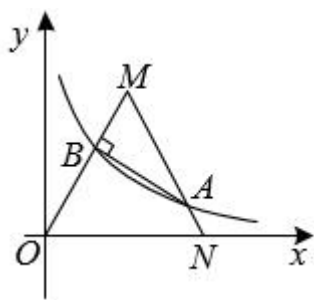
解得 $c=17$ 或 $c=-5$ (舍去),

大正方形的面积为 $c^2 = 17^2 = 289$,

故答案为: 289.

【点睛】本题考查了切线长定理, 勾股定理, 解一元二次方程, 二元一次方程组, 掌握直角三角形的内切圆的半径等于 $\frac{a+b-c}{2}$ 是解题的关键.

18. 如图, $\triangle OMN$ 是边长为 10 的等边三角形, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象与边 MN 、 OM 分别交于点 A 、 B (点 B 不与点 M 重合). 若 $AB \perp OM$ 于点 B , 则 k 的值为_____.

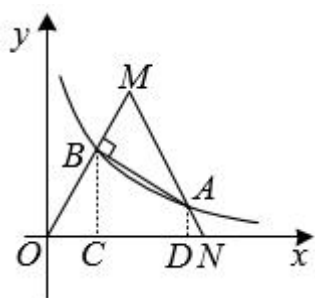


【答案】 $9\sqrt{3}$

【解析】

【分析】过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 C , 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D , 设 $OC=x$, 利用含 30° 度角的直角三角形的性质以及勾股定理求得点 $B(x, \sqrt{3}x)$, 点 $A(15-2x, 2\sqrt{3}x-5\sqrt{3})$, 再利用反比例函数的性质列方程, 解方程即可求解.

【详解】解: 过点 B 作 $BC \perp x$ 轴于点 C , 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴于点 D , 如图:



$\because \triangle OMN$ 是边长为 10 的等边三角形,

$\therefore OM=MN=ON=10, \angle MON=\angle MNO=\angle M=60^\circ,$

$\therefore \angle OBC=\angle MAB=\angle NAD=30^\circ,$

设 $OC=x$, 则 $OB=2x, BC=\sqrt{3}x, MB=10-2x, MA=2MB=20-4x,$

$\therefore NA=10-MA=4x-10, DN=\frac{1}{2}NA=2x-5, AD=\sqrt{3}DN=\sqrt{3}(2x-5)=2\sqrt{3}x-5\sqrt{3},$

$\therefore OD=ON-DN=15-2x,$

$\therefore$ 点 $B(x, \sqrt{3}x)$, 点 $A(15-2x, 2\sqrt{3}x-5\sqrt{3})$,

$\therefore$ 反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$ 的图象与边 MN 、 OM 分别交于点 A 、 B ,

$\therefore x \cdot \sqrt{3}x=(15-2x)(2\sqrt{3}x-5\sqrt{3}),$

解得 $x=5$ (舍去)或 $x=3$,

$\therefore$ 点 $B(3, 3\sqrt{3})$,

$\therefore k=9\sqrt{3}.$

故答案为: $9\sqrt{3}.$

【点睛】本题是反比例函数的综合题,考查了等边三角形的性质,含 30° 度角的直角三角形的性质以及勾股定理,解题的关键是学会利用参数构建方程解决问题.

三、解答题: 本大题共 7 个小题, 共 78 分.

19. 计算:

$$(1) \sqrt{12}-4\sin 30^\circ+\left|\sqrt{3}-2\right|;$$

$$(2) \left(1-\frac{1}{a+1}\right) \div \frac{a}{a^2-1}.$$

【答案】(1) $\sqrt{3}$

(2) $a-1$

【解析】

【分析】(1) 先化简二次根式,把特殊角三角函数值代入,并求绝对值,再计算乘法,最后合并同类二次根式即可;

(2) 先计算括号,再运用除法法则转化成乘法计算即可求解.

