

2022 年武汉市初中毕业生学业考试

数学试卷

一、选择题

1. 2022 的相反数是 ()

A. $\frac{1}{2022}$

B. $-\frac{1}{2022}$

C. -2022

D. 2022

【答案】C

【解析】

【分析】根据相反数的定义求解即可，只有符号不同的两个数互为相反数.

【详解】解：2022 的相反数是-2022.

故选：C.

【点睛】本题考查了相反数的定义，掌握相反数的定义是解题的关键.

2. 彩民李大叔购买 1 张彩票，中奖. 这个事件是 ()

A. 必然事件

B. 确定性事件

C. 不可能事件

D. 随机事件

件

【答案】D

【解析】

【分析】直接根据随机事件的概念即可得出结论.

【详解】购买一张彩票，结果可能为中奖，也可能为不中奖，中奖与否是随机的，即这个事件为随机事件.

故选：D.

【点睛】本题考查了随机事件的概念，解题的关键是熟练掌握随机事件发生的条件，能够灵活作出判断.

3. 现实世界中，对称现象无处不在，中国的方块字中有些也具有对称性. 下列汉字是轴对称图形的是 ()

A. 劳

B. 动

C. 光

D.

荣

【答案】D

【解析】

【分析】利用轴对称图形的概念可得答案.

【详解】解：A. 不是轴对称图形，故此选项不合题意；

B. 不是轴对称图形，故此选项不合题意；

C. 不是轴对称图形，故此选项不合题意；

D. 是轴对称图形，故此选项符合题意；

故选：D.

【点睛】本题主要考查了轴对称图形，关键是掌握如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形.

4. 计算 $(2a^4)^3$ 的结果是 ()

A. $2a^{12}$

B. $8a^{12}$

C. $6a^7$

D. $8a^7$

【答案】B

【解析】

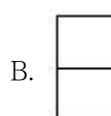
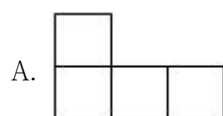
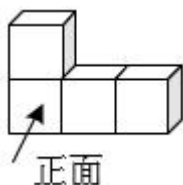
【分析】直接运用幂的乘方、积的乘方计算即可.

【详解】解： $(2a^4)^3 = (2)^3 (a^4)^3 = 8a^{12}$.

故答案为 B.

【点睛】本题主要考查了幂的乘方、积的乘方的运算，灵活运用相关运算法则成为解答本题的关键.

5. 如图是由 4 个相同的小正方体组成的几何体，它的主视图是 ()



【答案】A

【解析】

【分析】根据从正面所看得到的图形为主视图，据此解答即可.

【详解】解：从正面可发现有两层，底层三个正方形，上层的左边是一个正方形.

故选：A.

【点睛】本题主要考查了三视图的知识，掌握主视图是从物体的正面看得到的视图成为解答本题的关键.

6. 已知点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象上, 且 $x_1 < 0 < x_2$, 则下列结

论一定正确的是 ()

A. $y_1 + y_2 < 0$

B. $y_1 + y_2 > 0$

C. $y_1 < y_2$

D.

$y_1 > y_2$

【答案】C

【解析】

【分析】把点 A 和点 B 的坐标代入解析式, 根据条件可判断出 y_1 、 y_2 的大小关系.

【详解】解: $\because$ 点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 是反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ 的图象时的两点,

$$\therefore x_1 y_1 = x_2 y_2 = 6.$$

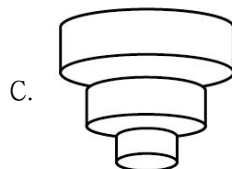
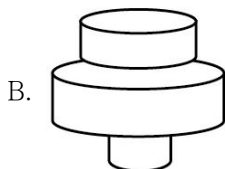
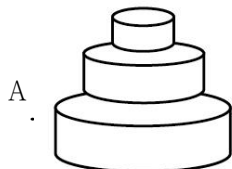
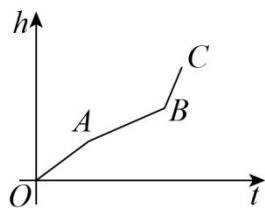
$$\because x_1 < 0 < x_2,$$

$$\therefore y_1 < 0 < y_2.$$

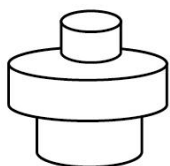
故选: C.

【点睛】本题主要考查反比例函数图象上点的坐标特征, 掌握图象上点的坐标满足函数解析式是解题的关键.

7. 匀速地向一个容器内注水, 最后把容器注满. 在注水过程中, 水面高度 h 随时间 t 的变化规律如图所示 (图中 $OABC$ 为一折线). 这个容器的形状可能是 ()



D.



【答案】A

【解析】

【分析】根据函数图象的走势：较缓，较陡，陡，注水速度是一定的，上升的快慢跟容器的粗细有关，越粗的容器上升高度越慢，从而得到答案.

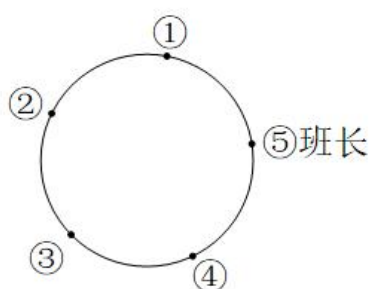
【详解】解：从函数图象可以看出： OA 段上升最慢， AB 段上升较快， BC 段上升最快，上升的快慢跟容器的粗细有关，越粗的容器上升高度越慢，

$\therefore$ 题中图象所表示的容器应是下面最粗，中间其次，上面最细；

故选：A.

【点睛】本题考查了函数图象的性质在实际问题中的应用，判断出每段函数图象变化不同的原因是解题的关键.

8. 班长邀请 A ， B ， C ， D 四位同学参加圆桌会议. 如图，班长坐在⑤号座位，四位同学随机坐在①②③④四个座位，则 A ， B 两位同学座位相邻的概率是 ()



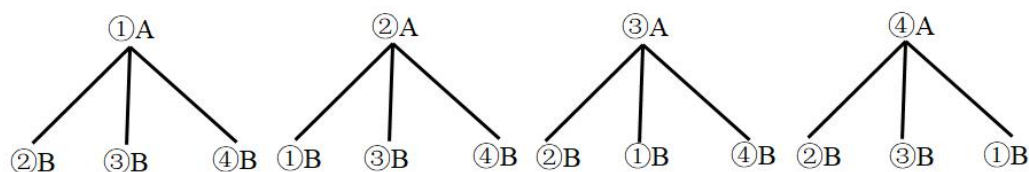
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

【答案】C

【解析】

【分析】采用树状图法，确定所有可能情况数和满足题意的情况数，最后运用概率公式解答即可.

【详解】解：根据题意列树状图如下：



由上表可知共有 12 中可能，满足题意的情况数为 6 种

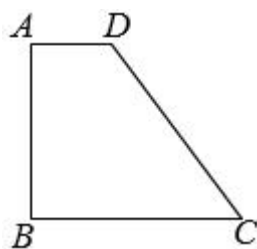
则 A ， B 两位同学座位相邻的概率是 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

故选 C.

【点睛】本题主要考查了画树状图求概率，正确画出树状图成为解答本题的关键.