【小问 1 详解】

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= 2\sqrt{3} - 4 \times \frac{1}{2} + 2 - \sqrt{3} \\ &= \sqrt{3};\end{aligned}$$

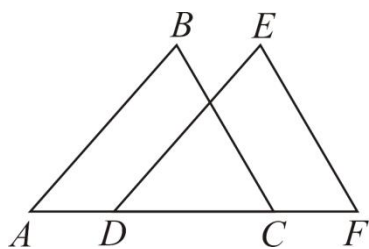
【小问 2 详解】

$$\begin{aligned}\text{解：原式} &= \left(\frac{a+1}{a+1} - \frac{1}{a+1} \right) \cdot \frac{a^2-1}{a} \\ &= \frac{a}{a+1} \cdot \frac{(a+1)(a-1)}{a} \\ &= a-1.\end{aligned}$$

【点睛】 本题考查实数的混合运算，分式的混合运算，熟练掌握实数混合运算与分式混合运算法则，熟记特殊角的三角函数值.

20. 已知：如图，点 A 、 D 、 C 、 F 在同一直线上， $AB \parallel DE$ ， $\angle B = \angle E$ ， $BC = EF$.

求证： $AD = CF$.



【答案】 见解析

【解析】

【分析】 根据 $AB \parallel DE$ ，可得 $\angle A = \angle EDF$ ，根据 AAS 证明 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ，进而可得 $AC = DF$ ，根据线段的和差关系即可求解.

【详解】 证明： $\because AB \parallel DE$ ，

$$\therefore \angle A = \angle EDF,$$

在 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 中，

$$\begin{cases} \angle A = \angle EDF \\ \angle B = \angle E \\ BC = EF \end{cases},$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle DEF (\text{AAS}),$$

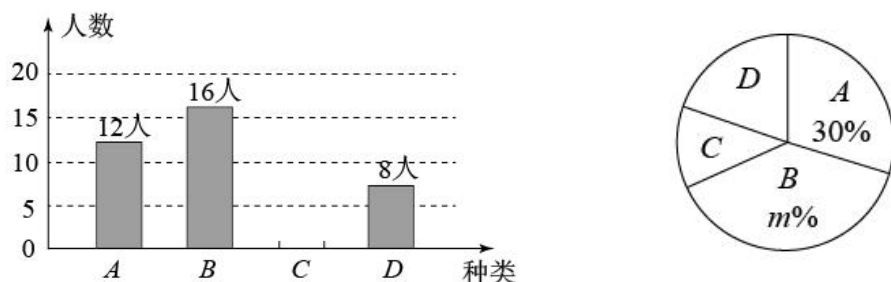
$$\therefore AC = DF,$$

$$\therefore AC - DC = DF - DC,$$

$\therefore AD = CF$.

【点睛】本题考查了平行线的性质，全等三角形的判定与性质，掌握全等三角形的性质与判定是解题的关键.

21. 在4月23日世界读书日来临之际，为了解某校九年级（1）班同学们的阅读爱好，要求所有同学从4类书籍中（A：文学类；B：科幻类；C：军事类；D：其他类），选择一类自己最喜欢的书籍进行统计. 根据统计结果，绘制了如图所示的两幅不完整的统计图. 根据图中信息回答问题：



- (1) 求九年级（1）班的人数并补全条形统计图；
- (2) 在扇形统计图中，求 m 的值；
- (3) 如果选择 C 类书籍的同学中有 2 名女同学，其余为男同学，现要在选择 C 类书籍的同学中选取两名同学去参加读书交流活动，请你用画树状图或列表的方法求出恰好是一男一女同学去参加读书交流活动的概率.

【答案】(1) 40 人，见解析

(2) 40 (3) $\frac{2}{3}$

【解析】

【分析】(1) 根据 A 类的人数与占比即可求得总人数，进而即可求得 C 类的人数，补全统计图；

(2) 根据 B 的人数与总人数即可求解.

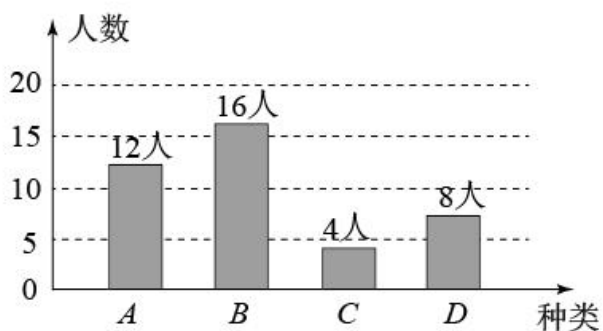
(3) 用画树状图或列表的方法求概率即可求解.

【小问 1 详解】

九（1）班人数： $12 \div 30\% = 40$ （人），

$\therefore C$ 类的人数 $= 40 - (12 + 16 + 8) = 4$ （人），

$\therefore$ 补全的条形统计图为：



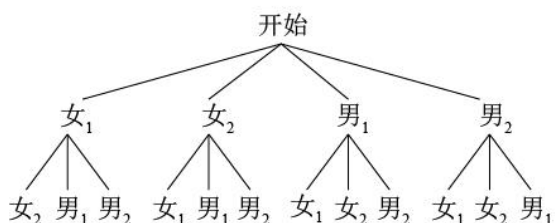
【小问 2 详解】

$$m\% = \frac{16}{40} \times 100\% = 40\%,$$

$$\therefore m = 40,$$

【小问 3 详解】

(方法一) 画树状图:



共有 12 种等可能性结果，其中一男一女的机会会有 8 种，

$$\therefore P_{(-男一女)} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

(方法二) 列表:

	女 ₁	女 ₂	男 ₁	男 ₂
女 ₁		女 ₁ 女 ₂	女 ₁ 男 ₁	女 ₁ 男 ₂
女 ₂	女 ₂ 女 ₁		女 ₂ 男 ₁	女 ₂ 男 ₂
男 ₁	男 ₁ 女 ₁	男 ₁ 女 ₂		男 ₁ 男 ₂
男 ₂	男 ₂ 女 ₁	男 ₂ 女 ₂	男 ₂ 男 ₁	

共有 12 种等可能性结果，其中一男一女的机会会有 8 种，

$$\therefore P_{(-男一女)} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}.$$

【点睛】 本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用，样本估计总体，画树状图或列表的方法求概

率，读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据；扇形统计图直接反映部分占总体的百分比大小．

22. 宜宾东楼始建于唐代，重建于宜宾建城 2200 周年之际的 2018 年，新建成的东楼（如图 1）成为长江首城会客厅、旅游休闲目的地、文化地标打卡地．某数学小组为测量东楼的高度，在梯步 A 处（如图 2）测得楼顶 D 的仰角为 45° ，沿坡比为 7：24 的斜坡 AB 前行 25 米到达平台 B 处，测得楼顶 D 的仰角为 60° ，求东楼的高度 DE ．（结果精确到 1 米．参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.7$ ， $\sqrt{2} \approx 1.4$ ）



图1

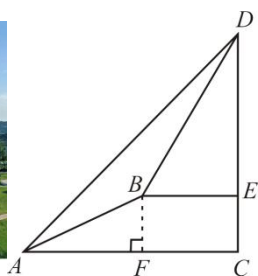


图2

【答案】 40m

【解析】

【分析】根据 $i = 7:24$ ， $AB = 25$ ，设 $BF = 7a$ ，则 $AF = 24a$ ，根据勾股定理求得 $a = 1$ ，又设 $BE = x$ ，则 $FC = BE = x$ ， $CE = BF = 7$ ，求出 DE ，根据 $AC = DC$ 列出方程，解方程进而根据 $DE = \sqrt{3}x$ 即可求解．