9. 如图，在四边形材料 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $AD = 9\text{cm}$ ， $AB = 20\text{cm}$ ，

$BC = 24\text{cm}$ ．现用此材料截出一个面积最大的圆形模板，则此圆的半径是（ ）



- A. $\frac{110}{13}\text{cm}$ B. 8cm C. $6\sqrt{2}\text{cm}$ D. 10cm

【答案】 B

【解析】

【分析】 如图所示，延长 BA 交 CD 延长线于 E ，当这个圆为 $\triangle BCE$ 的内切圆时，此圆的面积最大，据此求解即可．

【详解】 解：如图所示，延长 BA 交 CD 延长线于 E ，当这个圆为 $\triangle BCE$ 的内切圆时，此圆的面积最大，

$$\because AD \parallel BC, \angle BAD = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle EAD \sim \triangle EBC, \angle B = 90^\circ,$$

$$\therefore \frac{EA}{EB} = \frac{AD}{BC}, \text{ 即 } \frac{EA}{EA + 20} = \frac{9}{24},$$

$$\therefore EA = 12\text{cm},$$

$$\therefore EB = 32\text{cm},$$

$$\therefore EC = \sqrt{EB^2 + BC^2} = 40\text{cm},$$

设这个圆的圆心为 O ，与 EB ， BC ， EC 分别相切于 F ， G ， H ，

$$\therefore OF = OG = OH,$$

$$\because S_{\triangle EBC} = S_{\triangle EOB} + S_{\triangle COB} + S_{\triangle EOC},$$

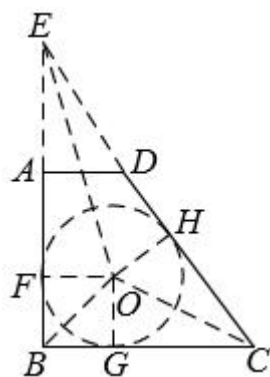
$$\therefore \frac{1}{2}EB \cdot BC = \frac{1}{2}EB \cdot OF + \frac{1}{2}BC \cdot OG + \frac{1}{2}EC \cdot OH,$$

$$\therefore 24 \times 32 = (24 + 32 + 40) \cdot OF,$$

$$\therefore OF = 8\text{cm},$$

$\therefore$ 此圆的半径为 8cm ，

故选 B.



【点睛】本题主要考查了三角形内切圆半径与三角形三边的关系，勾股定理，正确作出辅助线是解题的关键.

10. 幻方是古老的数学问题，我国古代的《洛书》中记载了最早的幻方——九宫格. 将9个数填入幻方的空格中，要求每一横行、每一竖列以及两条对角线上的3个数之和相等，例如图（1）就是一个幻方. 图（2）是一个未完成的幻方，则 x 与 y 的和是（ ）

4	9	2
3	5	7
8	1	6

(1)

x	6	20
22		y

(2)

A. 9

B. 10

C. 11

D. 12

【答案】D

【解析】

【分析】根据题意设出相应未知数，然后列出等式化简求值即可.

【详解】解：设如图表所示：

x	6	20
22	z	y
n		m

根据题意可得： $x+6+20=22+z+y$,

整理得： $x-y=-4+z$,

$x+22+n=20+z+n$, $20+y+m=x+z+m$,

整理得： $x=-2+z$, $y=2z-22$,

$\therefore x-y=-2+z-(2z-22)=-4+z$,

解得： $z=12$,

$$\therefore x+y$$

$$=3z-24$$

$$=12$$

故选：D.

【点睛】题目主要考查方程的应用及有理数加法的应用，理解题意，列出相应方程等式然后化简求值是解题关键.

二、填空题

11. 计算 $\sqrt{(-2)^2}$ 的结果是_____.

【答案】2

【解析】

【分析】根据二次根式的性质进行化简即可.

【详解】解： $\sqrt{(-2)^2} = 2$.

故答案为：2.

【点睛】此题主要考查了二次根式的化简，注意： $\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a(a>0) \\ 0(a=0) \\ -a(a<0) \end{cases}$.

12. 某体育用品专卖店在一段时间内销售了20双学生运动鞋，各种尺码运动鞋的销售量如下表. 则这20双运动鞋的尺码组成的一组数据的众数是_____.

尺码/cm	24	24.5	25	25.5	26
销售量/双	1	3	10	4	2

【答案】25

【解析】

【分析】直接根据众数的定义：一组数据中出现次数最多的数即为众数即可得出结论.

【详解】由表格可知：尺码25的运动鞋销售量最多为10双，即众数为25.

故答案为：25.

【点睛】本题考查了众数，解题的关键是熟练掌握众数的定义.

13. 计算： $\frac{2x}{x^2-9} - \frac{1}{x-3}$ 的结果是_____.

【答案】 $\frac{1}{x+3}$.

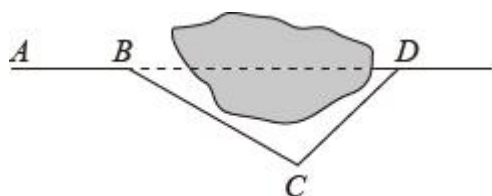
【解析】

【分析】

$$\begin{aligned}\text{【详解】原式} &= \frac{2x}{(x+3)(x-3)} - \frac{x+3}{(x+3)(x-3)} \\&= \frac{2x-x-3}{(x+3)(x-3)} \\&= \frac{x-3}{(x+3)(x-3)} \\&= \frac{1}{x+3}.\end{aligned}$$

故答案为: $\frac{1}{x+3}$.

14. 如图, 沿 AB 方向架桥修路, 为加快施工进度, 在直线 AB 上湖的另一边的 D 处同时施工. 取 $\angle ABC = 150^\circ$, $BC = 1600\text{m}$, $\angle BCD = 105^\circ$, 则 C, D 两点的距离是_____ m .



【答案】 $800\sqrt{2}$

【解析】

【分析】 如图所示: 过点 C 作 $CE \perp BD$ 于点 E , 先求出 $CE = 800\text{m}$, 再根据勾股定理即可求出 CD 的长.

【详解】 如图所示: 过点 C 作 $CE \perp BD$ 于点 E , 则 $\angle BEC = \angle DEC = 90^\circ$,

$$\because \angle ABC = 150^\circ,$$

$$\therefore \angle CBD = 30^\circ,$$

$$\therefore \angle BCE = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ,$$

$$\text{又} \because \angle BCD = 105^\circ,$$

$$\therefore \angle CDB = 45^\circ,$$

$$\therefore \angle ECD = 45^\circ = \angle D,$$

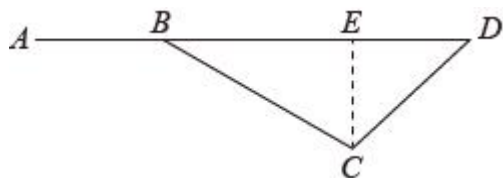
$$\therefore CE = DE,$$

$$\because BC = 1600\text{m},$$

$$\therefore CE = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2} \times 1600 = 800\text{m},$$

$$\therefore CD^2 = CE^2 + DE^2 = 2CE^2, \text{ 即 } CD = \sqrt{2}CE = 800\sqrt{2}\text{m}.$$

故答案为: $800\sqrt{2}$.



【点睛】本题考查三角形内角和定理、等腰三角形的判定与性质、直角三角形的性质及勾股定理，解题的关键是熟练掌握相关内容并能灵活运用.

15. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数) 开口向下, 过 $A(-1, 0)$, $B(m, 0)$ 两点, 且 $1 < m < 2$. 下列四个结论:

① $b > 0$;

② 若 $m = \frac{3}{2}$, 则 $3a + 2c < 0$;

③ 若点 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 在抛物线上, $x_1 < x_2$, 且 $x_1 + x_2 > 1$, 则 $y_1 > y_2$;

④ 当 $a \leq -1$ 时, 关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 1$ 必有两个不相等的实数根.

其中正确的是_____ (填写序号).

【答案】①③④

【解析】

【分析】首先判断对称轴 $x = -\frac{b}{2a} > 0$, 再由抛物线的开口方向判断①; 由抛物线经过 $A(-1, 0)$,

$B(m, 0)$, 当 $m = \frac{3}{2}$ 时, $y = a(x+1)\left(x - \frac{3}{2}\right)$, 求出 $c = -\frac{3}{2}a$, 再代入 $3a + 2c$ 判断②,

抛物线 $y = ax^2 + bx + c = a(x+1)(x-m) = ax^2 + a(1-m)x - am$, 由点 $M(x_1, y_1)$,

$N(x_2, y_2)$ 在抛物线上, 得 $y_1 = ax_1^2 + a(1-m)x_1 - am$, $y_2 = ax_2^2 + a(1-m)x_2 - am$,

把两个等式相减, 整理得 $y_1 - y_2 = a(x_1 - x_2)(x_1 + x_2 + 1 - m)$, 通过判断 $x_1 - x_2$,

$x_1 + x_2 + 1 - m$ 的符号判断③; 将方程 $ax^2 + bx + c = 1$ 写成 $a(x-m)(x+1) - 1 = 0$, 整理, 得

$x^2 + (1-m)x - m - \frac{1}{a} = 0$, 再利用判别式即可判断④.

【详解】解: $\because$ 抛物线过 $A(-1, 0)$, $B(m, 0)$ 两点, 且 $1 < m < 2$,

$$\therefore x = -\frac{b}{2a} = \frac{-1+m}{2},$$

$\because 1 < m < 2$,

$$\therefore 0 < \frac{-1+m}{2} < \frac{1}{2}, \text{ 即 } -\frac{b}{2a} > 0,$$

$\because$ 抛物线开口向下, $a < 0$,

$\therefore b > 0$ ，故①正确；

$$\text{若 } m = \frac{3}{2}, \text{ 则 } y = a(x+1)\left(x - \frac{3}{2}\right) = ax^2 - \frac{1}{2}ax - \frac{3}{2}a,$$

$$\therefore c = -\frac{3}{2}a,$$

$$\therefore 3a + 2c = 3a + 2 \times \left(-\frac{3}{2}a\right) = 0, \text{ 故②不正确；}$$

$\because$ 抛物线 $y = ax^2 + bx + c = a(x+1)(x-m) = ax^2 + a(1-m)x - am$ ，点 $M(x_1, y_1)$ ，

$N(x_2, y_2)$ 在抛物线上，

$$\therefore y_1 = ax_1^2 + a(1-m)x_1 - am, \quad y_2 = ax_2^2 + a(1-m)x_2 - am, \text{ 把两个等式相减，整理得}$$

$$y_1 - y_2 = a(x_1 - x_2)(x_1 + x_2 + 1 - m),$$

$$\because a < 0, x_1 < x_2, \quad x_1 + x_2 > 1, \quad 1 < m < 2,$$

$$\therefore x_1 - x_2 < 0, x_1 + x_2 + 1 - m > 0,$$

$$\therefore y_1 - y_2 = a(x_1 - x_2)(x_1 + x_2 + 1 - m) > 0,$$

$\therefore y_1 > y_2$ ，故③正确；

依题意，将方程 $ax^2 + bx + c = 1$ 写成 $a(x-m)(x+1) - 1 = 0$ ，整理，得 $x^2 + (1-m)x - m - \frac{1}{a} = 0$ ，

$$\therefore \Delta = (1-m)^2 - 4\left(-m - \frac{1}{a}\right) = (m+1)^2 + \frac{4}{a},$$

$$\because 1 < m < 2, \quad a \leq -1,$$

$$\therefore 4 < (m+1)^2 < 9, \quad \frac{4}{a} \geq -4,$$

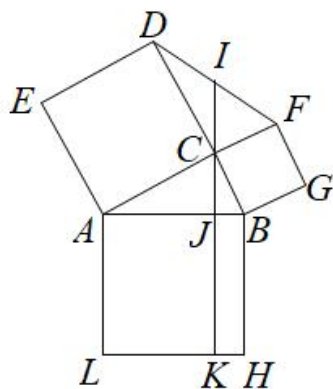
$$\therefore (m+1)^2 + \frac{4}{a} > 0, \quad \text{故④正确.}$$

综上所述，①③④正确.

故答案为：①③④.

【点睛】本题考查二次函数图象与系数的关系，解题关键是掌握二次函数的性质，掌握二次函数与方程及不等式的关系.

16. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC > BC$ ，分别以 $\triangle ABC$ 的三边为边向外作三个正方形 $ABHL$ ， $ACDE$ ， $BCFG$ ，连接 DF ．过点 C 作 AB 的垂线 CJ ，垂足为 J ，分别交 DF ， LH 于点 I ， K ．若 $CI = 5$ ， $CJ = 4$ ，则四边形 $AJKL$ 的面积是_____.



【答案】80

【解析】

【分析】连接 LC 、 EC 、 EB 、 LJ ，由平行线间同底的面积相等可以推导出：

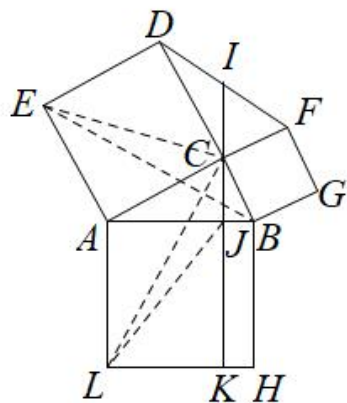
$S_{\triangle JAL} = S_{\triangle CAL}$ ， $S_{\triangle BAE} = S_{\triangle EAC}$ ，由 $\triangle CAL \cong \triangle EAB$ ，可得 $S_{\triangle CAL} = S_{\triangle EAB}$ ，故

$S_{\triangle JAL} = S_{\triangle CAL} = S_{\triangle BAE} = S_{\triangle EAC}$ ，证得四边形 $ALKJ$ 是矩形，可得 $S_{\text{矩形}ALKJ} = 2S_{\triangle ALJ}$ ，在正

方形 $ACDE$ 中可得： $S_{\text{正方形}ACDE} = 2S_{\triangle EAC}$ ，故得出： $S_{\text{矩形}ALKJ} = AC^2$ 。由 $\triangle ACJ \sim \triangle CBJ$ ，

可得 $\frac{CJ}{BJ} = \frac{AJ}{CJ}$ ，即可求出 $AJ = 8$ ，可得出

【详解】连接 LC 、 EC 、 EB 、 LJ ，



在正方形 $ABHL$ ， $ACDE$ ， $BCFG$ 中

$\angle ALK = \angle LAB = \angle EAC = \angle ACD = \angle BCF = 90^\circ$ ，

$AL = AB$ ， $EA = AC$ ， $BC = CF$ ， $AC = CD$ ， $AE \parallel CD$ ， $AB \parallel LH$ ， $S_{\text{正方形}ACDE} = 2S_{\triangle EAC}$ 。