【详解】解：在 $Rt\triangle ABF$ 中， $i = 7:24$ ， $AB = 25$ ，

设 $BF = 7a$ ，则 $AF = 24a$ ，由 $AF^2 + BF^2 = AB^2$ ，

$$\text{得 } (24a)^2 + (7a)^2 = 25^2,$$

解得： $a = 1$ ，

$$\therefore BF = 7, \quad AF = 24$$

又设 $BE = x$ ，则 $FC = BE = x$ ， $CE = BF = 7$

在 $Rt\triangle BDE$ 中， $\angle DBE = 60^\circ$ ，

$$\text{则 } DE = \sqrt{3}BE = \sqrt{3}x,$$

$$\therefore DC = DE + EC = \sqrt{3}x + 7,$$

在 $Rt\triangle ACD$ 中， $\angle DAC = 45^\circ$ ，则 $AC = DC$ ，

$$\therefore AF + FC = 24 + x,$$

$$\therefore 24 + x = \sqrt{3}x + 7,$$

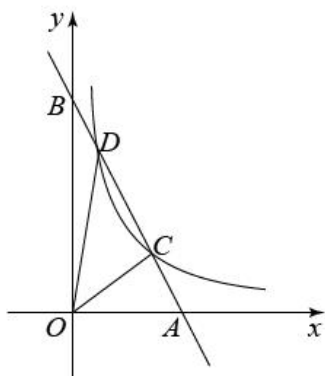
$$\text{解得: } x = \frac{17}{2}(1 + \sqrt{3}),$$

$$\therefore DE = \sqrt{3}x = \frac{17}{2} \times 3 + \frac{17}{2} \sqrt{3} \approx 40.$$

$\therefore$ 东楼的高度约为 40m.

【点睛】 本题考查了解直角三角形的实际应用，掌握三角形中的边角关系是解题的关键.

23. 如图，一次函数 $y = ax + b$ 的图象与 x 轴交于点 $A(4, 0)$ ，与 y 轴交于点 B ，与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 C, D . 若 $\tan \angle BAO = 2$, $BC = 3AC$.



(1) 求一次函数和反比例函数的表达式;

(2) 求 $\triangle OCD$ 的面积.

【答案】 (1) $y = -2x + 8$, $y = \frac{6}{x}$

(2) 8

【解析】

【分析】 (1) 根据 $\tan \angle BAO = 2$, 可得出 B 点的坐标, 运用待定系数法即可求出 AB 的解析式; 再通过比例关系解出点 C 的坐标, 可得反比例函数表达式;

(2) 过 D 作 $DF \perp y$ 轴, 垂足为点 F , 联列方程组解出点 D 的坐标, 再根据 $S_{\triangle OCD} = S_{\triangle AOB} - S_{\triangle ODB} - S_{\triangle OAC}$ 即可求出 $\triangle OCD$ 的面积.

【小问 1 详解】

在 $Rt\triangle AOB$ 中, $\because \tan \angle BAO = 2$,

$$\therefore BO = 2OA,$$

$$\therefore A(4, 0), \therefore B(0, 8),$$

$\therefore A, B$ 两点在函数 $y = ax + b$ 上,

将 $A(4,0)$ 、 $B(0,8)$ 代入 $y = ax + b$ 得

$$\begin{cases} 4a + b = 0 \\ b = 8 \end{cases}$$

解得 $a = -2$, $b = 8$,

$$\therefore y = -2x + 8$$

设 $C(x_1, y_1)$, 过点 C 作 $CE \perp x$ 轴, 垂足为 E , 则 $CE \parallel BO$,

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{CE}{BO},$$

$$\text{又} \because BC = 3AC,$$

$$\therefore \frac{AC}{AB} = \frac{CE}{BO} = \frac{1}{4},$$

$$\text{即} \frac{CE}{8} = \frac{1}{4}, \quad CE = 2, \quad \text{即} y_1 = 2,$$

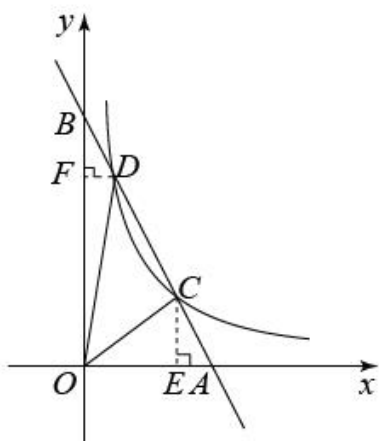
$$\therefore -2x_1 + 8 = 2,$$

$$\therefore x_1 = 3,$$

$$\therefore C(3,2)$$

$$\therefore k = x_1 y_1 = 3 \times 2 = 6,$$

$$\therefore y = \frac{6}{x};$$



【小问 2 详解】

$$\text{解方程组} \begin{cases} y = -2x + 8 \\ y = \frac{6}{x} \end{cases}, \quad \text{得} \begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 6 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_2 = 3 \\ y_2 = 2 \end{cases}$$

$$\therefore C(3,2), \quad D(1,6)$$

过 D 作 $DF \perp y$ 轴，垂足为点 F

$$\because S_{\triangle OCD} = S_{\triangle AOB} - S_{\triangle ODB} - S_{\triangle OAC}$$