$\therefore CK \perp LH$ ，

$\therefore \angle CKL = 90^\circ$ ， $CK \perp AB$

$\therefore \angle CKL + \angle ALK = 180^\circ$ ， $\angle CJA = \angle CJB = 90^\circ$

$$\begin{aligned} &\therefore CK \parallel AL, \\ &\therefore S_{\triangle CAL} = S_{\triangle JAL}. \\ &\because \angle JKL = \angle ALK = \angle JAL = 90^\circ, \\ &\therefore \text{四边形 } ALKJ \text{ 是矩形}, \\ &\therefore S_{\text{矩形}ALKJ} = 2S_{\triangle ALJ}. \\ &\because \angle LAB = \angle EAC, \\ &\therefore \angle LAB + \angle BAC = \angle EAC + \angle BAC, \\ &\therefore \angle EAB = \angle CAL, \\ &\because AL = AB, EA = AC, \\ &\therefore \triangle CAL \cong \triangle EAB, \\ &\therefore S_{\triangle CAL} = S_{\triangle EAB}. \\ &\because AE \parallel CD, \\ &\therefore S_{\triangle EAB} = S_{\triangle EAC}. \\ &\therefore S_{\triangle JAL} = S_{\triangle CAL} = S_{\triangle BAE} = S_{\triangle EAC} \\ &\therefore S_{\text{矩形}ALKJ} = 2S_{\triangle EAC} = S_{\text{正方形}ACDE} = AC^2. \\ &\because \angle DCA = \angle BCF = 90^\circ, \angle DCF = \angle BCD. \\ &\therefore \angle DCF = \angle BCD = 90^\circ, \\ &\because BC = CF, AC = CD, \\ &\therefore \triangle ABC \cong \triangle DCF, \\ &\therefore \angle CAB = \angle CDF, AB = DF, \\ &\because \angle ACB = 90^\circ, \angle CJB = 90^\circ, \\ &\therefore \angle CAB + \angle ABC = 90^\circ, \angle JCB + \angle CBJ = 90^\circ, \\ &\therefore \angle CAB = \angle JCB, \\ &\because \angle DCI = \angle JCB, \\ &\therefore \angle DCI = \angle IDC, \\ &\therefore ID = CI = 5, \\ &\because \angle IDC + \angle DFC = 90^\circ, \angle DIC + \angle ICF = 90^\circ, \\ &\therefore \angle ICF = \angle IFC, \\ &\therefore IF = CI = 5, \\ &\therefore DF = 10, \\ &\therefore AB = 10. \end{aligned}$$

设 $AJ = x, BJ = 10 - x$,

$\therefore \angle CAJ = \angle BCJ, \angle CJA = \angle CJB$,

$\therefore \triangle ACJ \sim \triangle CBJ$,

$$\therefore \frac{CJ}{BJ} = \frac{AJ}{CJ},$$

$$\therefore \frac{4}{10-x} = \frac{x}{4},$$

$$\therefore x_1 = 2, x_2 = 8,$$

$\therefore AC > BC$,

$\therefore AJ > BJ$,

$\therefore x > 10 - x$,

$\therefore x > 5$,

$\therefore x = 8$.

$$\therefore AC^2 = CJ^2 + AJ^2 = 4^2 + 8^2 = 80,$$

$$\therefore S_{\text{矩形}ALKJ} = AC^2 = 80.$$

故答案为：80.

【点睛】此题考查正方形的性质、矩形的性质与判定、相似三角形的判定与性质、勾股定理，平行线间同底的两个三角形，面积相等；难度系数较大，作出正确的辅助线并灵活运用相关图形的性质与判定是解决本题的关键.

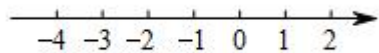
三、解答题

17. 解不等式组 $\begin{cases} x-2 \geq -5 \text{ ①} \\ 3x < x+2 \text{ ②} \end{cases}$ 请按下列步骤完成解答.

(1) 解不等式①，得_____；

(2) 解不等式②，得_____；

(3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来：



(4) 原不等式组的解集是_____.

【答案】(1) $x \geq -3$

(2) $x < 1$

(3) 详见解析 (4) $-3 \leq x < 1$

【解析】

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀“同大取大、同小取小、大小小大中间找、

大大小小找不到”原则取所含不等式解集的公共部分，即确定为不等式组的解集.

【小问1详解】

解：解不等式①，得

$$x \geq -3$$

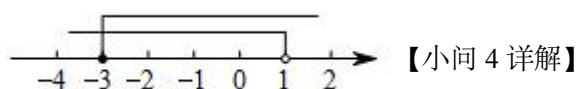
【小问2详解】

解：解不等式②，得

$$x < 1$$

【小问3详解】

解：把不等式①和②的解集在数轴上表示出来：

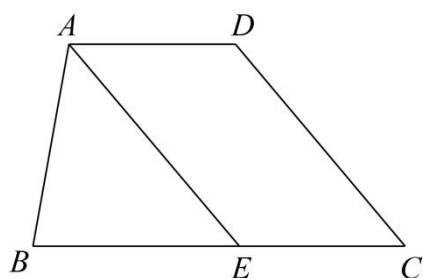


解：由图可得，原不等式组的解集是：

$$-3 \leq x < 1$$

【点睛】本题考查解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

18. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$ ， $\angle B = 80^\circ$.



(1) 求 $\angle BAD$ 的度数；

(2) AE 平分 $\angle BAD$ 交 BC 于点 E ， $\angle BCD = 50^\circ$. 求证： $AE \parallel DC$.

【答案】(1) $\angle BAD = 100^\circ$

(2) 详见解析

【解析】

【分析】(1) 根据两直线平行，同旁内角互补，即可求解；

(2) 根据 AE 平分 $\angle BAD$ ，可得 $\angle DAE = 50^\circ$. 再由 $AD \parallel BC$ ，可得 $\angle AEB = \angle DAE = 50^\circ$. 即可求证.

【小问1详解】

解： $\because AD \parallel BC$,

$$\therefore \angle B + \angle BAD = 180^\circ,$$

$$\because \angle B = 80^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = 100^\circ.$$

【小问 2 详解】

证明： $\because AE$ 平分 $\angle BAD$,

$$\therefore \angle DAE = 50^\circ.$$

$$\because AD \parallel BC,$$

$$\therefore \angle AEB = \angle DAE = 50^\circ.$$

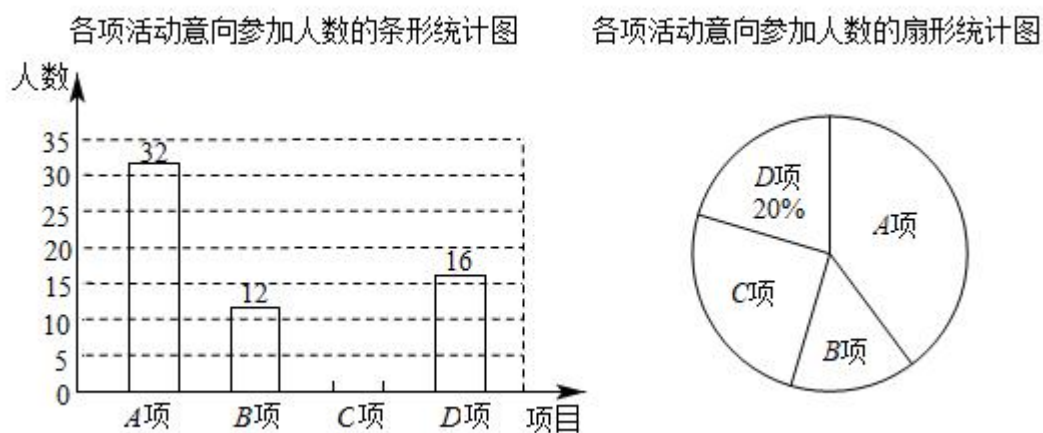
$$\because \angle BCD = 50^\circ,$$

$$\therefore \angle BCD = \angle AEB.$$

$$\therefore AE \parallel DC.$$

【点睛】本题主要考查了平行线的判定和性质，熟练掌握平行线的判定和性质定理是解题的关键

19. 为庆祝中国共青团成立 100 周年，某校开展四项活动：A 项参观学习，B 项团史宣讲，C 项经典诵读，D 项文学创作，要求每名学生在规定时间内必须且只能参加其中一项活动。该校从全体学生中随机抽取部分学生，调查他们参加活动的意向，将收集的数据整理后，绘制成如下两幅不完整的统计图。



(1) 本次调查的样本容量是_____，B 项活动所在扇形的圆心角的大小是_____，条形统计图中 C 项活动的人数是_____；

(2) 若该校约有 2000 名学生，请估计其中意向参加“参观学习”活动的人数。

【答案】(1) 80, 54° , 20

(2) 大约有 800 人

【解析】

【分析】(1) 根据“总体=部分÷对应百分比”与“圆心角度数= $360^\circ \times$ 对应百分比”可求得样本容量及 B 项活动所在扇形的圆心角度数，从而求得 C 项活动的人数；

(2) 根据“部分=总体×对应百分比”，用总人数乘以样本中“参观学习”的人数所占比例可得

答案.

【小问 1 详解】

解：样本容量： $16 \div 20\% = 80$ (人)，

B 项活动所在扇形的圆心角： $360^\circ \times \frac{12}{80} = 54^\circ$ ，

C 项活动的人数： $80 - 32 - 12 - 16 = 20$ (人)；

故答案为： 80， 54° ， 20；

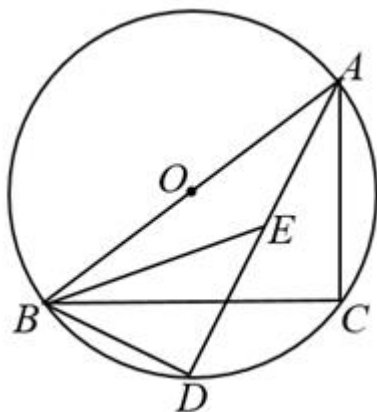
【小问 2 详解】

解： $2000 \times \frac{32}{80} = 800$ (人)，

答：该校意向参加“参观学习”活动的学生大约有 800 人.

【点睛】本题主要考查了条形统计图，扇形统计图，用样本估计总体，读懂图，找出对应数据，熟练掌握总体、部分与百分比之间的关系是解题的关键.

20. 如图, 以 AB 为直径的 $\odot O$ 经过 $\triangle ABC$ 的顶点 C , AE , BE 分别平分 $\angle BAC$ 和 $\angle ABC$, AE 的延长线交 $\odot O$ 于点 D , 连接 BD .



(1) 判断 $\triangle BDE$ 的形状, 并证明你的结论;

(2) 若 $AB = 10$, $BE = 2\sqrt{10}$, 求 BC 的长.

【答案】(1) $\triangle BDE$ 为等腰直角三角形, 详见解析

(2) $BC = 8$

【解析】

【分析】(1) 由角平分线的定义、结合等量代换可得 $\angle BED = \angle DBE$, 即 $BD = ED$; 然后再根据直径所对的圆周角为 90° 即可解答;

(2) 如图: 连接 OC , CD , OD , OD 交 BC 于点 F . 先说明 OD 垂直平分 BC . 进而求得 BD 、 OD 、 OB 的长, 设 $OF = t$, 则 $DF = 5 - t$. 然后根据勾股定理列出关于 t 的方程求解即可.

【小问 1 详解】

解： $\triangle BDE$ 为等腰直角三角形，证明如下：

证明： $\because AE$ 平分 $\angle BAC$ ， BE 平分 $\angle ABC$ ，

$$\therefore \angle BAE = \angle CAD = \angle CBD, \quad \angle ABE = \angle EBC.$$

$$\because \angle BED = \angle BAE + \angle ABE, \quad \angle DBE = \angle DBC + \angle CBE,$$

$$\therefore \angle BED = \angle DBE.$$

$$\therefore BD = ED.$$

$\because AB$ 为直径，

$$\therefore \angle ADB = 90^\circ.$$

$\therefore \triangle BDE$ 是等腰直角三角形.

【小问 2 详解】

解：如图：连接 OC ， CD ， OD ， OD 交 BC 于点 F 。

$$\because \angle DBC = \angle CAD = \angle BAD = \angle BCD,$$

$$\therefore BD = DC.$$

$$\because OB = OC,$$

$\therefore OD$ 垂直平分 BC 。

$$\because \triangle BDE \text{ 是等腰直角三角形, } BE = 2\sqrt{10},$$

$$\therefore BD = 2\sqrt{5}.$$

$$\because AB = 10,$$

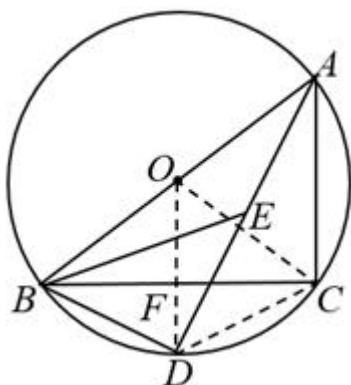
$$\therefore OB = OD = 5.$$

设 $OF = t$ ，则 $DF = 5 - t$ 。

在 $Rt\triangle BOF$ 和 $Rt\triangle BDF$ 中， $5^2 - t^2 = (2\sqrt{5})^2 - (5 - t)^2$ 。解得， $t = 3$ 。

$$\therefore BF = 4.$$

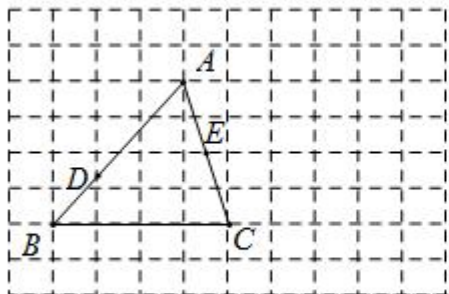
$$\therefore BC = 8.$$



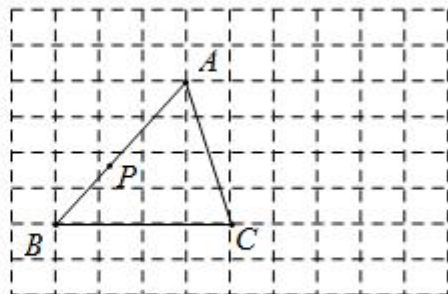
【点睛】本题主要考查了角平分线的定义、等腰三角形的判定与性质、勾股定理的应用、垂

直平分线的判定与性质、圆的性质等知识点,灵活运用相关知识成为解答本题的关键.