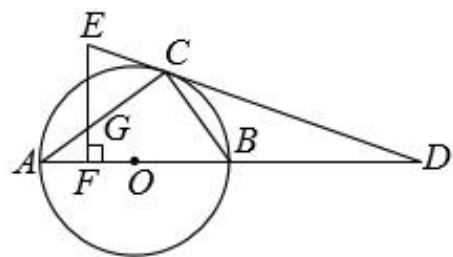
$$\therefore S_{\triangle OCD} = \frac{1}{2}OA \cdot OB - \frac{1}{2}BO \cdot DF - \frac{1}{2}OA \cdot CE$$

$$= \frac{1}{2}(4 \times 8 - 8 \times 1 - 4 \times 2)$$

$$= 8.$$

【点睛】本题考查反比例函数的性质，涉及反比例函数与一次函数的交点问题，反比例函数中的面积问题，熟练运用反比例函数的性质，以及灵活运用面积计算的方法是解题的关键.

24. 如图，点 C 是以 AB 为直径的 $\odot O$ 上一点，点 D 是 AB 的延长线上一点，在 OA 上取一点 F ，过点 F 作 AB 的垂线交 AC 于点 G ，交 DC 的延长线于点 E ，且 $EG = EC$.



(1) 求证： DE 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若点 F 是 OA 的中点， $BD = 4$ ， $\sin \angle D = \frac{1}{3}$ ，求 EC 的长.

【答案】(1) 见解析 (2) $\frac{5\sqrt{2}}{4}$

【解析】

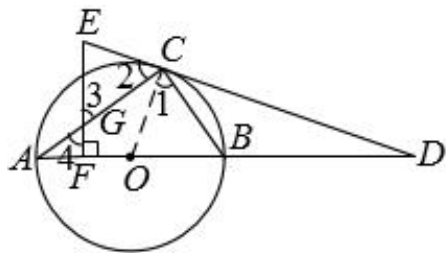
【分析】(1) 连结 OC ，利用等腰三角形的性质和圆周角定理证 $\angle OCE = 90^\circ$ ，即可由切线的判定定理得出结论；

(2) 解 $Rt\triangle OCD$ ，求出 $CO = 2$ ，从而求得 $OD = 6$ ，则可求得 $CD = 4\sqrt{2}$ ，再证 $\triangle OCD \sim \triangle EFD$ ，

得 $\frac{OD}{ED} = \frac{CD}{FD}$ ，即可求得 $ED = \frac{21\sqrt{2}}{4}$ ，即可由 $EC = ED - CD$ 求解.

【小问 1 详解】

证明：如图，连结 OC ，



$$\because OA = OC,$$

$$\therefore \angle A = \angle 1,$$

$$\text{又} \because EG = EC,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 2,$$

$$\text{又} \because \angle 3 = \angle 4,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 2,$$

$$\text{又} \because EF \perp AB,$$

$$\therefore \angle A + \angle 4 = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle 1 + \angle 2 = 90^\circ, \text{ 即 } \angle OCE = 90^\circ,$$

$$\therefore OC \perp DE,$$

$\therefore DE$ 是 $\odot O$ 的切线;

【小问 2 详解】

$$\text{解: 在 } Rt\triangle OCD \text{ 中, } BD = 4, \sin \angle D = \frac{CO}{OD} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore \frac{CO}{OD} = \frac{CO}{OB + BD} = \frac{CO}{OB + 4} = \frac{1}{3},$$

$$\therefore CO = 2,$$

$$\therefore OD = 6,$$

$$\therefore CD = \sqrt{OD^2 - OC^2} = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2},$$