21. 如图是由小正方形组成的 9×6 网格，每个小正方形的顶点叫做格点. $\triangle ABC$ 的三个顶点都是格点. 仅用无刻度的直尺在给定网格中完成画图，画图过程用虚线表示.



(1)



(2)

(1) 在图 (1) 中, D , E 分别是边 AB , AC 与网格线的交点. 先将点 B 绕点 E 旋转 180° 得到点 F , 画出点 F , 再在 AC 上画点 G , 使 $DG \parallel BC$;

(2) 在图 (2) 中, P 是边 AB 上一点, $\angle BAC = \alpha$. 先将 AB 绕点 A 逆时针旋转 2α , 得到线段 AH , 画出线段 AH , 再画点 Q , 使 P, Q 两点关于直线 AC 对称.

【答案】 (1) 作图见解析

(2) 作图见解析

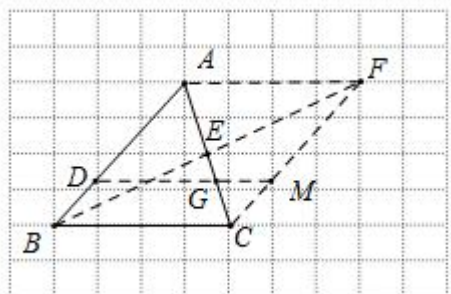
【解析】

【分析】(1) 取格点，作平行四边形，利用平行四边形对角顶点关于对角线交点对称即可求点 F；平行四边形对边在网格中与格线的交点等高，连接等高点即可作出 $DG \parallel BC$ ；

(2) 取格点, 作垂直平分线即可作出线段 AH ; 利用垂直平分线的性质, 证明三角形全等, 作出 P , Q 两点关于直线 AC 对称

【小问 1 详解】

解：作图如下：



取格点 F ，连接 AF ， $AF \parallel BC$ 且 $AF = BC$ ，所以四边形 $ABCF$ 是平行四边形，连接 BF ，与 AC 的交点就是点 E ，所以 $BE = EF$ ，所以点 F 即为所求的点；

连接 CF ，交格线于点 M ，因为四边形 $ABCF$ 是平行四边形，连接 DM 交 AC 于一点，该点

$$\therefore AP = AQ,$$

$\therefore P, Q$ 两点关于直线 AC 对称.

【点睛】本题考查了用无刻度直尺在网格中作图的知识，找准格点作出平行四边形和垂直平分线是解决本题的关键.

22. 在一条笔直的滑道上有黑、白两个小球同向运动，黑球在 A 处开始减速，此时白球在黑球前面 70cm 处.



小聪测量黑球减速后的运动速度 v (单位: cm/s)、运动距离 y (单位: cm) 随运动时间 t (单位: s) 变化的数据，整理得下表.

运动时间 t/s	0	1	2	3	4
运动速度 $v/\text{cm/s}$	10	9.5	9	8.5	8
运动距离 y/cm	0	9.75	19	27.75	36

小聪探究发现，黑球的运动速度 v 与运动时间 t 之间成一次函数关系，运动距离 y 与运动时间 t 之间成二次函数关系.

(1) 直接写出 v 关于 t 的函数解析式和 y 关于 t 的函数解析式 (不要求写出自变量的取值范围)

(2) 当黑球减速后运动距离为 64cm 时，求它此时的运动速度;

(3) 若白球一直以 2cm/s 的速度匀速运动，问黑球在运动过程中会不会碰到白球？请说明理由.

【答案】(1) $v = -\frac{1}{2}t + 10$, $y = -\frac{1}{4}t^2 + 10t$

(2) 6cm/s

(3) 黑、白两球的最小距离为 6cm ，大于 0 ，黑球不会碰到白球

【解析】

【分析】(1) 根据黑球的运动速度 v 与运动时间 t 之间成一次函数关系，设表达式为 $v=kt+b$ ，代入两组数值求解即可；根据运动距离 y 与运动时间 t 之间成二次函数关系，设表达式为 $y=at^2+bt+c$ ，代入三组数值求解即可；(2) 当黑球减速后运动距离为 64cm 时，代入 (1) 式中 y 关于 t 的函数解析式求出时间 t ，再将 t 代入 v 关于 t 的函数解析式，求得速度 v 即可；

(3) 设黑白两球的距离为 $w\text{cm}$ ，得到 $w = 70 + 2t - y = \frac{1}{4}t^2 - 8t + 70$ ，化简即可求出最

小值，于是得到结论.

【小问 1 详解】

根据黑球的运动速度 v 与运动时间 t 之间成一次函数关系，设表达式为 $v=kt+b$ ，代入 $(0, 10)$ ， $(1, 9.5)$ 得，

$$\begin{cases} 10=b \\ 9.5=k+b \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ b=10 \end{cases},$$

$$\therefore v=-\frac{1}{2}t+10,$$

根据运动距离 y 与运动时间 t 之间成二次函数关系，设表达式为 $y=at^2+bt+c$ ，代入 $(0, 0)$ ， $(1, 9.75)$ ， $(2, 19)$ 得

$$\begin{cases} 0=c \\ 9.75=a+b \\ 19=4a+2b \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} a=-\frac{1}{4} \\ b=10 \\ c=0 \end{cases},$$

$$\therefore y=-\frac{1}{4}t^2+10t;$$

【小问 2 详解】

依题意，得 $-\frac{1}{4}t^2+10t=64$ ，

$$\therefore t^2-40t+256=0,$$

解得， $t_1=8$ ， $t_2=32$ ；

当 $t_1=8$ 时， $v=6$ ；当 $t_2=32$ 时， $v=-6$ （舍）；

答：黑球减速后运动 64cm 时的速度为 6cm/s.

【小问 3 详解】

设黑白两球的距离为 w cm，

$$w=70+2t-y=\frac{1}{4}t^2-8t+70$$

$$=\frac{1}{4}(t-16)^2+6,$$

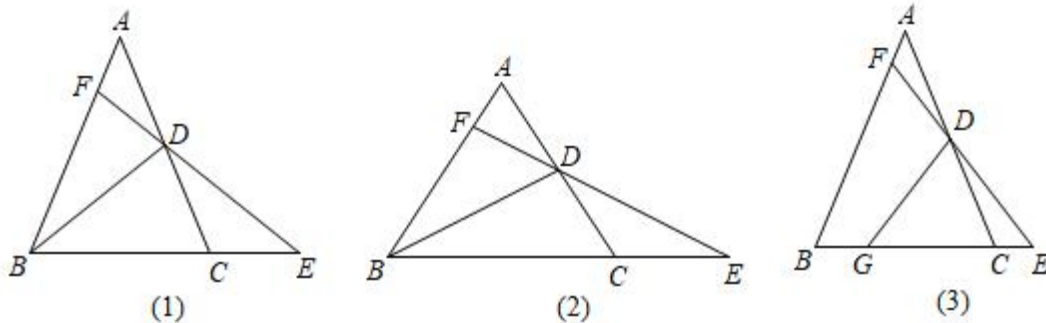
$$\therefore \frac{1}{4}>0, \therefore \text{当 } t=16 \text{ 时, } w \text{ 的值最小为 } 6,$$

$\therefore$ 黑、白两球的最小距离为 6cm，大于 0，黑球不会碰到白球.

【点睛】本题考查一次函数和二次函数的实际应用，待定系数法求解析式，解决本题的关键

是明确题意求出函数表达式.

23. 问题提出：如图 (1)， $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 是 AC 的中点，延长 BC 至点 E ，使 $DE = DB$ ，延长 ED 交 AB 于点 F ，探究 $\frac{AF}{AB}$ 的值.



(1) 先将问题特殊化. 如图 (2)，当 $\angle BAC = 60^\circ$ 时，直接写出 $\frac{AF}{AB}$ 的值；

(2) 再探究一般情形. 如图 (1)，证明 (1) 中的结论仍然成立.

问题拓展：如图 (3)，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， D 是 AC 的中点， G 是边 BC 上一点，

$\frac{CG}{BC} = \frac{1}{n}$ ($n < 2$)，延长 BC 至点 E ，使 $DE = DG$ ，延长 ED 交 AB 于点 F . 直接写出 $\frac{AF}{AB}$ 的值 (用含 n 的式子表示).

【答案】(1) [问题提出] (1) $\frac{1}{4}$ ；(2) 见解析

(2) [问题拓展] $\frac{2-n}{4}$

【解析】

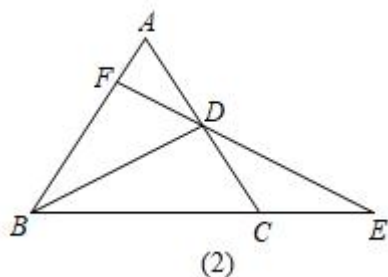
【分析】[问题探究] (1) 根据等边三角形的性质结合已知条件，求得 $\angle ADF = \angle ADB = 30^\circ$ ， $\angle AFD = 90^\circ$ ，根据含 30° 度角的直角三角形的性质，可得 $AF = \frac{1}{2}AD$ ， $AD = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}AB$ ，即可求解；

(2) 取 BC 的中点 H ，连接 DH . 证明 $\triangle DBH \cong \triangle DEC$ ，可得 $BH = EC$ ，根据 $DH \parallel AB$ ，证明 $\triangle EDH \sim \triangle EFB$ ，根据相似三角形的性质可得 $\frac{FB}{DH} = \frac{EB}{EH} = \frac{3}{2}$ ，进而可得 $\frac{AF}{AB} = \frac{1}{4}$ ；

[问题拓展] 方法同 (2) 证明 $\triangle DBH \cong \triangle DEC$ ，得出 $GH = EC$ ，证明 $\triangle EDH \sim \triangle EFB$ ，得到 $\frac{FB}{DH} = \frac{EB}{EH} = \frac{2+n}{2}$ ，进而可得 $\frac{AF}{AB} = \frac{2-n}{4}$.

【小问1 详解】

[问题探究]: (1) 如图,



$\because \triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 是 AC 的中点, $\angle BAC = 60^\circ$,

$\therefore \triangle ABC$ 是等边三角形, $AD = \frac{1}{2} AB$

$\therefore \angle ABD = \angle DBE = 30^\circ$, $\angle A = 60^\circ$,

$\therefore DB = DE$,

$\therefore \angle E = \angle DBE = 30^\circ$,

$\therefore \angle DCE = 180^\circ - \angle ACB = 120^\circ$,

$\therefore \angle ADF = \angle CDE = 180^\circ - \angle E - \angle DCE = 30^\circ$,

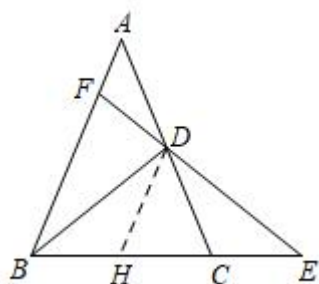
$\therefore \angle A = 60^\circ$,

$\therefore \angle AFD = 90^\circ$,

$\therefore AF = \frac{1}{2} AD$,

$\therefore \frac{AF}{AB} = \frac{\frac{1}{2} AD}{AB} = \frac{1}{4}$.

(2) 证明: 取 BC 的中点 H , 连接 DH .



$\because D$ 是 AC 的中点,

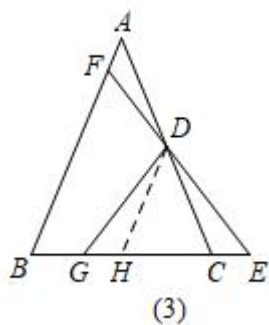
$\therefore DH \parallel AB$, $DH = \frac{1}{2} AB$.

$\because AB = AC$,

$$\begin{aligned}\therefore DH &= DC, \\ \therefore \angle DHC &= \angle DCH. \\ \because BD &= DE, \\ \therefore \angle DBH &= \angle DEC. \\ \therefore \angle BDH &= \angle EDC. \\ \therefore \triangle DBH &\cong \triangle DEC. \\ \therefore BH &= EC. \\ \therefore \frac{EB}{EH} &= \frac{3}{2}. \\ \because DH &\parallel AB, \\ \therefore \triangle EDH &\sim \triangle EFB. \\ \therefore \frac{FB}{DH} &= \frac{EB}{EH} = \frac{3}{2}. \\ \therefore \frac{FB}{AB} &= \frac{3}{4}. \\ \therefore \frac{AF}{AB} &= \frac{1}{4}.\end{aligned}$$

【小问 2 详解】

[问题拓展]如图，取 BC 的中点 H ，连接 DH 。



$$\begin{aligned}\because D &\text{是 } AC \text{ 的中点}, \\ \therefore DH &\parallel AB, \quad DH = \frac{1}{2}AB. \\ \because AB &= AC, \\ \therefore DH &= DC, \\ \therefore \angle DHC &= \angle DCH. \\ \because DE &= DG, \\ \therefore \angle DGH &= \angle DEC.\end{aligned}$$

$$\therefore \angle GDH = \angle EDC .$$

$$\therefore \triangle DGH \cong \triangle DEC .$$

$$\therefore GH = EC .$$

$$\therefore HE = CG$$

$$\therefore \frac{CG}{BC} = \frac{1}{n} (n < 2)$$

$$\therefore BC = nCG$$

$$\therefore BG = (n-1)CG ,$$

$$CE = GH = \frac{1}{2}BC - BG = \frac{1}{2}nCG - (n-1)CG = \left(1 - \frac{n}{2}\right)CG$$

$$\therefore \frac{EB}{EH} = \frac{BC+CE}{EH} = \frac{nCG + \left(1 - \frac{n}{2}\right)CG}{CG} = 1 + \frac{n}{2} = \frac{2+n}{2} .$$