又 $\because$ 点 F 为 AO 中点,

$$\therefore FO = \frac{1}{2}AO = \frac{1}{2} \times 2 = 1,$$

$$\therefore FD = FO + OD = 7,$$

$$\because \angle D = \angle D, \angle OCD = \angle EFD = 90^\circ$$

$$\therefore \triangle OCD \sim \triangle EFD,$$

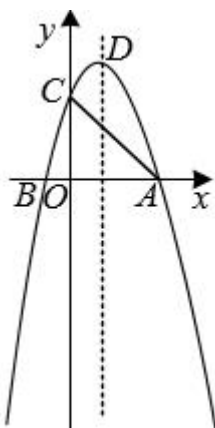
$$\therefore \frac{OD}{ED} = \frac{CD}{FD}, \text{ 即 } \frac{6}{ED} = \frac{4\sqrt{2}}{7},$$

$$\therefore ED = \frac{21\sqrt{2}}{4},$$

$$\therefore EC = ED - CD = \frac{21\sqrt{2}}{4} - 4\sqrt{2} = \frac{5\sqrt{2}}{4}.$$

【点睛】本题考查切线的判定，圆周角定理，等腰三角形的性质，解直角三角形，相似三角形的判定与性质，熟练掌握相关性质与判定是解题的关键.

25. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(3,0)$ 、 $B(-1,0)$ 两点，与 y 轴交于点 $C(0,3)$ ，其顶点为点 D ，连结 AC .



- (1) 求这条抛物线所对应的二次函数的表达式及顶点 D 的坐标；
- (2) 在抛物线的对称轴上取一点 E ，点 F 为抛物线上一动点，使得以点 A 、 C 、 E 、 F 为顶点、 AC 为边的四边形为平行四边形，求点 F 的坐标；
- (3) 在 (2) 的条件下，将点 D 向下平移 5 个单位得到点 M ，点 P 为抛物线的对称轴上一动点，求 $PF + \frac{3}{5}PM$ 的最小值.

【答案】(1) $y = -x^2 + 2x + 3$ ，顶点 D 的坐标为 $(1,4)$

(2) $F(-2,-5)$ 或 $F(4,-5)$

(3) $\frac{24}{5}$

【解析】

【分析】(1) 用待定系数法求解二次函数解析式，再化成顶点式即可得出顶点坐标；

(2) 先用待定系数法求直线 AC 解析式为 $y = -x + 3$ ，再过点 F 作 $FG \perp DE$ 于点 G ，证 $\triangle OAC \cong \triangle GFE$ ，得 $OA = GF = 3$ ，设 F 点的坐标为 $(m, -m^2 + 2m + 3)$ ，则 G 点的坐标为 $(1, -m^2 + 2m + 3)$ ，所以

$FG = |m - 1| = 3$ ，即可求出 $m = -2$ 或 $m = 4$ ，从而求得点 F 坐标；

(3)，是平移得点 M 的坐标为 $(1, -1)$ ，则 (2) 知点 $F_1(4, -5)$ 与点 $F_2(-2, -5)$ 关于对称轴 $x = 1$ 对称，连结 F_1F_2 ，对称轴于点 H ，连结 F_1M 、 F_2M ，过点 F_2 作 $F_2N \perp F_1M$ 于点 N ，交对称轴于点 P ，则 $MH = 4$ ， $HF_1 = 3$ ， $MF_1 = 5$ 。在 $Rt\triangle MHF_1$ 中， $\sin \angle HMF_1 = \frac{F_1H}{MF_1} = \frac{3}{5}$ ，则在 $Rt\triangle MPN$ 中， $\sin \angle HMF_1 = \frac{PN}{PM} = \frac{3}{5}$ ，所以 $PN = \frac{3}{5}PM$ ，所以 $PF + \frac{3}{5}PM = PF_1 + PN = F_2N$ 为最小值，根据 $S_{\triangle MF_1F_2} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \cdot F_2N$ ，所以 $F_2N = \frac{24}{5}$ ，即可求出 $PF + \frac{3}{5}PM$ 。

【小问 1 详解】

解：∵ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 经过点 $A(3, 0)$ ， $B(-1, 0)$ ， $C(0, 3)$ ，

$$\therefore \begin{cases} 9a + 3b + 3 = 0 \\ a - b + 3 = 0 \\ c = 3 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \\ c = 3 \end{cases},$$