$$\therefore DH \parallel AB ,$$

$$\therefore \triangle EDH \sim \triangle EFB .$$

$$\therefore \frac{FB}{DH} = \frac{EB}{EH} = \frac{2+n}{2} .$$

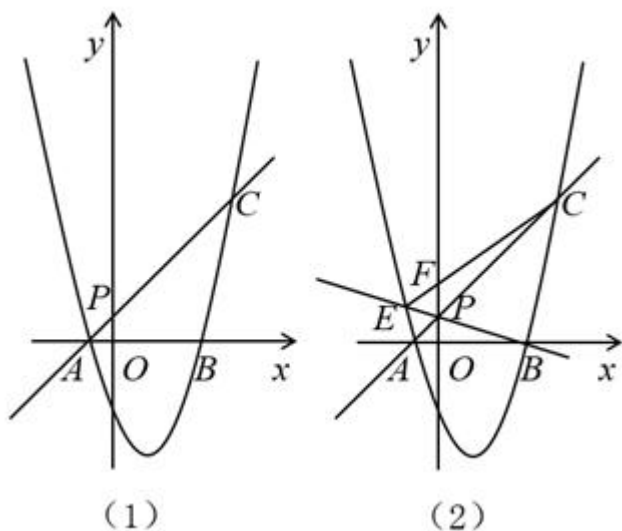
$$\therefore \frac{FB}{AB} = \frac{2+n}{4} .$$

$$\therefore \frac{AF}{AB} = \frac{4-2-n}{4} = \frac{2-n}{4} .$$

$$\therefore \frac{AF}{AB} = \frac{2-n}{4} .$$

【点睛】本题考查了等边三角形的性质，全等三角形的性质与判定，相似三角形的性质与判定，等边对等角，掌握相似三角形的性质与判定是解题的关键.

24. 抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 交 x 轴于 A, B 两点 (A 在 B 的左边), C 是第一象限抛物线上一点, 直线 AC 交 y 轴于点 P .



- (1) 直接写出 A , B 两点的坐标;
- (2) 如图 (1), 当 $OP = OA$ 时, 在抛物线上存在点 D (异于点 B), 使 B , D 两点到 AC 的距离相等, 求出所有满足条件的点 D 的横坐标;
- (3) 如图 (2), 直线 BP 交抛物线于另一点 E , 连接 CE 交 y 轴于点 F , 点 C 的横坐标为 m . 求 $\frac{FP}{OP}$ 的值 (用含 m 的式子表示).

【答案】(1) $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$;

(2) 0 , $\frac{3-\sqrt{41}}{2}$ 或 $\frac{3+\sqrt{41}}{2}$;

(3) $\frac{1}{3}m$.

【解析】

【分析】(1) 令 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 求出 x 的值即可知道 A , B 两点的坐标;

(2) 求出直线 AC 的解析式为 $y = x + 1$, 分情况讨论: ①若点 D 在 AC 下方时, ②若点 D 在 AC 上方时;

(3) 设点 E 的横坐标为 n . 过点 P 的直线解析式为 $y = kx + b$. 联立 $\begin{cases} y = kx + b \\ y = x^2 - 2x - 3 \end{cases}$, 得

$x^2 - (2+k)x - 3-b = 0$. 利用 A , B 点的横坐标求出 $m = 3+b$, $n = -1 - \frac{b}{3}$, 设直线 CE

的解析式为 $y = px + q$, 求出 $mn = -3 - q$, 进一步求出 $OP = b$, $FP = \frac{1}{3}b^2 + b$ 即可求出

答案.

【小问1 详解】

解：令 $x^2 - 2x - 3 = 0$ ，解得： $x_1 = -1$ ， $x_2 = 3$ ，

$\therefore A(-1, 0)$ ， $B(3, 0)$ ．

【小问2 详解】

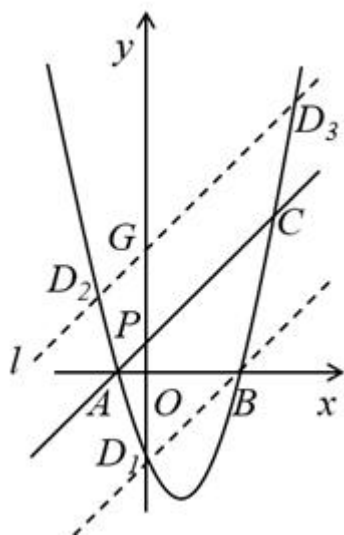
解： $\because OP = OA = 1$ ，

$\therefore P(0, 1)$ ，

$\therefore$ 直线 AC 的解析式为 $y = x + 1$ ．

①若点 D 在 AC 下方时，

过点 B 作 AC 的平行线与抛物线的交点即为 D_1 ．



$\because B(3, 0)$ ， $BD_1 \parallel AC$ ，

$\therefore BD_1$ 的解析式为 $y = x - 3$ ．

$$\text{联立} \begin{cases} y = x - 3 \\ y = x^2 - 2x - 3 \end{cases}$$

解得， $x_1 = 0$ ， $x_2 = 3$ （舍）．

$\therefore$ 点 D_1 的横坐标为 0．

②若点 D 在 AC 上方时，点 $D_1(0, -3)$ 关于点 P 的对称点为 $G(0, 5)$ ．

过点 G 作 AC 的平行线 l ，则 l 与抛物线的交点即为符合条件的点 D ．

直线 l 的解析式为 $y = x + 5$ ．

$$\text{联立} \begin{cases} y = x + 5 \\ y = x^2 - 2x - 3 \end{cases}, \text{ 得 } x^2 - 3x - 8 = 0,$$

$$\text{解得, } x_1 = \frac{3-\sqrt{41}}{2}, \quad x_2 = \frac{3+\sqrt{41}}{2}.$$

$$\therefore \text{点 } D_2, D_3 \text{ 的横坐标分别为 } \frac{3-\sqrt{41}}{2}, \frac{3+\sqrt{41}}{2}.$$

$$\therefore \text{符合条件的点 } D \text{ 的横坐标为: } 0, \frac{3-\sqrt{41}}{2} \text{ 或 } \frac{3+\sqrt{41}}{2}.$$

【小问 3 详解】

解：设点 E 的横坐标为 n ，过点 P 的直线解析式为 $y = kx + b$ 。

$$\text{联立 } \begin{cases} y = kx + b \\ y = x^2 - 2x - 3 \end{cases}, \text{ 得 } x^2 - (2+k)x - 3 - b = 0.$$

设 x_1, x_2 是方程 $x^2 - (2+k)x - 3 - b = 0$ 两根，则 $x_1 x_2 = -3 - b$ 。 (*)

$$\therefore x_A x_C = x_B x_E = -3 - b.$$

$$\because x_A = -1,$$

$$\therefore x_C = 3 + b,$$

$$\therefore m = 3 + b.$$

$$\because x_B = 3,$$

$$\therefore x_E = -1 - \frac{b}{3},$$

$$\therefore n = -1 - \frac{b}{3}.$$

设直线 CE 的解析式为 $y = px + q$,

同 (*) 得 $mn = -3 - q$,

$$\therefore q = -mn - 3.$$

$$\therefore q = -(3+b)\left(-1-\frac{b}{3}\right) - 3 = \frac{1}{3}b^2 + 2b.$$

$$\therefore OF = \frac{1}{3}b^2 + 2b.$$

$$\because OP = b,$$

$$\therefore FP = \frac{1}{3}b^2 + b.$$

$$\therefore \frac{FP}{OP} = \frac{1}{3}b + 1 = \frac{1}{3}(m-3) + 1 = \frac{1}{3}m.$$

【点睛】 本题考查二次函数与一次函数的综合，难度较大，需要掌握函数与 x 轴交点坐标，

(1) 的关键是令 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 进行求解；(2) 的关键是分点 D 在 AC 下方和在 AC 上方时两种情况讨论；(3) 的关键是求出 OP , FP .