∴ 抛物线的解析式为： $y = -x^2 + 2x + 3 = -(x-1)^2 + 4$ ，

∴ 顶点 D 的坐标为 $(1, 4)$ ；

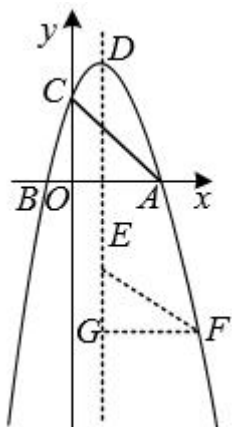
【小问 2 详解】

解：设直线 AC 的解析式为： $y = kx + b$ ，

把点 $A(3, 0)$ ， $C(0, 3)$ 代入得： $k = -1$ ， $b = 3$ ，

∴ 直线 AC 解析式为： $y = -x + 3$ ，

过点 F 作 $FG \perp DE$ 于点 G ，



$\therefore$ 以 A 、 C 、 E 、 F 四点为顶点的四边形是以 AC 为边的平行四边形,

$$\therefore AC \parallel EF, AC=EF,$$

$$\text{又} \because OA \parallel FG,$$

$$\therefore \angle OAC = \angle GFE$$

$$\therefore \triangle OAC \cong \triangle GFE,$$

$$\therefore OA = GF = 3,$$

$$\text{设 } F \text{ 点的坐标为 } (m, -m^2 + 2m + 3),$$

$$\text{则 } G \text{ 点的坐标为 } (1, -m^2 + 2m + 3),$$

$$\therefore FG = |m - 1| = 3,$$

$$\therefore m = -2 \text{ 或 } m = 4, \text{ 当 } m = -2 \text{ 时, } -m^2 + 2m + 3 = -5,$$

$$\therefore F_1(-2, -5),$$

$$\text{当 } m = 4 \text{ 时, } -m^2 + 2m + 3 = -5$$

$$\therefore F_2(4, -5),$$

$$\therefore F(-2, -5) \text{ 或 } F(4, -5);$$

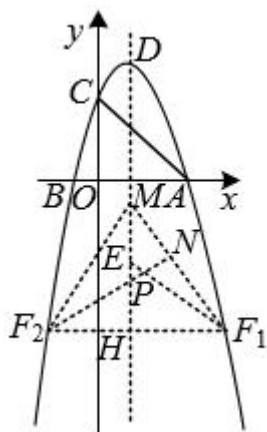
【小问 3 详解】

解：由题意，得点 M 的坐标为 $(1, -1)$,

由题意知：点 $F_1(4, -5)$ 与点 $F_2(-2, -5)$ 关于对称轴 $x = 1$ 对称,

连结 F_1F_2 ，对称轴于点 H ，连结 F_1M 、 F_2M ，过点 F_2 作 $F_2N \perp F_1M$ 于点 N ，交对称轴于点 P ，则 $MH = 4$,

$$HF_1 = 3, MF_1 = 5.$$



在 $Rt\triangle MHF_1$ 中, $\sin \angle HMF_1 = \frac{F_1H}{MF_1} = \frac{3}{5}$, 则在 $Rt\triangle MPN$ 中, $\sin \angle HMF_1 = \frac{PN}{PM} = \frac{3}{5}$

$$\therefore PN = \frac{3}{5}PM,$$

$$\text{又} \because PF_2 = PF_1$$

$$\therefore PF + \frac{3}{5}PM = PF_1 + PN = F_2N \text{ 为最小值,}$$

$$\text{又} \because S_{\triangle MF_1F_2} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5 \cdot F_2N,$$

$$\therefore F_2N = \frac{24}{5},$$

$$\therefore \text{求得 } PF + \frac{3}{5}PM \text{ 的最小值为 } \frac{24}{5}.$$

【点睛】 本题考查用待定系数法求函数解析式，二次函数图象性质，平行四边形的性质，解直角三角形，利用轴对称求最小值，本题属二次函数综合题目，掌握二次函数图象性质和灵活运用是解题的关键。

淘宝：中小学教辅资源店 微信：mlxt2022